

文章编号:1001-9081(2007)04-1000-03

一种基于多分形奇异谱的噪声奇异性分析新方法

谢 端¹, 赵 健²

(1. 西安邮电学院 计算机科学与技术系, 陕西 西安 710061;

2. 西北工业大学 电子信息学院, 陕西 西安 710072)

(envis@tom.com)

摘要: 在介绍了噪声中的奇异性以及其全局奇异性的表征方法——多分形奇异谱的基础上, 提出并实现了一种基于子波分解模极大的计算噪声多分形奇异谱的方法, 通过对仿真信号验证, 证明了该方法准确可靠。在对实测信号分析中, 也发现该方法得到的多分形奇异谱比功率谱更能充分刻画噪声信号的特性。

关键词: 噪声分析; 奇异谱; 子波分解模极大; 多分形

中图分类号: TP391.4 文献标识码:A

New method of analyzing singularities in noise based on singularity spectrum

XIE Duan¹, ZHAO Jian²

(1. Computer Department, Xi'an Institute of Posts and Telecommunication, Xi'an Shaanxi 710061, China;

2. School of Electronic Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710072)

Abstract: Singularity analysis is one of the most promising new approaches for extracting hidden information from noise. Singularity spectrum is a statistical method to show global singularities distributions in noise. We introduced an algorithm based on wavelet transform modulus maxima to get singularity spectrum. The experiment on emulation noises shows that the new algorithm is accurate and feasible. Also we found out that singularity spectrum had some advantage over the traditional analysis method: power spectrum.

Key words: noise analysis; singularity spectrum; wavelet transform modulus maxima; multifractal

近期研究发现,看似嘈杂无章的噪声信号蕴含着许多隐藏信息,人们可以利用噪声时序诊断人体的病变,判断电子器件的失效与否,预测金融市场价格的涨跌等。传统的分析手段(如求平均值、计算标准差和功率谱分析等)对平稳、线性的信号分析效果明显,但对非平稳、非线性的噪声信号收效甚微。多分形分析方法可以完成传统分析手段实现不了的功能,多分形奇异谱可以提供奇异性指数的统计信息。通过基于子波分解模极大的多分形分析方法,我们发现许多噪声信号都可以通过奇异谱来刻画,并且优于传统的方法。噪声信号的图谱可以看作是一段不光滑的“曲线”,它的这种不光滑性可以用奇异性指数的强度(大小)来度量。子波分解模极大的方法可以用来计算其局部奇异性指数的大小。

1 噪声中局部奇异性指数的算法

噪声信号可以看作是一个时间序列,在某一奇异点 t_0 ,当 t 趋近于 t_0 时,它可以表示为如下的函数^[1,2]:

$$\begin{aligned} f(t)|_{t=t_0} &= a_0 + a_1(t-t_0) + \cdots + a_n(t-t_0)^n + c(t-t_0)^{h(t_0)} \\ &= P_{n+1}(t) + \varepsilon_{n+1}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

该函数的前 $n+1$ 项是一个泰勒展开式 $P_{n+1}(t)$, 它的每阶幂指数均为整数。但在最后一项 $c(t-t_0)^{h(t_0)}$ 可以看作是泰勒级数逼近的误差项 $\varepsilon_{n+1}(t)$, 它的幂指数 $h(t_0)$ 可以为一个非整数, 我们称 $h(t_0)$ 为奇异性指数或 Hölder 指数。奇异性指数度量着局部奇异性强度的大小。在对信号奇异性分析中, 需要计算出 $h(t_0)$ 值。可以用一个具有 $n+1$ 阶消失矩的子波基

对函数做子波变化, 这样就将前 $n+1$ 项泰勒展开式系数置零, 只剩下最后的奇异性项 $\varepsilon_{n+1}(t)$ 。具有 $n+1$ 阶消失矩子波基 $\psi(x)$, 很容易得到, 例如对高斯函数求各阶导就可以得到相应阶数的子波基。它对函数(1)的子波变换模值为:

$$\begin{aligned} |W^n f(s, t_0)| &= \left| \frac{1}{s} \int c(t-t_0)^{h(t_0)} \psi\left(\frac{t-t_0}{s}\right) dx \right| \\ &= \left| cs^{h(t_0)} \int t'^{h(t_0)} \psi(t') dt' \right| \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)中, $t' = \frac{t-t_0}{s}$, 由(2)式可导出下面的幂律关系:

$$|W^n f(s, t_0)| \sim s^{h(t_0)} \quad (3)$$

计算出每一尺度 s 下的 $|W^n f(s, t_0)|$ 值, 则尺度 s 与 $|W^n f(s, t_0)|$ 的双对数坐标曲线图可被画出。算得这条“直线”的斜率, 其斜率的值就等于局部奇异性值 $h(t_0)$ ^[3,4]。

