

基于双层优化的非线性系统多模型建模方法

邵 雷,雷虎民,赵宗宝

(空军工程大学 导弹学院,陕西 三原 713800)

(shaoleijing@126.com)

摘 要:针对非线性系统的建模问题,借鉴种群划分和递阶进化的思想,设计了一种基于双层优化的多模型建模方法。该方法将多模型建模问题转化为一个双层优化问题,在上层采用多个种群对多模型的区域进行优化划分,在下层采用多个个体微粒对各个局部模型的参数进行寻优,从而有效避免了多个参数同时优化带来的局部最优问题。最后,通过微粒群优化算法对其进行求解,并通过一个仿真算例验证了该建模方法的有效性。

关键词:双层优化;微粒群算法;混合逻辑模型;多模型;优化建模

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Bilevel optimization based multi-model modeling method for nonlinear systems

SHAO Lei, LEI Hu-min, ZHAO Zong-bao

(Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan Shaanxi 713800, China)

Abstract: With reference to the multi-species partition and the hierarchy evolutionary, a bilevel optimization based multiple-model modeling method was introduced to deal with the modeling problem of nonlinear systems. The multiple-model modeling problem was transformed to a bilevel optimization problem, with the optimal partition being realized by means of the multi-species at the upper levels, and the parameters of each local model in the species being optimized at the lower levels, which effectively avoided the local minimum problem caused by the simultaneous optimization of multiple parameters. Finally, the Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm was employed to solve the problem, and a simulation example indicated the effectiveness of the proposed modeling method.

Key words: bilevel optimization; Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm; mixed logical model; multiple models; optimization modeling

0 引言

多模型、切换和调整的思想由文献[1]提出后,在接下来的研究中建立了基于多模型、切换和调整的控制系统的一般理论框架,同时给出了稳定性证明^[2]。近年来,解决常规自适应控制中模型参数突变问题的一种行之有效的方法就是基于多模型控制的思想,对被控对象建立多个模型并覆盖其模型不确定性,进而基于指标切换函数设计多模型自适应控制器,这一思想在一定程度上能较好地解决自适应控制过程中的模型参数突变问题。但是,采用这种控制方法往往都需要用到大量的模型来实现对参数空间的覆盖,而采用大量的模型必然会导致系统的计算量增大、动态响应速度变慢,甚至也有可能导致切换时模型之间的竞争,引起控制系统不稳定。如何采用最少的模型来覆盖最大的参数空间一直是多模型自适应控制研究中的一个难点问题。

本文借鉴生态学中种群划分和递阶进化的思想^[3],设计了一种分层优化算法,将优化建模问题分解为区域划分优化层与参数优化层两个层次,利用两个层次进化周期的差异进行双层优化,从而避免了优化建模过程中所有参数同时优化所带来的易陷入局部最优的问题。

1 非线性系统的线性多模型描述

考虑非线性离散系统 Σ :

$$\Sigma: y(k+1) = f(y(k), u(k)) \quad (1)$$

其中, k 为离散时间的序号; $u(k) \in \mathbf{R}^m$, $y(k) \in \mathbf{R}^l$ 分别为系统状态、控制输入和控制输出向量,且受到约束 $u(k) \in U$, $y(k) \in Y$ 。

若选定 S 个输入值 $u_0 \leq \dots \leq u_{S-1}$, 且相应的平衡点 (u_i, y_i) 存在, 则通过雅可比线性化方法可以得到原非线性系统的 S 个线性化模型表示^[4-5], 其中:

$$\Sigma_i: y(k+1) = A_i y(k) + B_i u(k) - b_i \quad (2)$$

而且, $u_i - \alpha_i \leq u \leq u_i + \alpha_i$, $y_i - \beta_i \leq y \leq y_i + \beta_i$ 。

