

文章编号:1001-9081(2008)06-1520-03

一种基于 LIP 的 PDE 图像复原新模型

蒋伟,胡学刚

(重庆邮电大学 计算机科学与技术学院,重庆 400065)

(jiangwei4504@126.com)

摘要:以对数图像处理(LIP)数学模型为基础,结合全变分(TV)图像复原方法,提出了一种新的图像复原模型,称之为 LIP_TV 模型。该模型弥补了经典图像复原方法的不足,并具有与人眼视觉特征相吻合的特点。实验表明,与经典图像复原方法相比,该模型不仅复原效果更好,而且能很好地保持图像的边缘纹理特征。

关键词:图像复原;对数图像处理数学模型;全变分方法

中图分类号: TP391 **文献标志码:**A

New image restoration model for PDE based on LIP

JIANG Wei, HU Xue-gang

(Department of Computer Science and Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: On the basis of Logarithmic Image Processing (LIP) mathematic model, and combined with Total Variation (TV) image restoration method, a new image restoration model was proposed, named LIP_TV. The model compensated the disadvantage of classical restoration methods, and it was also consistent with some characteristics of human brightness perception. The simulation shows that the new model can better restore image and maintain the edge texture characteristic of the image nicely.

Key words: image restoration; Logarithmic Image Processing (LIP) mathematic model; Total Variation (TV) method

0 引言

近年来,采用偏微分方程(Partial Differential Equation, PDE)方法对图像复原模型的研究在国内外形成了一个新的热点。迄今为止,人们已发现多种基于 PDE 的图像复原方法,如 P-M 方法^[1],高阶偏微分方法^[2]和全变分(Total Variation, TV)方法^[3]等。其中,P-M 方法通过随时间变化的更新,使得图像向所要得到的效果逐渐逼近。该类方法在确定扩散系数时有很大的选择空间,在前向扩散的同时具有后向扩散的功能。该方法虽然具有平滑图像和将其边缘尖锐化的能力,但经过多次迭代后,可能造成边缘的模糊甚至破坏。文献[2]提出四阶偏微分方程复原方法弥补了P-M方法的这些不足,该方法最大的优点就是用分段斜面来近似边界,从而消除了二阶非线性扩散方程所造成的阶梯现象,能得到与原图像更加逼近复原图像。但是,此模型对去除椒盐噪声效果不理想。TV 方法及其相关改进模型是目前图像复原中比较理想的方法,这是因为有噪声图像的全变分比无噪声图像的全变分明显大,最小化全变分可以消除噪声,达到图像复原的目的。该方法是源于约束最优化、能量最小化的,即将所研究的问题归结为一个泛函求极小值问题。

但无论是 P-M 复原方法、TV 复原方法,还是它们的一些改进方法,都有一个共同的弱点:复原出来的图像往往与人眼直接观察的图像差距较大。其原因在于上述方法都是假定人眼对不同灰度值的灵敏度是相同的,而实际则不然。例如,在数字图像处理中,两幅图像的灰度值直接相加有可能超出区间最大值,产生“超区间值”问题,而人眼视觉系统对此却不

能感知。也就是说传统意义上的“+”、“×”运算符有时不适用于一些实际的数字图像处理,且现有的图像处理技术有时与人眼所观察的目标存在一定的差距。为了解决这一问题,文献[4]提出对数图像处理(Logarithmic Image Processing, LIP)数学模型,该模型也定义了自己的加法、减法、乘法、微分、积分、卷积,以及傅里叶和小波变换等运算符。基于该模型的图像灰度值运算结果都在一定区间内,从而不会产生“超区间值”问题。随后,很多学者把 LIP 数学模型应用数字图像处理的各个领域,如:图像分割、图像增强等^[5]。

针对现有方法的不足,本文以 LIP 数学模型为基础,结合 TV 复原方法,提出一种新的图像复原模型,称为 LIP_TV 图像复原模型。实验结果表明,该方法不仅复原效果优于以往的方法,而且能很好地保持图像的边缘纹理特征。

1 预备知识

设 $f(x,y), g(x,y)$ 分别表示定义在非空区域 D 取值于 $[0,M)$ 内的两个灰度色调函数,这里 M 为图像的最大灰度值,本文取 $M = 256$ 。在 LIP 数学模型中,定义如下的加法和数乘运算。