跨尺度求局部奇异性值的方法对于孤立的奇异点较为适用, 但噪声信号是处处奇异的, 因此在对某一点做子波变换时会把相邻奇异点引进来, 计算会产生误差。而且即使能准确计算出某一局部奇异点的 Hölder 值, 它也无法描述处处奇异的噪声信号的整体特性。要想表征整段信号的奇异性分布, 多分形奇异谱可以满足需要。

2 多分形奇异谱及其计算方法

设 S_h 为分形集(噪声信号)上所有奇异性指数为 h 的集合,

收稿日期:2006-10-25; 修订日期:2007-01-22

基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目(2006F42); 中国博士后科学基金资助项目(20060401007)

作者简介: 谢端(1979-), 男, 陕西西安人, 助教, 硕士, 主要研究方向: 信号处理; 赵健(1973-), 男, 陕西西安人, 副教授, 博士, 主要研究方向: 信号处理。

对于每一个 h 值的集合 S_h 都有一个Hausdorff维数 $D(h)$ 与之对应,将 h 与 $D(h)$ 的值用二维坐标标示出来,得到一个向上凸的图谱,称其为多分形奇异谱,可以用来衡量噪声信号全局奇异性。

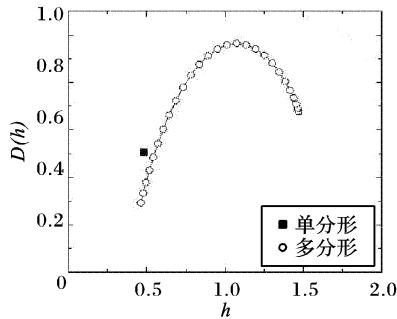


图1 多分形奇异谱

从图1可以看出,多分形集具有多个奇异值,在谱中就表现为一个峰,其奇异性强度的分布范围($0.48 \sim 1.65$)。对于一个单分形信号,它只有一个奇异值,在谱中表现为一个点。下面以某一实测电迁移噪声信号(见图2)为例介绍基于子波变换模极大的多分形奇异谱的计算方法。

第一步:对信号做跨尺度子波变换并找出各尺度 s 下的模极大点。

第二步:计算配分函数^[5]:

$$Z(q,s) = \sum_i |W^q f(u_i(s), s)|^q \quad (4)$$

这里 $\{u_i(s)\}_{i \in \mathbb{Z}}$ 为 $|W^q f(u, s)|$ 在给定尺度下的所有局部极大点(可以从图4中找到这些点)。取一尺度指数 $\tau(q)$,让它度量 $Z(q,s)$ 随尺度 s 的渐进衰减性,则存在下面的幂定律:

$$Z(q,s) \sim s^{\tau(q)} \quad (5)$$

第三步:由式(5)画出 $\log(Z(q,s))$ 随 $\log(s)$ 变化的曲线,并计算曲线的斜率 $\tau(q)$ 。

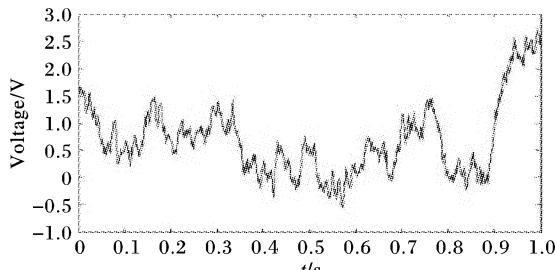


图2 待分析噪声信号

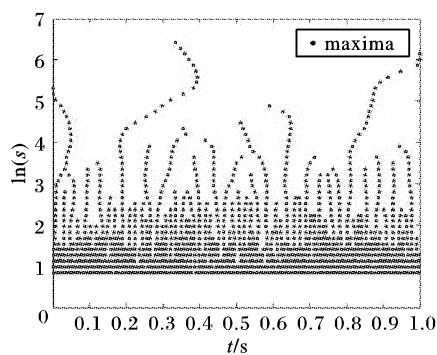


图3 信号在各尺度下的模极大点

第四步:由Legendre变换^[6]计算出Hausdorff维数 $D(h)$:

$$D(h) = qh - \tau(q) \quad (6)$$

这里 $h = \frac{d\tau(q)}{dq}$ ^[7],所以式(6)又可以写成:

$$D(h) = q \frac{d\tau(q)}{dq} - \tau(q) \quad (7)$$

通过上面的步骤就可以画出噪声信号 $sig(t)$ 的奇异谱了。从图6中可以看到,噪声信号整体的奇异性指数分布在 $h_{\min} = 0.27$ 到 $h_{\max} = 0.68$ 之间,奇异谱峰顶的位置的 h 值 $h_{sum} \approx 0.5$,说明该信号接近于 $H = 0.5$ 的分数布朗运动,也就是 $1/f^2$ 噪声。

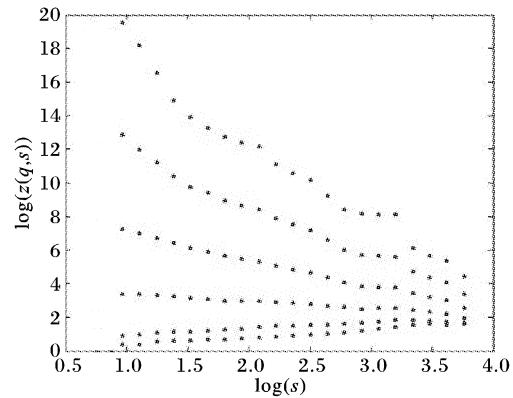
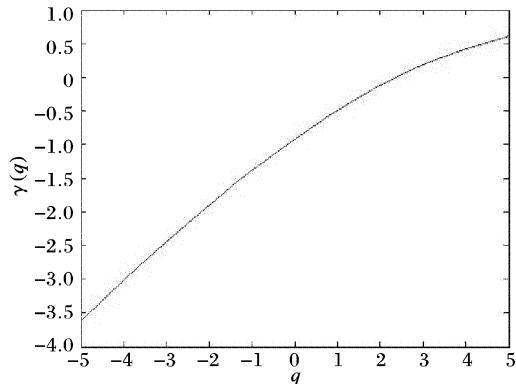
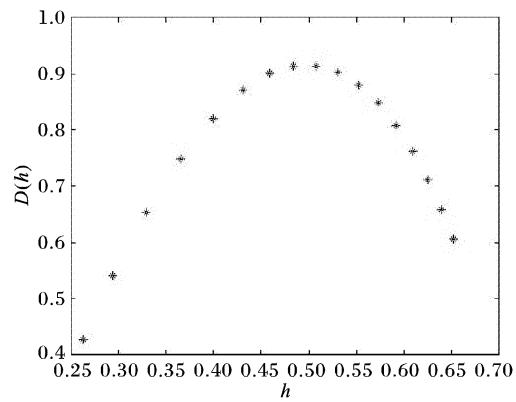
图4 $\log(Z(q,s))$ 随 $\log(s)$ 变化的曲线图5 从图4得到的尺度指数 $\tau(q)$ 

图6 噪声信号的奇异谱

3 算法的仿真实现与分析

为了验证此算法的准确性,分别选取两种典型的仿真信号进行分析,它们分别为高斯白噪声、一个非均匀分布的康托集产生的信号。分别对图7中如(a)、(b)所示的信号进行多分形分析,它们的奇异谱如图8所示。

理论上,白噪声应为单分形,它的奇异谱应退化为一个点 $h = -0.5$,但是,因为所取信号长度的有限性和仿真信号本身存在一定的偏差,实际计算下来如图8(a)所示, $h_{sum} = -0.45$,它的峰宽很窄,比较接近于理论情况。图8(b)是对图7(b)的信号计算而得的,理论上 $h_{\min} = \inf \left\{ \frac{\ln p_1}{\ln L_1}, \frac{\ln p_2}{\ln L_2} \right\} =$

$\frac{\ln 0.6}{\ln 0.25} \approx 0.37$, $h_{\max} = \sup \left\{ \frac{\ln p_1}{\ln L_1}, \frac{\ln p_2}{\ln L_2} \right\} = \frac{\ln 0.4}{\ln 0.4} = 1$, 其数值与