一般地, 对于非线性系统, 其输入输出特性在一定的范围内可以被认为是线性或弱线性的, 但是超出了一定范围, 过程的特性将发生显著变化, 必须使用新的线性模型来描述。这种由连续变量变化而引起的从量变到质变的变化过程, 可以通过逻辑变量将过程的定性定量信息有机地关联起来。基于这个思想, 建立如下基于混合逻辑的混合线性多模型:

$$y(k+1) = \sum_{i=0}^{S-1} (A_i y(k) + B_i u(k) - b_i) \delta_i \quad (3)$$

其中, 当 $u_i + \alpha_i \leq u \leq u_{i+1} + \alpha_{i+1}$ 而且 $y_i + \beta_i \leq y \leq y_{i+1} + \beta_{i+1}$ 时, $\delta_i = 1$; 否则 $\delta_i = 0$ 。

2 双层优化多模型建模算法

2.1 基本微粒群算法介绍

基本微粒群 (Particle Swarm Optimization, PSO) 算法^[6-8]将每个个体看作是 D 维搜索空间中的一个没有体积的微粒,

收稿日期: 2008-11-27。 基金项目: 总装备部武器装备预研基金资助项目 (9140A04050407JB3201)。

作者简介: 邵雷 (1982-) 男, 湖北天门人, 博士研究生, 主要研究方向: 多模型自适应控制、飞行器制导与控制; 雷虎民 (1960-) 男, 陕西合阳人, 教授, 博士生导师, 博士, 主要研究方向: 飞行器制导与控制; 赵宗宝 (1962-) 男, 陕西高陵人, 讲师, 硕士, 主要研究方向: 信号处理。

在搜索空间中以一定的速度飞行,这个速度根据它本身的飞行经验以及同伴的飞行经验进行动态调整。第 i 个微粒表示为 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$, 它经历过的最好位置记为 $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$, 也称为 p_{best} 。群体所有微粒经历过最好位置的索引号用符号 g 表示,即 g_{best} 。微粒 i 的速度用 $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$ 表示。对每一代,其第 j 维 ($1 \leq j \leq D$) 根据如下方程变化:

$$v_{ij}(t+1) = wv_{ij}(t) + c_1r_{1i}(p_{ij}(t) - x_{ij}(t)) + c_2r_{2i}(p_{gj}(t) - x_{ij}(t)) \quad (4)$$

$$X_{ij}(t+1) = X_{ij}(t) + v_{ij}(t+1) \quad (5)$$

其中: w 为惯性权重, c_1 和 c_2 为加速常数, r_{1i} 和 r_{2i} 为两个在区间 $[0,1]$ 内的随机函数。

为了摆脱局部最优点的吸引,保证收敛到全局最优,文献[9]提出了一般收敛 PSO(GCPSO),对基本的 PSO 算法进行了如下改进:

令 X_T 是全局最优微粒,则 X_T 的速度和位置更新方式定义为:

$$v_{Tj}(t+1) = -x_{Tj}(t) + p_{gj}(t) + wv_{Tj}(t) + \beta(t)(1 - 2r_2(t)) \quad (6)$$

$$x_{Tj}(t+1) = p_{gj}(t) + wv_{Tj}(t) + \beta(t)(1 - 2r_2(t)) \quad (7)$$

其中: $-x_{Tj}(t)$ 项将微粒的位置进行了重置; $wv_{Tj}(t)$ 项隐含了重新搜索的方向; $\beta(t)(1 - 2r_2(t))$ 项保证了重新搜索时微粒的速度不为零。

2.2 双层优化建模算法

采用微粒群优化算法对非线性系统进行优化建模的目标是最大化模型逼近度,同时最小化子模型的数量。为此,采用如下多目标性能指标:

$$\min f_1 \text{ and } \min f_2 \quad (8)$$

其中: $f_1 = S$ 表示模型的数量; $f_2 = \ln(e)$ 反映模型的建模逼近度, f_2 越小逼近度越高, $e = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_{oi} - y_i)^T (y_{oi} - y_i)$ 表示模型输出与样本的拟合程度; S 为最大模型数; N 为样本数。

