

## 由点云数据重建的隐式曲面的可视化算法

杨 军<sup>1</sup>, 诸昌铃<sup>2</sup>, 邢 琪<sup>2</sup>

(1. 兰州交通大学 机电工程学院, 兰州 730070; 2. 西南交通大学 信息科学与技术学院, 成都 610031)

(yangji@mail.lzjtu.cn)

**摘 要:**针对由点云数据重建的隐式曲面提出一种新的基于粒子系统的可视化算法。首先,基于平行线束的初始化方法在隐式模型表面找到均匀分布的采样点,避免原来粒子系统中的分割-死亡过程;用共轭梯度法替代原来粒子系统中的梯度下降法作为优化算法,将每一个椭圆粒子累进移动到低能量状态,避免了较长的收敛时间和围绕最小值的摆动现象;用贪婪选择法选择能够覆盖整个曲面的且不产生空洞的活动子集;松弛过程进一步改善依赖曲率的各向异性粒子采样。本文的粒子专门为基于 Splats 的表示法而设计,可以直接转换为椭圆 Splats 而不需要任何改动。因此,本算法可以快速、高质量地绘制出复杂隐式曲面模型。

**关键词:**粒子采样;曲面 splatting 绘制;隐式曲面;点元;各向异性

**中图分类号:** TP391 **文献标志码:** A

### Algorithm for visualization of implicit surfaces reconstructed from point cloud data

YANG Jun<sup>1</sup>, ZHU Chang-qian<sup>2</sup>, XING Qi<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou Gansu 730070, China;

2. School of Information Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan 610031, China)

**Abstract:** In this paper, a novel rendering algorithm for implicit surfaces which are reconstructed from point cloud data by using a particle system was presented. First, an alternative initial technique based on bundles of parallel lines was used to find initial points that were evenly distributed on the surface. Because of its characteristics, the usual split-and-death criterion of particle system was not needed. Second, each elliptical particle was moved towards a progressively lower energy state using a conjugate gradient method, which replaced the gradient-descent as an optimization method to avoid very long convergence time and irreconcilable oscillation around the minimum. Third, a greedy selection strategy was used to choose a subset of active particles which guarantee a hole-free approximation. Finally, a relaxation process further improves the curvature driven anisotropic particle sampling. The proposed elliptical particles were specially designed for splat-based representation and could be directly converted into elliptical surface Splats without any modification, thus high-performance rendering of complex implicit surfaces can be obtained.

**Key words:** particle sampling; surface splatting rendering; implicit surface; point element; anisotropic

## 0 引言

点元可以作为基本的绘制图元,基于点的图形学也开始受到研究学者的广泛关注<sup>[1-2]</sup>。目前,已经提出了许多表示散乱点曲面的方法,并得到了广泛应用。隐式曲面是一种非常有效的方法,不用计算和保存点元数据之间的拓扑关系,并可以准确地重建出复杂的三维模型,然而,目前仍没有一种非常好的隐式曲面绘制算法,这已经阻碍了该方法的发展。常用的隐式曲面绘制算法是网格化曲面函数,如 Marching Cube 算法<sup>[3-4]</sup>、Marching Tetrahedron 算法<sup>[5-6]</sup>,这些方法需要大量的开销以存储和计算顶点之间的拓扑连接关系,并且不适合绘制模型丰富的细节特征。

本文提出了一种纯粹的基于点的隐式曲面绘制算法,包括隐式曲面的采样和基于点的可视化。首先,以文献[7]的研究为基础,提出了新的基于粒子系统的隐式曲面采样方法,该方法专门为 Splatting 绘制算法而设计。通过新的全局初始

化方法,曲率控制的各向异性粒子采样算法和一个松弛优化过程,在隐式曲面模型表面产生成千上万个粒子。其次,直接将表面粒子转换为带法向量和空间几何范围的曲面 Splats,应用 Surface Splatting 算法<sup>[8]</sup>或 Phong Splatting 算法<sup>[9]</sup>,快速绘制出高质量的、没有表面空洞的连续隐式曲面。

## 1 相关研究工作

### 1.1 隐式曲面采样

总体上看,现有的隐式曲面采样方法可分为三类:光线追踪法、网格化方法和粒子系统法,本文将重点关注粒子系统法。

文献[10]最早使用粒子采样和用粒子控制曲面,提出了基于方向粒子的采样方法,但是算法没有采样隐式曲面。文献[11]用相互排斥的粒子重采样经过多边形化的静态曲面,该方法所生成的粒子均匀分布在模型表面,不是根据曲率自适应分布。文献[7]总结了前人的研究成果,提出了采样和