1) “加法”运算:

$$f(x,y) \oplus g(x,y) = f(x,y) + g(x,y) - \frac{f(x,y)g(x,y)}{M} \quad (1)$$

该运算对应于图像处理中两幅图像的叠加操作,这种叠加的好处在于进行该操作后,像素的灰度值不会越界,具有封闭性,即 $\forall f(x,y) \in [0,M), g(x,y) \in [0,M)$, 都有 $f(x,y) \oplus$

收稿日期:2007-12-11。

基金项目:国家自然科学基金项目(10571126);重庆市自然科学基金项目(CSTC,2007BB2450)。

作者简介:蒋伟(1982-),男,重庆人,硕士研究生,主要研究方向:偏微分方程、数字图像处理; 胡学刚(1965-),男,重庆人,副教授,博士,主要研究方向:偏微分方程、数字图像处理。

$g(x, y) \in [0, M]$ 。且容易验证加法运算符“ \oplus ”满足交换律和结合律。

2) “数乘”运算:

$$\alpha \otimes f(x, y) = M - M \left[1 - \frac{f(x, y)}{M} \right]^\alpha \quad (2)$$

这里 $\alpha > 0$ 。数乘运算对应于图像处理中图像灰度值的放大或缩小操作,这种操作运算同样也能保证灰度值不越界,从而具有封闭性,即 $\forall f(x, y) \in [0, M], \alpha \in R^+$,都有 $\alpha \otimes f(x, y) \in [0, M]$ 。容易验证数乘运算符“ \otimes ”满足结合律和分配律。

为了使模型有良好的数学结构和性质,定义“负”操作运算符 \ominus :

$$\ominus f(x, y) = -M \frac{f(x, y)}{M - f(x, y)} \quad (3)$$

这样定义“减法”运算:

$$f(x, y) \ominus h(x, y) = M \frac{f(x, y) - h(x, y)}{M - h(x, y)} \quad (4)$$

显然,根据“负”操作运算的定义,将灰度色调的值域从 $[0, M]$ 扩展到 $(-\infty, M]$ 。但是,属于 $(-\infty, M]$ 区间的灰度色调仅具有数学意义,在基于 LIP 数学模型的图像处理中真正有意义的还是灰度色调在 $[0, M]$ 区间上的。

为了方便运算,文献[6]证明了灰度色调集 $G = (-\infty, M)$ 关于运算符 \oplus, \otimes 构成向量空间,且该向量空间与一维欧式空间 R 同构,即 $(G, \oplus, \otimes) \cong (R, +, \times)$,其中同构映射 φ 为:

$$\bar{f} = \varphi(f) = -M \ln \left(1 - \frac{f}{M} \right) \quad (5)$$

该同构映射能把有关 G 的带有特殊运算符的运算转换为普通运算。其逆映射为:

$$\varphi^{-1}(\bar{f}) = M(1 - e^{-\bar{f}/M}) \quad (6)$$

2 一种新的图像复原模型

设原始图像信号为 $u(x, y)$, 噪声信号为 $n(x, y)$, 加性噪声可以表示为:

$$u_0(x, y) = u(x, y) + n(x, y) \quad (7)$$

文献[3]认为有噪声图像的全变分显著大于无噪声图像的全变分,最小化全变分可以消除噪声,以达到图像复原的目的。我们不妨假设原始图像信号和噪声信号是相互独立的。设 $n(x, y)$ 为具有零均值、方差为 σ^2 的随机噪声。TV 模型可以表示为:

$$J[u(x, y)] = \int_{\Omega} |\nabla u| dx dy + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega} [u(x, y) - u_0(x, y)]^2 dx dy \quad (8)$$

其中,参数 λ 对复原起重要作用,它依赖于噪声水平。它是一个泛函求极值问题,即变分问题。随后给出了式(8)对应的欧拉-拉格朗日方程,即:

$$-\nabla \cdot \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \lambda(u - u_0) = 0 \quad (9)$$

其中, $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$ 为梯度算子。实际处理过程中,输入的图像为二维图像,计算机得到的是各个像素点的灰度值。为了对上述偏微分方程进行模拟,必须对图像的处理过程进行离散化。