该优化问题的求解,是一个非常复杂的二次规划问题(Quadratic Programming, QP)问题。为了避免所有参数同时优化所带来的局部最优问题,借鉴递阶进化思想和生态学的种群划分思想,本文设计出了一种分层优化算法。该算法利用进化周期的不同,将优化问题分为两层:在第一层,采用 S 个种群分别表示 S 个模型的边界,每一个种群可以由一个唯一的标识 δ_i 表示;在第二层,根据第一层边界划分的结果,针对每一个种群采用 m 个个体微粒对该种群内的局部模型参数进行优化。其基本原理如图 1 所示。

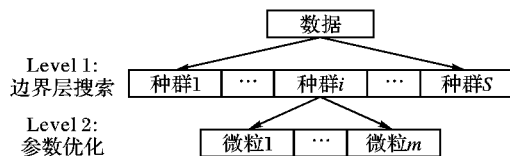


图1 双层优化原理

基于上面的思想,具体优化策略如下。

1) 编码。初始化局部模型的数量 S , 对具有 S 个局部模型的多模型系统,每一个局部模型可以表示为微粒: $X_{ij} = \{\delta_i, A_{ij}, B_{ij}, b_{ij}, \alpha_i, \beta_i\}$ 。其中, $i = 1, 2, \dots, S$ 表示第 i 个种群; $j = 1, 2, \dots, m$ 表示第 i 个种群中的第 j 个微粒。 δ_i 以及 α_i, β_i 按照式(3)的方法唯一确定种群 i 。

2) 初始化。为保证初始化的种群均匀分布在解空间,采用 Faure 序列产生均匀分布在 $(0,1)$ 区间的 $S-1$ 个随机数,

并对其进行从小到大排序得到序列 $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{S-1}$ 。然后按照如下方式初始化种群划分:

$$\alpha_i = \min(u) + \delta_i(\max(u) - \min(u))$$

$$\beta_i = \min(y) + \delta_i(\max(y) - \min(y))$$

在每个种群内随机产生 3 ~ 5 个个体微粒的初始位置和相应的初始飞行速度。

3) 第二层种群内微粒的进化。根据种群的划分,在种群内部利用 PSO 算法对局部模型的参数进行寻优。个体微粒 X_i 的位置以及速度按照如下的方式更新:

a) 当 X_i 不是当前最优微粒时,分别采用式(4)、(5)对速度与位置进更新;

b) 当 X_i 为当前最优微粒时,分别采用式(6)、(7)对速度与位置进更新。

4) 第一层种群进化。于种群的进化要比个体微粒的进化漫长得多,因而其进化周期可以用个体微粒进化的整数倍表示。如果到达进化周期,则采用第 3) 步中的进化方法对种群的划分进行更新。若种群进化后发生区域交叉,即种群的位置经过更新以后 $u_i + \alpha_i \geq u_{i+1} + \alpha_{i+1}$ 或 $y_i + \beta_i \geq y_{i+1} + \beta_{i+1}$, 则说明这两个线性模型很相似,应该合并为一个模型,模型总数应减 1。鉴于对模型数量的寻优处理,在目标函数 f_1 的优化过程中进行,为了简便处理,对 α_i 与 α_{i+1} 进行重新赋值,令 $\alpha_i = \alpha_{i+1} = (u_{i+1} - u_i)/2$; 若 y_i 发生交叉,也进行同样的处理。

5) 按照目标函数 f_2 评价各个微粒的适应值。

6) 检验停止条件。

以种群的成熟与否作为进化种群的停止条件,并采用两次种群层进化操作间该种群中最优个体微粒适应值的提高效率来表示,表示方法如下:

$$E(t) = (f_{2,\max}(t) - f_{2,\max}(t - T)) / f_{2,\max}(t)$$

其中, $f_{2,\max}(t)$ 表示进化到第 t 代时该种群中最优个体微粒的适应值。

取小正数 ε 作为提高效率的阈值,若 $E(t) > \varepsilon$ 则表明该种群具有较强的进化能力,该种群未达到成熟;反之,则认为该种群达到成熟。

基于上述思想,采用如下的算法停止条件:

a) 若种群未达到成熟条件,则转到第 3) 步继续搜索;

b) 若 $E(t) \leq \varepsilon$, 则停止并转到第 7) 步;

c) 若达到最大迭代次数,则停止。

7) 令 $f_1 = S - 1$, 转到第 1) 步重新开始搜索。

3 仿真算例

考虑如下非线性系统:

$$y(k) = 0.5y(k-1) + \sin(y(k-1)) + 0.3u(k-1) + 0.3u(k-1)y(k-1) + 0.5u(k-2)^2$$

其中, $-0.5 \leq u(t) \leq 0.5$ 。

在进行优化时,根据非线性系统按照如下格式抽取 10000 组输入输出数据对: $[u(t), y(t), y(t+1)]$ 对非线性系统进行优化建模。建模时,根据式(3)建立线性子模型。在进行寻优时,初始子模型最大数量为 $S = 30$, 初始值选择 10 个微粒对种群划分进行搜索,每个种群内微粒的数量为 $m = 5$, 每次迭代的最大代数设置为 200 代,种群更新周期为 $T = 10$, 参数 $c1 = 2, c2 = 1, w = 0.5, r1, r2$ 为相应维数并在区间 $[0,1]$ 变化的随机数。经过优化建模,达到最终停止条件后,得到 $S = 12$ 以及每一个子模型的相应参数如表 1 所

示,其中, i 表示第 i 个子模型, A_i, B_i, b_i 分别为第 i 个子模型的参数, $(u_i + \alpha_i, u_{i+1} + \alpha_{i+1})$ 为第 i 个子模型所对应的输入范围。图 2 为达到停止条件后建模输出与输入样本数据之间的误差曲线,从误差曲线可以看出,采用本文提出的方法对非线性系统进行建模时,优化模型具有较高的建模精度。

表 1 各个子模型建模参数

i	A_i	B_i	b_i	$(u_i + \alpha_i, u_{i+1} + \alpha_{i+1})$
1	0.573 8	0.579 9	0.926 1	(-0.500 0, -0.490 8)
2	0.952 8	0.184 6	0.152 9	(-0.490 8, -0.364 5)
3	0.855 4	0.103 7	0.264 9	(-0.364 5, -0.208 3)
4	0.946 1	-0.003 4	0.090 0	(-0.208 3, -0.125 0)
5	0.972 8	0.036 3	0.054 0	(-0.125 0, -0.041 7)
6	0.996 5	-0.023 1	-0.000 5	(-0.041 7, 0.041 7)
7	0.814 2	0.408 5	0.351 8	(0.041 7, 0.125 0)
8	1.016 8	0.025 4	-0.033 5	(0.125 0, 0.208 3)
9	0.927 7	-0.004 7	0.161 0	(0.208 3, 0.291 7)
10	0.764 7	0.587 7	0.334 2	(0.291 7, 0.375 0)
11	0.305 0	1.157 1	1.175 0	(0.375 0, 0.466 3)
12	0.210 1	0.751 2	1.585 4	(0.466 3, 0.500 0)

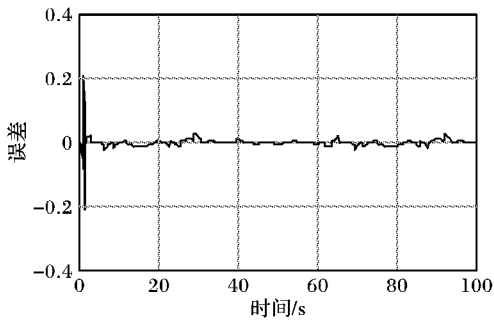


图 2 建模误差

为了验证非线性系统多模型建模的建模效果,采用输入 $u(t) = 0.5\sin(t/10)$ 分别对原非线性系统模型与建模后的模型进行激励,并对其输出进行比较如图 3、4 所示,其中图 3 为输出对比曲线,图 4 为两者之间的输出误差曲线。从中可以看出,本文提出的建模方法对这一类非线性系统具有较好的拟合程度,这表明模型很好地逼近了系统的非线性特性,建模后多线性模型的输出能够较好地匹配原非线性系统。其建模均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)为 0.079 3,优于文献[11]中的局部化技术建模方法,如表 2 所示。

