

文章编号:1001-9081(2007)10-2478-03

基于路径交换的求解 TSP 混合蚁群算法

林冬梅¹, 王 东^{2,3}

(1. 佛山科学技术学院 信息中心, 广东 佛山 528000; 2. 中南大学 地质与环境工程学院, 长沙 410083;
3. 佛山科学技术学院 计算机科学与技术系, 广东 佛山 528000)

(dmlin@fosu.edu.cn)

摘 要:将蚁群算法与局部搜索优化算法结合,可抑制蚁群算法早熟收敛问题,并能提高蚁群算法的收敛速度。通过建立有效的局部搜索优化算法的参照优化边集,提高其求解质量和效率;引入路径交换策略提高蚁群算法的收敛速度和寻优能力。实验结果表明改进的混合蚁群算法能求解规模在 2000 个城市以内的旅行商问题的全局最优解。

关键词:旅行商问题;蚁群算法;路径交换;全局最优解;参照优化边集

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A

Hybrid ant colony algorithm for solving TSP based on path exchanging

LIN Dong-mei¹, WANG Dong^{2,3}

(1. Information and Educational Technology Center, Foshan University, Foshan Guangdong 528000, China;
2. College of Geosciences and Environmental Engineering, Central South University, Changsha Hunan 410083, China;
3. Department of Computer Science and Technology, Foshan University, Foshan Guangdong 528000, China)

Abstract: It can restrain premature of ant colony algorithms and accelerate the convergence rate of the algorithms, combining ant colony algorithms with heuristic algorithms. The solution quality and efficiency of heuristic algorithms can be improved through establishing reference optimization edge set used by local search algorithms. The strategy of path exchanging can improve convergence rate and capacity of searching optimal solution. The results of experiments indicate that new hybrid ant colony algorithm can find global optimal solution of TSP whose scale is less than 2000.

Key words: traveling salesman problem; ant colony algorithm; path exchanging; global optimal solution; reference optimization edge set

0 引言

蚁群算法是由 Dorigo 和 Maniezzo 等人在 20 世纪 90 年代初提出的一种仿生智能计算方法。由于该算法表现出很强的寻优能力,具有分布式计算、易于与其他方法结合、鲁棒性强等优点,在动态环境下也表现出高度的灵活性和健壮性,对非线性复杂问题显示出很强的求解能力,因而被成功地应用于诸多领域,然而蚁群算法同样存在早熟收敛和搜索时间过长等问题。很多学者提出不同的策略和方法以期使上述两个问题得到改善,其中主要包括:Ant-Q System 算法^[1]在基本蚁群算法基础上,仅利用每一代中最优个体调整信息素,以加快收敛速度,但存在较高概率早熟收敛情况;MMAS (Max - Min Ant System) 算法^[2]的基本思想是对路径上的信息素进行限制,在一定程度上缓解了早熟收敛问题;通过在蚁群系统中引入进化策略和规则^[3]在一定程度上进一步缓解早熟收敛问题;通过动态调整信息素挥发系数^[4]改善收敛效果;通过双向搜索^[5]提高算法的搜索效率等。虽然上述研究对蚁群算法有一定程度的改进,但算法的搜索速度和规模仍不能得到较大的提高。

在应用智能算法求解组合优化问题的研究工作中,通过将局部搜索优化算法与智能算法结合是一种有效提高智能算法收敛速度的手段之一,采用将局部搜索优化算法与蚁群算

法结合的算法通常称为混合蚁群算法。提高局部搜索优化算法的执行效率和搜索效果,将直接提高蚁群算法搜索效率。为此,本文采用一种通过缩减旅行商问题 (Traveling Salesman Problem, TSP) 初始边集的方法,提高局部搜索优化算法效率。与此同时,基于高质量局部优化解与全局优化解之间边的大量重叠关系^[6],本文提出蚁群中不同蚂蚁之间采用选择性路径交换策略,使不同蚂蚁之间能有效地交换已搜索得到的优良路径片段,进一步提高搜索质量。通过对 TSPLIB^[7]中规模在 2 000 个城市以内问题的实验结果表明,本文提出的算法与其他同类算法相比,收敛速度和求解质量得到大幅度提高,并能求解 TSPLIB 中全部规模小于 2 000 的 TSP 全局最优解。