首先对图像进行等间隔采样,设步长为 $h = 1$,令目标函数为 $u(i, j)$,其中 $u(i, j)$ 的 4 个邻域点位置的集合为 $w =$

$\{(i-1, j), (i, j-1), (i, j+1), (i+1, j)\}$ 。为了避免 $|\nabla u|$ 很小,引入一个很小的正数 ε ,使得 $|\nabla u| = \sqrt{\varepsilon^2 + |\nabla u|^2}$,只要 ε 充分小就不会影响到数字 TV 复原性能。令 $\frac{\nabla u}{|\nabla u|} = (v_r^1, v_u^1, v_d^1, v_l^1)$, 则 ∇ 的差分形式可表示为:

$$\nabla \cdot (v^1, v^2) = \frac{\partial v^1}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} \approx (v_r^1 - v_l^1) + (v_u^2 - v_d^2)$$

下面给出 $v_r^1, v_u^1, v_d^1, v_l^1$ 的差分表达式:

$$v_r^1 = \frac{[\frac{\partial u}{\partial x}]_r}{|\nabla u|_\varepsilon} \approx \frac{[u(i+1, j) - u(i, j)]}{|\nabla u|_\varepsilon}$$

$$v_u^1 = \frac{[\frac{\partial u}{\partial x}]_l}{|\nabla u|_\varepsilon} \approx \frac{[u(i, j) - u(i-1, j)]}{|\nabla u|_\varepsilon}$$

$$v_u^2 = \frac{[\frac{\partial u}{\partial y}]_u}{|\nabla u|_\varepsilon} \approx \frac{[u(i, j+1) - u(i, j)]}{|\nabla u|_\varepsilon}$$

$$v_d^1 = \frac{[\frac{\partial u}{\partial y}]_d}{|\nabla u|_\varepsilon} \approx \frac{[u(i, j) - u(i, j-1)]}{|\nabla u|_\varepsilon}$$

则有:

$$-\nabla \cdot \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|_\varepsilon} \right) = -(v_r^1 - v_l^1) - (v_u^2 - v_d^2) = \sum_{p \in w} \frac{[u(i, j) - u(p)]}{|\nabla u_p|_\varepsilon} \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)进行整理得:

$$u(i, j) = \frac{\sum_{p \in w} \frac{1}{|\nabla u_p|_\varepsilon} u(p) + \frac{\lambda}{\sum_{p \in w} \frac{1}{|\nabla u_p|_\varepsilon} + \lambda} u_0(i, j)}{\sum_{p \in w} \frac{1}{|\nabla u_p|_\varepsilon} + \lambda} \quad (11)$$

从式(11)不难看出, λ 可以适当的选取。下面将推导 $|\nabla u_p|_\varepsilon$ 的 LIP 模型表达式。

$$|\nabla u|_\varepsilon = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \quad (12)$$

像素点 (x, y) 处的 u_x 和 u_y 分别离散化为:

$$u_x = u(i+1, j) - u(i, j) \quad (13)$$

$$u_y = u(i, j+1) - u(i, j)$$

于是梯度的大小为:

$$|\nabla u| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{[u(i+1, j) - u(i, j)]^2 + [u(i, j+1) - u(i, j)]^2} \quad (14)$$

受 LIP 模型理论的启发,在式(13)中用 \oplus, \ominus, \otimes 运算符替换普通的 $+, -, \times$ 运算符,得到如下的新算子,称为 LIP-gradient 算子。

在这里,取向前差分来近似计算 u_x 和 u_y (向后差分同样可作类似计算),如图 1 所示。

$$\begin{cases} u_x = u(i+1, j) \ominus u(i, j) \\ u_y = u(i, j+1) \ominus u(i, j) \end{cases} \quad (15)$$

使用同构映射 ψ 的定义,将式(15)代入式(5)得:

$$\begin{cases} \psi(u_x) = -M \ln \frac{u_2}{u} \\ \psi(u_y) = -M \ln \frac{u_3}{u} \end{cases} \quad (16)$$

然后使用逆映射 ψ^{-1} 的定义, 将式(16)代入式(6)得:

$$\begin{cases} u_x = \psi^{-1}(\psi(u_x)) = M - M \frac{u_2}{u} \\ u_y = \psi^{-1}(\psi(u_y)) = M - M \frac{u_3}{u} \end{cases} \quad (17)$$

结合式(14)与式(17), 整理最终得到梯度的大小为:

$$|\nabla u| = M \sqrt{\left(1 - \frac{u_2}{u}\right)^2 + \left(1 - \frac{u_3}{u}\right)^2} \quad (18)$$

