

文章编号:1001-9081(2009)01-0071-03

## 利用移动最小二乘法实现图像变形

华顺刚, 刘婷

(大连理工大学 精密与特种加工教育部重点实验室, 大连 辽宁 116024)

(hsgang02@dlut.edu.cn; tracyliuting129@gmail.com)

**摘要:** 将移动最小二乘方法用于实现图像的变形操作, 提出了一种基于控制曲线集的移动最小二乘图像变形方法。根据图像的形状拓扑关系或轮廓信息设置点, 生成控制曲线, 移动控制曲线的方向和位置使图像产生变形, 生成图像的仿射变换、相似变换和刚性变换。实验表明, 该方法可以使图像产生平滑、真实的变形, 获得满意的效果。

**关键词:** 移动最小二乘法; 图像变形; 控制曲线集; 变形函数

**中图分类号:** TN911.73    **文献标志码:** A

### Study on image deformation based on moving least squares

HUA Shun-gang, LIU Ting

(Key Laboratory for Precision and Non-traditional Machining Technology of Ministry of Education,  
Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China)

**Abstract:** Using moving least squares, an image deformation method was proposed based on control curves. Firstly, control curves were created by setting key points according to shape information or topology relationship, and were moved to new positions. Then affine, similar and rigid transformations were computed to realize various image deformations using Moving Least Squares. Experiments show that image shape and outline information can be realized by this method and the deformation result is satisfactory and realistic.

**Key words:** Moving Least Squares (MLS); image deformation; control curves; deformation function

### 0 引言

图像变形技术是一种较流行的图像处理技术, 广泛的应用于动画、图像融合和医学图像处理等领域<sup>[1,2]</sup>。常见的图像变形算法包括网格变形算法、域变形算法和点变形算法等, 通过改变控制句柄(网格、特征线或特征点等)的方向和位置对图像进行操纵, 使图像产生连续、光滑、逼真的变形。

网格变形算法是在图像中选择若干特征控制点, 建立图像的特征网格模型, 通过改变图像上有限的控制点, 使图像的其余部分在某种规则的约束下自动调整, 同时保证改变控制点的位置仅影响该点附近的一个小区域的图像。文献[3-4]提出了基于网格的自由变形技术, 利用二维三次曲线参数化图像, 生成  $C^2$  连续变形函数。这种方法需要将网格线和参数化曲线的控制点对齐, 不方便操作。

域变形算法是利用起始图像和终止图像中有代表性的线段对来定义两幅图像间的特征坐标映射, 其他的点通过到线段的距离来确定对准关系。通常用逆向映射来估计图像变形, 依次扫描目标图像的每一个像素, 在原始图像中找出对应像素, 这样目标图像的每一个像素都会有适当的填充。这种方法<sup>[5]</sup>比网格法更富有表现力而且更加容易表达用户的设计思想。操作中只需要在起始图像和终止图像中的关键特征点处标定特征线对, 不必对非特征点进行标定, 即可产生相当不错的流畅渐变效果。

点变形算法是一种新的图像变形算法, 其变形函数完全建立在对离散特征点插值的基础上。通常图像对于特征的描述可归纳为点、线段或者曲线的集合。另一方面, 由于线段和

曲线都是由点组成的, 所以所有对于特征的描述可以完全统一为一个点集合。这样基于点特征的图像渐变增强了形状变化与交叉融合溶解度的控制, 利用非统一混和技术还可以产生不同混和率下的更加有趣的特技动画效果。文献[6]提出的基于点的图像变形技术, 将输入的图像进行三角剖分, 对一个未知数数量等于三角形顶点之和的线性方程组进行求解, 最大限度地减少了图像变形后的撕裂和扭曲, 同时使图像的变形尽可能地刚性。

文献[7]在 SIGGRAPH 上提出了一种基于移动最小二乘法(Moving Least Squares, MLS)的图像变形方法, 该方法利用控制点或控制直线段对图像进行变形, 分别对图像的仿射变换、相似变换和刚性变换进行了研究分析。但该方法没有考虑图像变形的形状拓扑学关系, 存在一定的局限性。本文提出了一种更加精确的图像变形方法: 基于曲线集的 MLS 图像变形方法。该方法可考虑图像的形状轮廓信息、可以有效地将图像的变形区域分割出来, 实现图像的真实感变形。