图形所示较符。

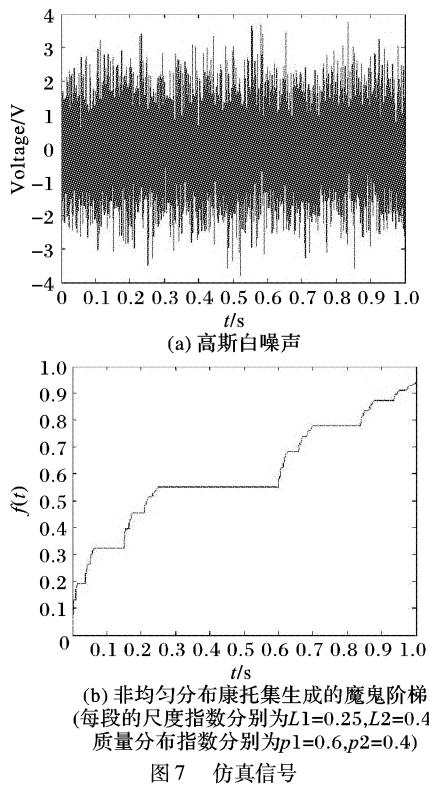
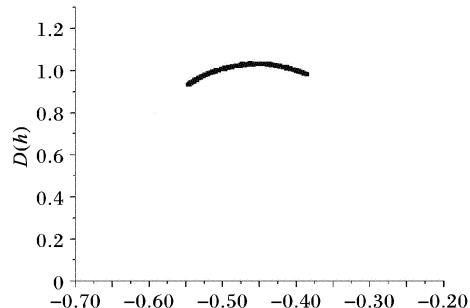
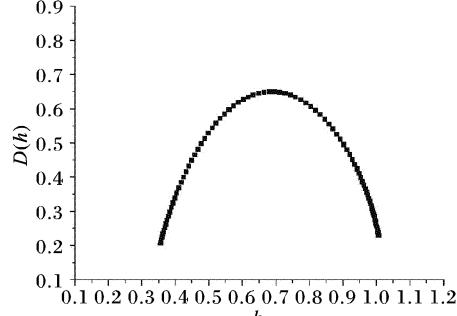


图 7 仿真信号



(a) 白噪声的奇异谱



(b) 非均匀康托集所产生信号的奇异谱

图 8 各信号的多分形奇异谱

功率谱是噪声信号最经典的分析方法,其功率谱密度 $S(f)$ 与频率一般满足下面的幂律关系:

$$S(f) \sim \frac{1}{f^\beta} \quad (8)$$

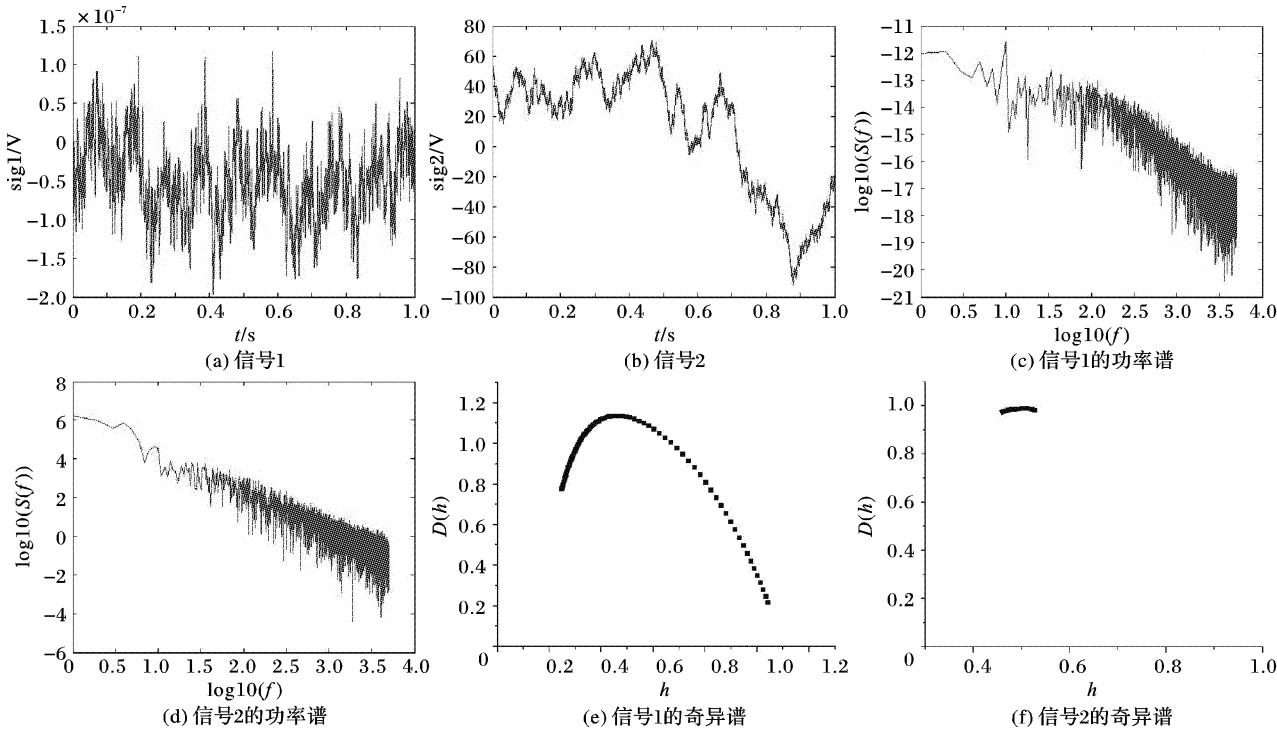


图 9 各信号的功率谱与奇异谱

频率指数 β 是表征信号特性的重要参量,但对于复杂的多分形信号,一个参量显然很难全面描述多分形信号。如果用功率谱分别对图 9(a)、(b)中的实测信号进行分析,会发现其 β 值均近似为 2。显然无法区分这两个信号的不同,而从多分形奇异谱可以很清楚的看出它们一个为多分形信号,一个为单分形信号。所以,多分形奇异谱比功率谱更能准确充分刻画信号的特性。

4 结语

利用跨尺度小波变换理论上可以计算出局部的奇异性强度,但对于处处奇异的噪声信号,其计算误差较大。利用多分形奇异谱则能够使我们较好的了解到信号的全局奇异性指数分布。通过对仿真噪声信号的计算分析,我们发现基于子波

(下转第 1005 页)

硬件自测试、自诊断,包括直接同硬件相关的设备通讯模块和串口通讯模块。

4) 实时监控模块:主要监控试验设备状态,显示所有的参数信息,并完成以下功能:在流程图窗口实时显示系统流程各测点的试验数据,在曲线图窗口实时绘制趋势图,在综合数据显示窗口显示所有的试验数据,在报警窗口显示报警信息。

5) 数据管理模块:定时存储试验数据,即时打印试验数据,处理试验数据,完成数据表格打印、曲线处理打印等,提供更方便外部接口。该模块采用数据库技术,设计了CSaveDataBase类来管理试验数据,用数据文件的形式备份数据。在本系统软件中使用了ADO(ActiveX Data Objects)接口技术连接SQL Server 2000数据库管理系统作为数据管理工具。其中为了方便调用,提高效率,将变量信息、传感器信息、设备信息和控制回路等数量不定,又需要各对象有文件读写能力的试验信息数据采用MFC(Microsoft Foundation Class)中已有的链表结构作为数据存储结构,它支持文档读写操作序列化,插入检索方便,为了类型安全,选择template版本,分别定义如下:

```
CArray<SENSOR, SENSOR> m_SensorArray; 传感器信息  
CArray< METER, METER > m_MeterArray; 仪表信息  
CTypedPtrArray< CObArray, CDevice * > m_DeviceArra; 设备信息  
CArray< float, float > m_DataValue; 试验数据数组
```

试验信息数据在运行期驻留在内存中,在退出时保存为试验信息文件。

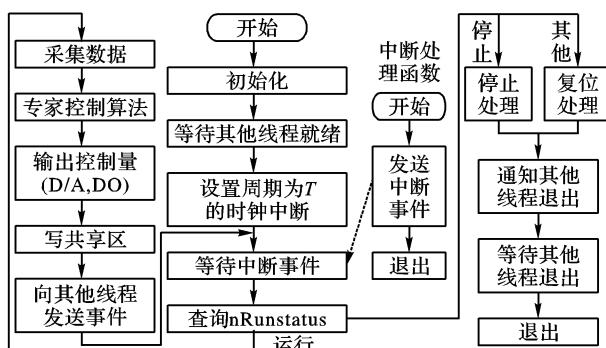


图4 实时采集与控制模块系统流程

4 仿真及实验结果

为了验证专家控制算法的正确性,在Matlab的Simulink环境中进行仿真研究。仿真模型选自某环境室的高温舱体,该舱体是一个长30m,宽2m,高2m的长方体。舱体内部包有保温材料,经过传热计算后,电加热器功率足够大,能提供的热量远远大于散失的热量。整个系统是一个二阶系统,