1 应用于 TSP 的蚁群算法

TSP 一直以来是具有广泛应用价值和重要理论价值的组合优化 NP 难题之一。TSP 的形式化描述为:对于规模为 N 个城市的 TSP,构成加权图 $G = (V, E, w)$,其中 V 为顶点集合, E 为顶点之间边的集合, w 为边的代价函数。一个 TSP 环路就是一条经过所有城市一次且仅一次的 Hamilton 环路 p ,其所有边的集合记作 $E(p)$,环路的代价 $W(p) = \sum_{e \in E(p)} w(e)$ 。 P 为 G 中所有满足上述条件环路 p 的集合,问题的目标是求解满足

收稿日期:2007-04-23;修回日期:2007-07-09。

作者简介:林冬梅(1969-),女,黑龙江肇东人,副教授,硕士,主要研究方向:虚拟现实、智能算法;王东(1970-),男,江苏盐城人,讲师,博士研究生,主要研究方向:地理信息系统、组合优化、智能算法。

$\min_{p \in P} W(p)$ 的环路。

蚁群中共有 M 只蚂蚁, $\tau_{ij}(t)$ 表示在 t 时刻城市 i 和 j 之间信息素的数量。蚂蚁 m 在运动过程中根据各个路径上的信息素的数量决定下一步的路径。用 $p_{ij}^m(t)$ 表示在 t 时刻蚂蚁 m 由城市 i 转移到城市 j 的概率, 则:

$$p_{ij}^m(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t) \cdot \eta_{ij}^\beta(t)}{\sum_{r \in T_m} \tau_{ir}^\alpha(t) \cdot \eta_{ir}^\beta(t)}, & j \in T_m \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

其中 T_m 表示蚂蚁 m 下一步允许走过的城市的集合, 该集合随蚂蚁 m 的行进过程而动态改变。信息量 $\tau_{ij}(t)$ 随时间的推移会逐步衰减, 用 $1 - \rho$ 表示它的衰减程度。经过 n 个时刻, 蚂蚁可走完所有的城市, 完成一次循环。此时, 要根据下式对各路径上的信息量作更新:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \rho \cdot \Delta\tau_{ij} \quad (2)$$

其中 $\Delta\tau_{ij} = \sum_{s=1}^M \Delta\tau_{ij}^s$, $\Delta\tau_{ij}^s$ 表示蚂蚁 m 在本次循环中在城市 i 和 j 之间留下的信息量, 其计算方法根据蚁群系统的计算模型而定。

2 基于路径交换的混合蚁群算法

2.1 局部搜索优化算法的选择与优化

在 TSP 研究领域, Lin-Kernighan (LK) 算法较其他局部搜索算法具有更高的复杂度, 例如常用的包括 2-Opt、2.5-Opt 及 3-Opt 等, 但大量研究表明 LK 算法对 TSP 具有更好的优化效率和效果, 本文选用 Concorde^[7] 提供的链式 LK (chained Lin-Kernighan, CLK) 算法。根据前期研究基础, 采用下述算法建立 CLK 算法参照优化边集 ROE。

算法 1 CLK 的 ROE 建立算法

输入: TSP 数据集

输出: CLK 的 ROE

Begin

1) 初始化

- ① 建立一个空的边集合 ROE;
 - ② $r \leftarrow 1$;
 - ③ KickType \leftarrow 随机 Kicks 类型;
 - ④ 建立问题的最近 3 近邻边集 N_e ;
- // 实验选取的原始初始边集

2) 循环 K 次, 做:

- ① 随机初始化一条环路 p ;
- ② 计算 $CLK(r, KickType, N_e, p)$ 得到一条优化后的路径 p' ;

- ③ 将 p' 中所有的边合并到 ROE;

3) 返回 ROE;

End

2.2 路径交换策略

设任意两路径 p_1 和 p_2 , 取交操作“ \cap ”为二元操作, 得到两条路径中具有相同边的集合, 即 $E(p_1) \cap E(p_2) = \{x \mid (x \in E(p_1)) \wedge (x \in E(p_2))\}$; 取差操作“-”为二元操作, 得到第一条路径中不在第二条路径中的边的集合, 即 $E(p_1) - E(p_2) = \{x \mid x \in E(p_1) \wedge (x \notin E(p_2))\}$ 。设 p^* 为全局最优解, 取两个路径之间的相似距离为 d , 并有 $d_{12} = |E(p_1) \cap E(p_2)| / N$, $d_{1p^*} = |E(p_1) \cap E(p^*)| / N$ 和 $d_{2p^*} = |E(p_2) \cap E(p^*)| / N$, 上述相似距离采取与问题规模 N 的比值是为了能对所有问题进行统一分析, 所以取距离为 $[0, 1]$ 之间的数

值。由于 $E(p_1) \cap E(p_2) = \{[E(p_1) \cap E(p_2)] \cap E(p^*)\} \cup \{[E(p_1) \cap E(p_2)] - E(p^*)\}$, 其中 $[E(p_1) \cap E(p_2)] \cap E(p^*) = [E(p_1) \cap E(p^*)] \cap [E(p_2) \cap E(p^*)]$, 则有 $|[E(p_1) \cap E(p_2)] \cap E(p^*)| \leq \min(|E(p_1) \cap E(p^*)|, |E(p_2) \cap E(p^*)|)$ 成立。根据鸽巢原理若 $d_1 > 0.5$ 且 $d_2 > 0.5$, 则有 $|[E(p_1) \cap E(p_2)] \cap E(p^*)| \geq \min(d_1, d_2) - 0.5$ 成立。由此有下式成立:

$$\min(d_1, d_2) - 0.5 \leq \frac{|[E(p_1) \cap E(p_2)] \cap E(p^*)|}{\min(d_1, d_2)} \leq \quad (3)$$

根据文献[6]的结论有 $\bar{d} = 0.8$, 根据式(3)可知 $[E(p_1) \cap E(p_2)] \cap E(p^*) \neq \emptyset$, 同时有 $\{[E(p_1) \cap E(p_2)] \cap E(p^*)\} \subset E(p^*)$ 成立, 表明此时 $E(p_1) \cap E(p_2)$ 包含的边高概率属于 $E(p^*)$ 。

由上述分析可知, 当局部优化解与全局最优解的相似度越高, 两个局部优化解之间边的交集中属于全局最优解的边数量越多。由此, 在蚁群算法中引入下述操作, 当一次迭代操作完成以后, 从蚁群中随机选取若干对蚂蚁; 取每对蚂蚁路径边集的差集, 随机从该差集中选取两条边作为交叉点, 将两个蚂蚁的路径施行分段交叉。由于所选择两条边高概率不属于全局最优解, 一方面不会破坏已经积累的属于全局最优解的边, 另一方面可以交换两只蚂蚁之间已搜索得到的优良路径片段。

2.3 基于路径交换的混合蚁群算法

根据上述分析, 建立基于边交换的混合蚁群算法如下:

算法 2 基于路径交换的混合蚁群算法

输入: TSP 数据集

输出: TSP 的优化解

Begin

1) 初始化

- 将每个边上的信息素初始化为一个很小的常数值;
- 调用算法一构造 CLK 的参照优化边集 ROE;
- 根据 ROE 调整每个城市的邻域矩阵;

2) 构造求解方案, 对每支蚂蚁完成下述工作:

- ① 将 m 只蚂蚁随机地分配到 n 个城市;
- ② 将每支蚂蚁的出发点城市设置各自的搜索禁忌表;
- ③ 每支蚂蚁按照式(1)选择下一个城市;
- ④ 根据所选择城市修改相应蚂蚁的搜索禁忌表;
- ⑤ 按式(2)更新该边上的信息素;
- ⑥ 如果所有蚂蚁所走过的路径不是一条完整的环路, 转 2)
- ① 步执行;

3) 循环 m 次, 做

// 选择性路径交换

- ① 随机选择两只蚂蚁 a_1 和 a_2 ;
- ② 取 $A = E(a_1) - E(a_2)$; // 构造两条环路边的差集
- ③ 若 A 中边的数量少于两个, 则随机选择两个交换交叉点; 否则随机从 A 中选取两条边作为交换交叉点;
- ④ 根据所选取的交换交叉点, 将 a_1 和 a_2 进行一致性交叉, 完成路径交叉交换;
- ⑤ 对 a_1 和 a_2 进行环路修补;

4) 计算最佳路径

- ① 对每支蚂蚁构造的环路 p 完成基于 ROE 的 CLK 优化;
- ② 计算所有蚂蚁的环路代价;
- ③ 若最小的环路代价比已获得的环路代价小, 则记录新的最小代价和最小代价环路;

5) 信息素全局更新

①根据当前获得最小代价环路,按照式(4)进行信息素更新;

6) 如果没有达到搜索结束条件转第2步执行;

End

其中第3步中循环次数可根据具体情况进行确定,而且是否发生路径交换可通过概率进行控制。

3 实验情况

下述实验环境均为 Intel T2300E 1.66MHz CPU, 1GB 内存, 操作系统为 Windows XP。ACO 中基本参数设置为 $\rho = 0.5$, $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $Q = 0$, 使用 CLK 作为局部优化算法。蚁群

数量为 20, 最大迭代次数为 50, 迭代过程中得到全局最优解即刻停止迭代。实验选用 MMAS, 其中对比实验分别为:

算法 1 采用 3-Opt 的基本混合蚁群算法;

算法 2 采用重复 $N/2$ 次且采用最近 3 近邻初始化 ROE 的 CLK 算法的基本混合蚁群算法;

算法 3 采用重复 $N/2$ 次且采用本文算法 1 建立 ROE 的 CLK 算法, 并结合了路径交换的混合蚁群算法。

每种混合算法独立重复运行 30 次, 并给出了平均解距离全局最优解的偏差值, 其中偏差 = (平均环路长度 - 全局最优解环路长度) / 全局最优解环路长度 $\times 100\%$, 实验情况如表 1。

表 1 MMAS 的实验对比

Dataset	Global Optimal Solution	Basic hybrid MMAS with 3-Opt		Basic hybrid MMAS with normal CLK		Improved hybrid MMAS with CLK	
		Result	Runtime(s)	Result	Runtime(s)	Result	Runtime(s)
a280	2 579	2 579(0.00%)	0.875	2 579(0.00%)	0.322	2 579(0.00%)	0.290
att532	27 686	27 751.10(0.24%)	3.490	27 686(0.00%)	67.433	27 686(0.00%)	26.320
rat783	8 806	8 871.9(0.75%)	4.614	8 806(0.00%)	31.414	8 806(0.00%)	26.338
u1060	224 094	229 521.3(2.42%)	6.819	224 094(0.00%)	1 643.789	224 094(0.00%)	423.983
fl1400	20 127	20 610.1(2.40%)	10.301	20 127(0.00%)	47.848	20 127(0.00%)	16.574
rl1889	316 536	327 420.6(3.44%)	14.675	316 536(0.00%)	3 505.177	316 536(0.00%)	459.066

下面给出数据集 rl1889 的三种算法收敛分析结果, 图中纵坐标为 30 次重复相同迭代代数中最优蚂蚁(环路代价最小)的平均环路长度, 横坐标为迭代次数。另由于算法 1 与其他两种算法相比优化性能较差, 为能更好地反映算法 3 的收敛速度, 所以仅将算法 2 和算法 3 的收曲线整合在一个统计图中。收敛统计分析结果如图 1 所示。