### 1 基于控制点集的 MLS 变形函数

可以将图像变形看成在变形函数  $f$  作用下由未变形图像映射到变形图像的过程, 将  $f$  作用于未变形图像上的每一个像素点  $v$ , 就可以得到变形后的图像。设  $s$  为变形前的控制点集合,  $d$  表示变形后控制点的集合, 根据文献[8]提出的 MLS 理论模型, 对于图像中的任一像素点  $v$ , 需要求出变形函数  $f$ , 使式(1)取得最小值:

$$\sum_i w_i |f(s_i) - d_i|^2 \quad (1)$$

其中:  $s_i$  和  $d_i$  为控制点集中像素点的坐标, 用行向量表示;  $w_i$

收稿日期: 2008-07-11; 修回日期: 2008-09-03。    基金项目: 辽宁省教育厅高校科研项目(2006B031)。

作者简介: 华顺刚(1964-), 男, 湖北宜昌人, 副教授, 博士, 主要研究方向: CAD、CG、图形图像处理; 刘婷(1983-), 女, 吉林长春人, 硕士研究生, 主要研究方向: 计算机图形学、图像处理。

为权重,表达式为  $w_i = \frac{1}{|s_i - v|^{2\alpha}}$ ;  $\alpha$  为调节变形效果的参数,本文中取值为 1。由于权重  $w_i$  的取值随着  $v$  在图像中取点的位置不同而变化,因此把这种方法称为移动最小二乘方法。当  $v$  取值为控制点  $s_i$  时,  $w_i$  趋近于无穷大,此时可定义  $f(s_i) = d_i$ ;若控制点坐标值不变,则定义  $f(s_i) = s_i = d_i$ 。

一般地,变形函数  $f(x)$  可以分为线性变换项和平移变换项,分别用  $M$  和  $T$  表示,则有:

$$f(x) = x M + T \quad (2)$$

将式(2)代入式(1),并求最小值,即对  $f$  的变量求导数且令其等于零,有:

$$T = \frac{\sum_i w_i d_i}{\sum_i w_i} - \left( \frac{\sum_i w_i s_i}{\sum_i w_i} \right) M \quad (3)$$

这样可得变形函数的一般形式:

$$f(x) = \left( x - \frac{\sum_i w_i s_i}{\sum_i w_i} \right) M + \frac{\sum_i w_i d_i}{\sum_i w_i} \quad (4)$$

在此基础上,式(1)可以改写为:

$$\sum_i w_i |\hat{s}_i M - \hat{d}_i|^2 \quad (5)$$

其中:  $\hat{s}_i = s_i - \frac{\sum_i w_i s_i}{\sum_i w_i}$ ,  $\hat{d}_i = d_i - \frac{\sum_i w_i d_i}{\sum_i w_i}$ , 注意到在 MLS 这个框架中,矩阵  $M$  可以视为一般化的仿射变换,包含了缩放、错切、旋转等变换成分。可以对这些成分进行组合分析,获得仿射变换、相似变换以及刚性变换情况的变形函数  $f^{[7]}$ 。

图 1 所示为基于控制点集的 MLS 图像变形效果示例。图 1(a)为一卡通人物原始图像,通过在图像中指定控制点,并移到新的位置对图像实施变形。各变形图像中,控制点的新位置为同一组数据,但变形效果却不同。图 1(b)示出了利用仿射变形函数计算生成的变形图像效果,图像中卡通人物的身体错切较严重,且具有非均匀缩放;图 1(c)示出了利用相似变形函数计算生成的变形图像效果,表明相似变换在保持原图像角度关系上的效果要优于仿射变换,但是同比例缩放在某些局部位置经常会产生不理想的效果,如在图像中卡通人物的右手的比例有些失真。图 1(d)示出了利用刚性变形函数计算生成的变形图像效果,同前两种方法相比,这种变形方法具有很强的真实感,能够使用户产生操纵真实物体的感觉。

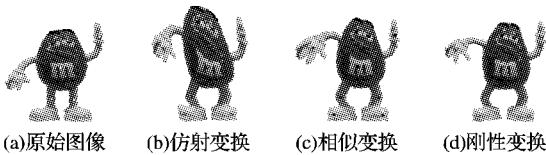


图 1 基于控制点集的 MLS 图像变形

## 2 基于控制曲线集的 MLS 图像变形

利用基于控制点集的 MLS 图像变形方法,对图 2 所示人物的脸部轮廓进行变形操作。图中将小孩的脸形变瘦,同时使嘴部形状发生变形。图 2(b)示出了利用基于控制点集的刚性变换变形后图像的效果,可以看到人物的脸部和嘴部轮廓变形不流畅,图像的真实感较差,表明该方法用于轮廓边缘