(上接第1002页)

分解模极大的多分形奇异谱的计算方法效果很好,而且明显优于经典的功率谱分析。

参考文献:

- [1] MALLAT S, HWANG WL. Singularity detection and processing with wavelets[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 1992, 38(2): 617–643.
- [2] RIEDERER SJ, Pelc NJ, Chesler DA. The noise power spectrum in computed X-ray tomography[J]. Physics in Medicine and Biology, 1978, 23(3): 446–454.
- [3] VICSEK T. Fractal growth phenomena, second edition[M]. Singapore: World Scientific, 1993.

具有较大的滞后和惯性环节,所以要特别防超调现象的发生,还要保证一定的温控精度。该舱体模型的可由(3)式表示如下:

$$G(s) = \frac{25\,797.87s + 5.15}{117\,526\,150s^2 + 123\,655.28s + 20} \quad (3)$$

按照升温要求从室温 T_0 (18°C) 加热到 E_0 (70°C),采用无超调的专家 PID 控制算法,其仿真结果与经典 PID 控制仿真曲线比较如图5所示。其中曲线 b 为经典 PID 控制仿真曲线,曲线 c 为专家 PID 控制仿真曲线。可以看出采用专家 PID 控制策略的控制效果比经典 PID 控制要好,可以有效地抑制超调并且提高升温速率。

在实际高温舱体的升温过程中,采用专家控制算法取得了较好的控制效果,升温曲线如图5曲线 a 所示。在调试过程中发现,为了加快升温速率同时避免超调发生,可以利用专家判断在系统启动初时采用 PD 控制,当温度接近设定值时采用 PID 控制以保证系统的控制精度。

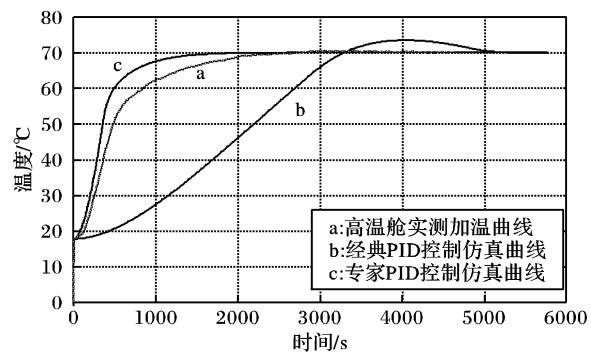


图5 仿真曲线比较

5 结语

利用计算机分布式控制系统原理及COM技术,设计温压测控系统的软硬件,可以实现对舱体温度、压力控制系统的集中管理和分散控制,并从数据库获得可靠的试验数据。结合专家PID控制方法可以防止超调、加快响应速度,提高稳态精度高,符合国军标^[3]的检测规定,对于类似问题的处理具有较大意义。

参考文献:

- [1] 王浚. 环境模拟技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996. 225 – 227.
- [2] GJB 150.3A-200x. 军用设备环境试验方法[S]. 国防科学技术工业委员会, 1986.
- [3] 向运飞, 刘旺开, 沈为群. 双路热动力试验台集散控制系统设计与实现[J]. 计算机测量与控制, 2002, 10(10): 653 – 655.
- [4] 刘金琨. 先进 PID 控制 Matlab 仿真[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005. 94 – 102.
- [4] ROBERTSON AN, FARRAR CR, SOHN H. Singularity detection for structural health monitoring using holder exponents[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2003, 17(6): 1163 – 1184.
- [5] MANDELBROT BB. Fractals and Multifractals: Noise, Turbulence and Non-Fractal Patterns in Physics[M]. Nilhof, Dordrecht, 1986.
- [6] JAFFARD S. Multifractal formalism for functions parts I and II [J]. SIAM J. of Mathematical Analysis, 1997, 28(4): 944 – 998.
- [7] BROWN G, MICHON G, PEYRIERE J. On the multifractal analysis of measures[J]. Journal of Statistical Physics, 1992, 66(3): 775 – 790.
- [8] FALCONER K. Fractal Geometry-Mathematical Foundations and Applications[M]. John Wiley, 1990.