从式(18)不难看出, 像素点灰度值变化较大处(边缘轮廓处)梯度较大, 这样可以锐化图像边缘轮廓; 像素值变化较小(图像内部)梯度较小, 这样可以平滑图像。

在式(11)中, 令:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\sum_{p \in w} \frac{1}{|\nabla u_p|}}{\sum_{p \in w} \frac{1}{|\nabla u_p|} + \lambda} \\ \beta = \frac{\lambda}{\sum_{p \in w} \frac{1}{|\nabla u_p|} + \lambda} \end{cases} \quad (19)$$

因为参数 λ 对平衡去噪和平滑起重要作用, λ 的选取将直接影响复原效果, 因此 λ 对于复原效果很重要。由于要使 LIP 模型具有意义, 从式(19)可以看出, $\lambda \geq 0$ 。当 $\lambda = 0$ 时, 式(9)与 $u_0(x, y)$ 无关, 不满足复原要求。当 $\lambda = \infty$ 时, 由式(9)可知, 恢复的图像将精确满足 $u(x, y) = u_0(x, y)$, 图像会剧烈震荡。所以 λ 的选取不能太大也不能太小。将式(9)两边同时乘以 $u - u_0$, 然后在整个图像区域 Ω 上积分, 得:

$$\lambda = \frac{1}{|\Omega| \cdot \sigma^2} \int_{\Omega} \nabla \cdot \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) (u - u_0) dx dy \quad (20)$$

其中 σ^2 是噪声的方差。从式(20)不难看出, λ 与 σ^2 成反比。

于是, 把式(19)代入式(11), 化简得:

$$u = \alpha u(P) + \beta u_0 \quad (21)$$

其中, $\alpha > 0, \beta > 0, \alpha + \beta = 1$ 。

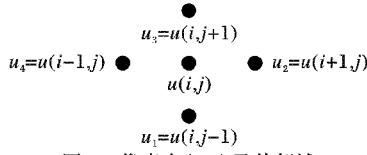


图 1 像素点 (i, j) 及其邻域

3 新算法与经典算法实验结果对比

以 cameraman 和 rice 图像为例, 加噪图像是带有高斯噪声的图像。对上述算法用 Matlab7.0 进行计算机仿真。迭代次数取为 40 次, 从图 2、3 可以看出, LIP_TV 模型效果非常明显, 不但能够较好地复原, 而且能够很好地保留图像原有的边缘和纹理等特征, 比经典的滤波复原方法更有效。

常用的图像复原客观评价标准是均方差(Mean Square Error, MSE)和峰值信噪比(Peak Signal Noise Ratio, PSNR), 其中峰值信噪比最为常用:

$$MSE = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{0 \leq i < M} \sum_{0 \leq j < N} (\bar{u}(i, j) - u(i, j))^2$$

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{M \cdot N}{MSE}$$

式中, $\bar{u}(i, j)$ 是待复原图像; $u(i, j)$ 是原始图像; M 和 N 分别是图像的长和宽。由此, 对图像复原方法的评价可以转化为对处理后的图像的质量的评价。下面以 rice 图像为例, 取 σ^2 不同的值来进行实验, 结果如表 1。