上的图像变形时存在不足。因此,基于上述研究,我们提出一种基于控制曲线集的 MLS 图像变形方法。将控制句柄由点集变为曲线集,使用曲线表示图像中的形状拓扑关系或轮廓信息,将曲线集作为控制句柄,对图像进行变形操作。由于考虑了图像中的形状、轮廓信息,可以达到更加精确的变形效果。图 2(c)所示为利用基于控制曲线集的图像变形方法的变形效果示例。图中对人物的脸部和嘴部轮廓进行了刚性变形实验。与图 2(b)相比,利用样条曲线可以表示出人物的轮廓,使得人物的脸部和嘴部变形光滑流畅。



图 2 两种图像变形方法比较

为较好地控制曲线经过的路径,本文使用三次样条曲线拟合方法生成控制曲线。三次样条曲线对控制点采用分段拟合,拟合的曲线可精确地通过控制点,并可实现在衔接处具有二阶连续。在图像中通过鼠标点击获得控制点。设给定  $n+1$  个有序控制点  $a_i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$  来生成曲线,分为  $n$  个小段。在每个小段内用三次样条曲线拟合,利用自由端点条件来生成三次样条曲线<sup>[9]</sup>,设  $s_i(t)$  为变形前第  $i$  段控制曲线,  $d_i(t)$  为变形后对应的第  $i$  段曲线,参变量  $t \in (0, 1)$ 。每个小段内用三次样条曲线拟合插值的参变量方程的矩阵表达为:

$$s_i(t) = [s_{ix}(t) \quad s_{iy}(t)] = \\ [t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1] \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_i \\ a_{i+1} \\ a'_i \\ a'_{i+1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中: $a_i$  和  $a_{i+1}$  分别为未变形图像中控制曲线每小段的起点和终点坐标; $a'_i$  和  $a'_{i+1}$  分别为起点和终点处的一阶导数值,可由自由端点条件求出。

对于  $d_i(t)$  同理有:

$$d_i(t) = [d_{ix}(t) \quad d_{iy}(t)] = \\ [t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1] \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i \\ b_{i+1} \\ b'_i \\ b'_{i+1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中: $b_i$  和  $b_{i+1}$  分别为变形后图像中控制曲线每小段的起点和终点坐标, $b'_i$  和  $b'_{i+1}$  分别为起点和终点处的一阶导数值。

根据式(6)和(7)可以生成自由端点条件下的三次样条曲线,这样可以分别生成控制曲线集  $S$  和  $D$ 。将控制曲线集  $S$  和  $D$  上的所有点对应,并作为控制点,利用基于控制点集的方法计算图像变形。但是这样计算量较大,本文中引入变量  $T$  表示样条曲线每个小段内的间隔数,在程序中通过控制该变量的取值来控制每小段内的计算精度。例如: $T$  取值为 5 时,表示每小段曲线分为 5 段,取六个点作为控制点,这样可以减少计算量,提高计算速度,同时实现图像变形的精确控制。

基于控制曲线集的图像变形方法具体步骤是:

- 1) 设置关键点,生成控制曲线集  $S$ ,表示出图像的轮廓或

形状;

- 2) 移动点,改变样条曲线的位置和方向,生成变形后的控制曲线集  $D$ ;
- 3) 通过计算将  $S$  和  $D$  上的控制点一一对应,生成控制点集;
- 4) 采用基于控制点集的方法计算图像变形;
- 5) 使用逆向映射方法生成变形图像。

图3所示为利用控制曲线集对图像进行变形操作计算生成的变形后的图像效果,将图像中的迪拜阿拉伯之星酒店向反方向倾斜,同时在高度上进行了缩小。相对于控制点,控制曲线能使图像的变形更加平滑、真实。

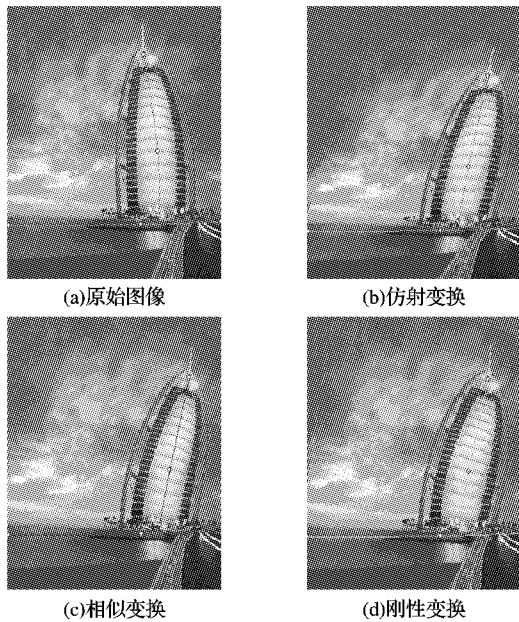


图3 基于控制曲线集的MLS图像变形

图4所示为对悉尼歌剧院的贝壳穹顶进行旋转变形的效果,图4(a)为原始图像,图4(b)示出了利用基于控制点集的刚性变换变形后的图像效果,可以看到由于贝壳穹顶发生旋转,图像中云彩的形状发生了扭曲,这并不是我们所期望的变形效果。图4(c)示出了在图中利用控制点生成两条控制曲线,图4(d)示出了利用基于控制曲线集的刚性变换变形后的图像效果,利用样条曲线将变形区域分割出来,从变形效果可以看出贝壳穹顶发生了旋转,邻近区域变形平滑,具有真实感。