表 2 建模方法比较

算法	局部模型个数	RMSE
文献[11]中的	24	0.091 6
局部化技术	15	0.094 3
本文方法	12	0.079 3

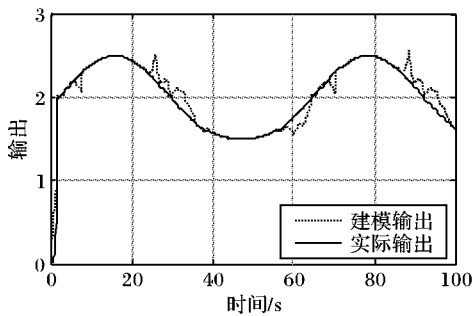


图 3 建模输出与实际输出对比曲线

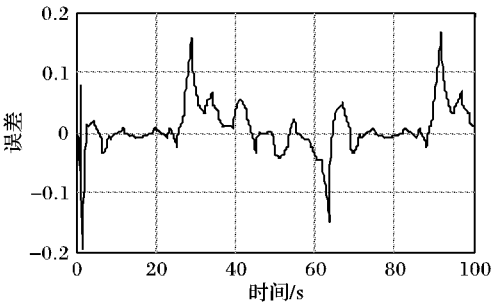


图 4 建模输出与实际输出的误差曲线

4 结语

在多模型自适应控制中,模型太少不能保证计算精度,模型太多又会增加计算量,甚至可能使得控制效果恶化,如何采用最少的模型来覆盖最大的参数空间一直是多模型自适应控制中的一个难点问题。本文基于双层优化策略,采用微粒群优化算法对非线性系统进行优化建模,为避免所有参数同时辨识带来的局部最优问题,将优化问题分解为两个层次,上层对每一个子模型的工作区域进行分割,下层对每一个子模型的参数进行优化。该方法可以为多模型自适应控制中的一个关键问题——“模型集的建立与优化”提供一条可行的实施途径。

参考文献:

[1] NARENDRA K S, BALAKRISHNAN J. Improving transient response of adaptive control systems using multiple models and switching [C]// Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control. Washington, DC: IEEE Press, 1993, 2: 1067-1072.

[2] NARENDRA K S, BALAKRISHNAN J. Adaptive control using multiple models [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1997, 42(2): 171-187.

[3] BRITS R, ENGELBRECHT A P, van den BERGH F. Scalability of Niche PSO [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Intelligence Symposium: SIS 03. Washington, DC: IEEE Press, 2003: 228-234.

[4] XI YU-GENG, WANG FAN. Nonlinear multi-model predictive control [J]. Acta Automatica Sinica, 1996, 22(4): 456-461.

[5] 邹涛,王晰,李少远.基于混合逻辑的非线性系统多模型预测控制[J].自动化学报,2007,33(2):188-192.

[6] 陈国初,俞金寿.微粒群优化算法[J].信息与控制,2005,34(3):318-324.

[7] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization [C]// Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Neural Networks. Washington, DC: IEEE Press, 1995: 1942-1948.

[8] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 58-73.

[9] 薛明志,左秀会,钟伟才,等.正交微粒群算法[J].系统仿真学报,2005,17(12):2908-2911.

[10] BERGH F, ENGELBRECHT A P. A new locally convergent particle swarm optimization [C]// Proceedings of IEEE International Conference on System, Man and Cybernetics. Washington, DC: IEEE Press, 2002: 625-631.

[11] ZHIVOGLYADOV P V, MIDDLETON R H, FU M. Localization based switching adaptive control for time-varying discrete time systems [C]// Proceedings of the 36th Conference on Decision and Control. Washington, DC: IEEE Press, 1997, 5: 4151-4156.