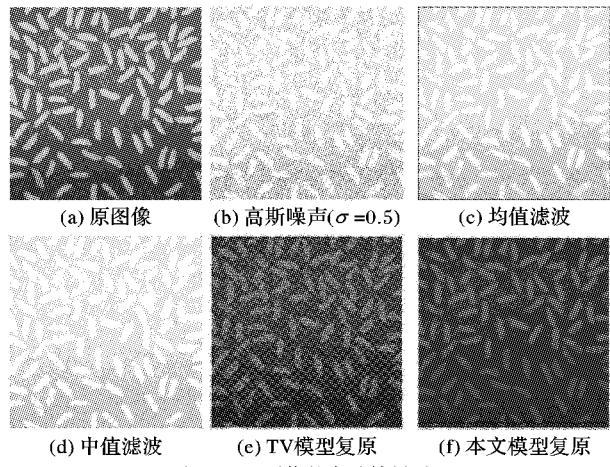


图 2 rice 图像的实验结果对比

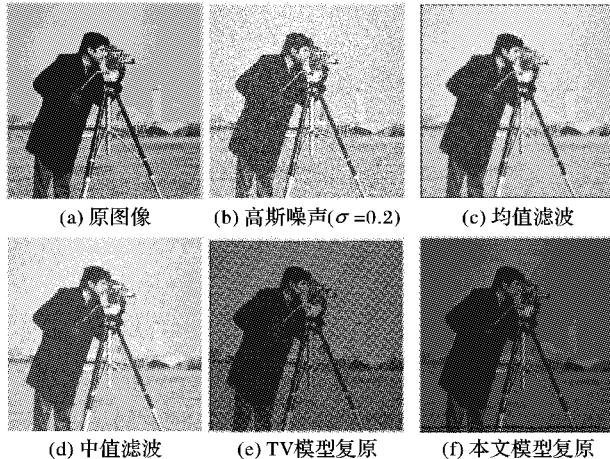


图 3 cameraman 图像的实验结果对比

表 1 实验结果(PSNR 对比表) dB

σ^2	本文模型 (LIP_TV)	TV 模型	均值滤波	中值滤波	待复原图像
0.05	41.9211	40.9914	26.7438	26.7586	26.7743
0.10	40.5677	39.5820	25.4774	25.4590	25.4830
0.20	39.3901	38.4480	24.2933	24.3039	24.3066
0.40	39.1340	38.1734	24.0323	24.0365	24.0493
0.80	39.1340	38.1734	24.0314	24.0355	24.0484

文献[7]提出, 计算被污染图像和复原处理后图像的 PSNR, 如果二者的值相差较大, 则说明处理效果好; 反之, 则处理效果不好。从表 1 不难看出, TV 模型结果中的 PSNR 与待复原图像的 PSNR 之差比中值滤波(均值滤波)与待复原图像的 PSNR 之差大得多, 这正说明了 TV 模型复原效果要远强于经典的中值滤波和均值滤波。LIP 数学模型的封闭性很好地解决了图像复原迭代过程中的越界问题, 从而减小舍入误差。从表中不难看出, 本文模型(LIP_TV 模型)比 TV 模型复原效果更好。随着噪声的加强的过程中, 均值滤波和中值滤波结果的 PSNR 与待复原图像的 PSNR 之差很小, 几乎没起到复原的作用。而在此过程中, LIP_TV 模型仍然有较好的复原效果。

(下转第 1526 页)

表 1 SVM 多类分类器训练和测试

	输入样本数			输出样本数		
	文本区	规则区	不规则区	文本区	规则区	不规则区
训练集	100	100	100	96	104	100
测试集	300	300	300	283	311	306

表 2 算法性能分析

方法	SVM 训练样本数	准确率/%	检出率/%	综合性能/%
Cluster + edge + SVM	200	72	79	75
RGB Grade + Direction + MSVM	200	83	84	83
Cluster + edge + SVM	400	78	82	80
RGB Grade + Direction + MSVM	400	84	84	84

5 结语

结合 RGB 亮度分级和方向密度的无监督文本定位方法采用亮度分级机制有效地克服了传统颜色聚类方法的聚类数目选择问题,在此基础上的方向密度算法将误判区域约束在大对比度不规则区和一定对比度的规则区两种情况下;同时,由于 SVM 多类分类器的引入,大大简化了训练样本集的选择,也降低了 SVM 分类器的训练难度。实验表明,新方法对文字尺寸、观察角度和光照条件有一定的适应性,在文字与背景对比度较大的情况下具有很高的准确性。

参考文献:

- [1] WANG KONG-QIAO, KANGAS J A. Character location in scene images from digital camera [J]. Pattern Recognition, 2003, 36 (10): 2287 - 2299.
- [2] ZHANG DONG-QING, CHANG S-F. Learning to detect scene text using a higher-order MRF with belief propagation [C]// Proceedings of the 2004 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshop (CVPRW'04). Washington: IEEE Computer Society, 2004, 6: 101 - 107.
- [3] KIM K C, BYUN H R, SONG Y J, et al. Scene text extraction in natural scene images using hierarchical feature combining and verification [C]// Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'04). Cambridge: IEEE Computer Society, 2004, 2: 679 - 682.
- [4] LIU CHUN-MEI, WANG CHUN-HENG, DAI RU-WEI. Text detection in images based on unsupervised classification of edge-based features [C]// Proceedings of the 2005 International Conference on Document Analysis and Recognition (ICDAR'05). 2005: 610 - 614.
- [5] CHUN B T, BAE Y, KIM T Y. Automatic text extraction in digital videos using FFT and neural network [C]// Proceedings of the IEEE International Fuzzy Systems Conference. Washington: IEEE Press, 1999, 2: 1112 - 1115.
- [6] KIM K I, JUNG K, KIM J H. Texture-based approach for text detection in images using support vector machines and continuously adaptive mean shift algorithm [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(12): 1631 - 1639.
- [7] JEONG K, JUNG K, KIM E Y, et al. Neural network-based text location in color images [J]. Pattern Recognition Letters, 2001, 22 (14): 1503 - 1515.
- [8] WEINMAN J, HANSON A, McCALLUM A. Sign detection in natural images with conditional random fields [C]// Proceedings of IEEE International Workshop on Machine Learning for Signal Processing. Washington: IEEE Press, 2004: 549 - 558.
- [9] MANCAS-THILLOU C, GOSSELIN B. Color text extraction from camerabased images-the impact of the choice of the clustering distance [C]// Proceedings of the International Conference Document Analysis Recognition. Washington: IEEE Press, 2005: 312 - 316.
- [10] XU YANG, ZHANG XUE-DONG. Gabor filterbank and its application in the fingerprint texture analysis [C]// Proceedings of the Sixth International Conference On Parallel and Distributed Computing, Applications and Technologies (PDCAT'05). Washington: IEEE Press, 2005: 829 - 831.
- [11] FIELD D J. Relation between the statistics of natural images and the response properties of cortical cells [J]. Journal of the Optical Society of America A, 1987, 4(12): 2379 - 2394.
- [12] YAO PENG, LI JUN, YE XUE-YI, et al. Iris recognition algorithm using modified log-gabor filters [C]// Proceeding of the 18th International Conference on Patter Recognition (ICPR'06). Washington: IEEE Computer Society, 2006, 4: 461 - 464.
- [13] CHANG C-C, LIN C-J. LIBSVM: A library for support vector machines [EB/OL]. (2001-06-19/2006-03-10) [2007-11-25]. <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm/>.
- [14] EZAKI N, KIYOTA K, MINH B T, et al. Improved text-detection methods for a camera-based text reading system for blind persons [C]// Proceedings of the Eighth International Conference on Document Analysis and Recognition (ICDAR 2005). Washington: IEEE Computer Society, 2005: 257 - 261.
- [15] EZAKI N, KIYOTA K, MINH B T, et al. Text detection from natural scene images: towards a system for visually impaired persons [C]// Proceedings of 17th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'04). Cambridge: IEEE Computer Society, 2004, 2: 683 - 686.

(上接第 1522 页)

4 结语

LIP 数学模型与图像复原相结合,还很少有人应用,并且尚未见到采用基于 LIP 的 TV 方法对图像复原模型的研究。本文以 LIP 数学模型为基础,结合 TV 复原方法,介绍了基于 LIP 的图像复原新模型。该模型弥补了经典图像复原方法的不足,并具有与人眼视觉特征相吻合的特点。实验证明,与经典的图像复原方法相比,这种方法不仅复原效果更好,而且能很好地保持图像的边缘纹理特征。但该模型也有不足之处,它在计算复杂度上没有优势,当待复原图像本身像素较大时,复原效果不很理想,所以提高该模型的计算效率是下一步所要研究的问题。

参考文献:

- [1] PERONA P, MALIK J. Scale-space and edge detection using an isotropic diffusion [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and

Machine Intelligence, 1990, 12(7): 629 - 639.

- [2] YOU YU-LI, KAVEH M. Four-order partial differential equations for noise removal [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(10): 1723 - 1729.
- [3] RUDIN L, OSHER S, FATEMI E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. Physica D, 1992, 60: 259 - 268.
- [4] JOURLIN M, PHINOLI J C. A model for logarithmic image processing [J]. Microsc, 1988, 149: 22 - 35.
- [5] DENG GUANG, PINOLI J-C. Differentiation-based edge detection using the logarithmic image-processing model [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 1998, 8(2): 161 - 180.
- [6] PINOLI J C. Modelisation, & traitement des image logarithmiques: Theorie and applications fondamentales, Report No. 6 [R]. University of Saint-Etienne: Department of Mathematics, 1992.
- [7] ALVAREZ L, LIONS P L, MOREL J M. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion: II [J]. SIAM Journal of Numerical Analysis, 1992, 29(3): 845 - 866.