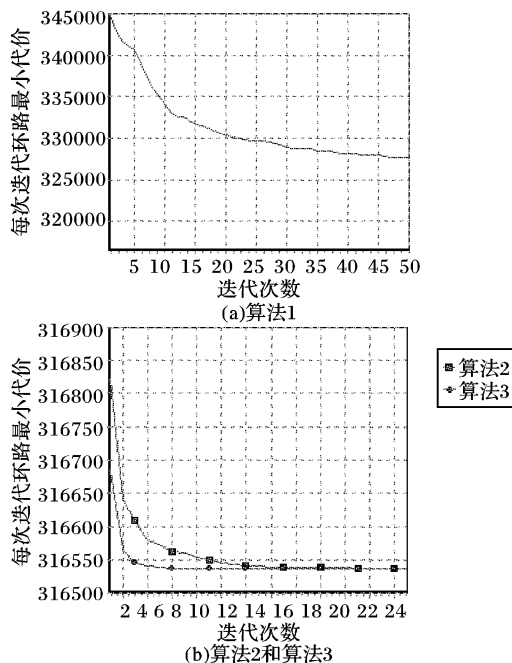


图 1 三种算法在 rl1889 上的收敛趋势

从上述实验情况来看, 使用 CLK 的两种混合蚁群算法在指定迭代次数内均求得问题的全局最优解, 而采用 3-Opt 的蚁群算法不能求得规模较大数据集的全局最优解。在采用 CLK 的两种混合蚁群算法中, 基于路径交换的混合蚁群算法求得全局最优解所花费时间较另一种混合算法更短, 收敛速度更快, 实验验证了本文提出的改进算法的有效性。

4 结语

通过分析及论证, 本文建立了用于规模在 2000 个城市以内 TSP 的混合蚁群算法, 通过在 ACO 中引入 CLK 作为局部优化算法, 并建立有效的 CLK 参照优化边集, 结合有效的路径交换策略, 加快了蚁群算法的收敛速度, 增强了蚁群算法的全局寻优能力。通过大量覆盖实验表明, 规模在 2000 以内的 TSPLIB 的 TSP 均能求得问题的全局最优解。

参考文献:

- [1] GAMBARDILLA L M, DORIGO M. Ant-Q: a reinforcement learning approach to the traveling salesman problem [C]// Proceedings of the 12th International Conference on Machine Learning. CA: Morgan Kaufmann, 1995: 252-260.
- [2] STUTZLE T, HOOS H H. MAX-MIN ant system and local search for the traveling salesman problem [C] // Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICEC'97). New York: IEEE Press, 1997: 309-314.
- [3] TSAI C F, TSAI C W. A new approach for solving large traveling salesman problem using evolution ant rules [C]// Neural Networks, IJCNN'02, Proceedings of the 2002 International Joint Conference, Honolulu: IEEE Press, 2002: 1540-1545.
- [4] LEE S G, JUNG T U, CHUNG T C. An effective dynamic weighted rule for ant colony system optimization [C]// Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation. New York: IEEE Press, 2001: 1393-1397.
- [5] 史忠植, 吴斌. 一种基于蚁群算法的 TSP 问题分段求解算法 [J]. 计算机学报, 2001, 24(12): 1328-1333.
- [6] BOESE K. Cost versus distance in the traveling salesman problem[R]. Technical Report, TR-950018, CS Department, UCLA, 1995.
- [7] University of Heidelberg. Traveling Salesman Problems Library [DB/OL]. [2006-11-07]. <http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/>.
- [8] DAVID A, ROBERT B, VASEK C. Concorde network optimization package [CP/OL]. [2006-11-07]. <http://www.tsp.gatech.edu/concorde/downloads/codes/src/co031219.tgz>.