### 3 结语

仿射变换用于图像变形会产生非均匀缩放和错切,相似变换的同比例缩放在某些局部位置则会产生不理想的效果,刚性变换有很强的真实感,使用户有操纵真实物体的感觉。

利用控制曲线集可以表示图像中的形状拓扑关系或轮廓信息,本文提出了基于控制曲线集的移动最小二乘图像变形

方法,进行了图像变形研究。生成新图像时,可以采用正向映射或逆向映射来实现,正向映射容易出现空洞和重叠现象。本文采用了逆向映射的方法,实现了基于控制曲线集的MLS图像变形,获得了较好的图像效果。

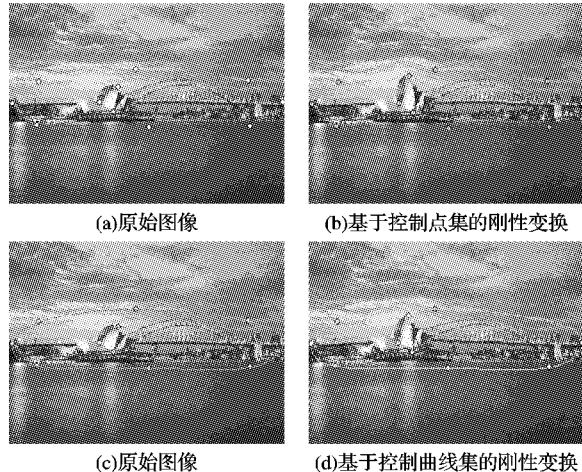


图4 两种变形方法图像变形效果比较

### 参考文献:

- [1] SMYTHE D B. A two-pass mesh warping algorithm for object transformation and image interpolation, TR 1030 [R]. ILM Computer Graphics Department. San Rafael, Calif, 1990.
- [2] WARREN J, JU T, EICHELE G, et al. A geometric database for gene expression data[ C]// Proceedings of the 2003 Eurographics/ ACM SIGGRAPH symposium on Geometry processing. New York: ACM International Conference Proceeding Series, 2003, 43: 166 – 176
- [3] SEDERBERG T W, PARRY S R. Free-form deformation of solid geometric models[ C]// Proceedings of ACM SIGGRAPH 1986. New York: ACM Press, 1986: 151 – 160
- [4] LEE S Y, CHWA K Y, SHIN S Y. Image metamorphosis using snakes and free-form deformations[ C]// SIGGRAPH '95: Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques. New York: ACM Press, 1995: 439 – 448.
- [5] BEIER T, NEELEY S. Feature-based image metamorphosis[ C]// SIGGRAPH '92: Proceedings of the 19th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. New York: ACM Press, 1995: 35 – 42.
- [6] IGARASHI T, MOSCOVICH T, HUGHES J F. As-rigid-as-possible shape manipulation[ J]. ACM Transactions on Graphics, 2005, 24 (3): 1134 – 1141.
- [7] SCHAEFER S, MCPHAIL T, WARREN J. Image deformation using moving least squares[ J]. ACM Transactions on Graphics, 2006, 25(3): 533 – 540.
- [8] LEVIN D. The approximation power of moving least squares[ J]. Mathematics of Computation, 1998, 67(224): 1517 – 1531.
- [9] 孙家广. 计算机图形学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.

(上接第62页)

- [3] 桂顶凤,陶剑峰. 数字图像中值滤波改进算法研究[J]. 武汉理工大学学报, 2004, 28(1): 103 – 105.
- [4] 谢杰成,张大力,徐文立. 小波图像去噪综述[J]. 中国图象图形学报, 2002, 7(3): 209 – 217.
- [5] 李弱程,罗建书. 小波分析及其应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.
- [6] 崔屹. 图像处理与分析——数学形态学方法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [7] 倪虹霞,胡巧多. 小波域中值滤波的图像去噪方法[J]. 大连铁道学院学报, 2006, 12(4): 35 – 37.
- [8] GONZALEZ R C, WOODS R E. 数字图像处理[M]. 阮秋琦, 阮宇智, 译. 电子工业出版社, 2007.