收稿日期:2009-01-24;修回日期:2009-03-19。 **基金项目:**兰州交通大学“青蓝”人才工程基金资助计划。

**作者简介:**杨军(1973-),男,宁夏吴忠人,副教授,博士,主要研究方向:计算机图形学、虚拟现实; 诸昌铃(1938-),男,浙江杭州人,教授,主要研究方向:交通信息工程及控制、虚拟现实、多媒体传输; 邢琪(1982-),男,陕西西安人,博士研究生,主要研究方向:医学图像处理、虚拟现实。

控制隐式曲面的粒子系统,该算法是粒子采样领域奠基性的理论研究成果,也被称为 W-H 方法。从一个种子粒子开始,该方法主要利用粒子间的斥力,用分割-死亡过程不断产生新的粒子,粒子通过排斥它周围的粒子来最小化系统的高斯能量函数,使表面粒子分布逐渐趋向平衡。W-H 方法虽然取得了很大成功,但仍存在一些不足之处:一是最小化粒子系统方程需要调节大量的参数,一般用户很难完成;二是采样的粒子均匀分布在模型表面,不是根据曲面的几何特征分布;三是该方法只能采样简单的曲面,一般只能实现几百最多上千个粒子的采样,对于复杂的曲面很难正确、高效地实现粒子采样。

近年来,研究者在 W-H 方法的基础上提出了一些改进算法。文献[12]提出了能够采样和控制更复杂隐式曲面的面向物体的粒子系统,但该方法需要对隐式曲面函数进行微分,也要调节大量的控制参数,并且也只能产生均匀分布的粒子。文献[13]提出了新的尺度不变的能量函数,并用逆海塞法来最小化能量函数。该方法可以在模型表面产生自适应分布的粒子,与 W-H 方法相比,该方法更稳定、更容易控制,但是计算开销较大。文献[14]推广了 W-H 方法,在曲面的局部邻域内充分考虑主曲率的方向,提出了基于曲率的各向异性粒子采样,并利用粒子系统将微分点绘制法<sup>[15]</sup>由原来的参数曲面绘制移植到隐式曲面上,解决了文献[15]中对采样点邻近关系的强烈依赖性。同样地,该方法仍需要调节大量的参数,计算开销大,不易实现;此外,隐式曲面由相互重叠的矩形覆盖,无法保证绘制出高质量的、没有空洞的分段线性  $C^{-1}$  连续的逼近曲面。

## 1.2 基于点的绘制

最近几年,研究者开始关注基于点的图形学,并提出了许多优秀的研究成果<sup>[8-9,16]</sup>,基于点的绘制算法是该领域中重要的研究内容,主要解决离散采样的模型表面的高质量可视化问题。基于图像空间的绘制技术以点元作为基本的绘制图元<sup>[16]</sup>,类似于光栅化多边形网格的做法,但是,当点元投影到图像空间中的一个像素时,往往会产生瑕疵,如空洞等;而基于物体空间的绘制技术用 Splats 代替点元,如 Surface Splatting 算法<sup>[8]</sup>。Splats 是包含模型空间信息和表面属性的(椭)圆盘,一个 Splats 通常包含一个或多个点元。Splats 只要在局部邻域内足够大,光栅化后的图像就不会产生空洞。Phong Splatting 算法<sup>[9]</sup>在每个椭圆 Splats 上计算线性变化的法向量场,并与 Splats 简化算法结合起来,用更少的图元绘制出了更高质量的图像,甚至是稀疏的采样点模型。然而,到目前为止,高效的隐式曲面绘制算法却非常少,绝大多数算法都是用网格化采样绘制算法,如 MC 算法<sup>[3-4]</sup>、MT 算法<sup>[5-6]</sup>等,这实际上又引入了多边形网格的拓扑连接关系,破坏了点云数据的良好特性。为了构建一个纯粹的基于点的隐式曲面绘制算法,本文改进了粒子采样系统<sup>[7]</sup>,并和 Surface Splatting 算法结合起来,实现了隐式曲面的高质量点绘制。

## 2 隐式曲面的曲率

本文将首先论述如何计算隐式曲面上某一给定点处的主曲率。设重建模型曲面  $S = \{q = [x, y, z]^T \in \mathbf{R}^3, f(q) = 0\}$  的隐函数为  $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $q$  是曲面上的任意采样点,  $n$  是  $q$  点的法向量,  $g$  是该点处的梯度向量,则:

$$n = \frac{g}{\|g\|} \quad (1)$$

其中:

$$g = \nabla f = \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial y} \quad \frac{\partial f}{\partial z} \right] \quad (2)$$

为确定主曲率,需要计算函数  $f$  的二次导数的海塞矩阵

$H$ :

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

海塞矩阵  $H$  表示隐函数  $f$  上曲率的变化状况,即函数  $f$  在空间位置上的一个无穷小变化,相应的梯度向量  $g$  是如何变化的。实际上,要研究的是隐函数  $f$  上某一点  $q$  处切平面上的曲率值和曲率方向,该曲率信息包含在法向量  $n$  的偏导数  $\nabla n^T$  中,  $\nabla n^T$  是一个  $3 \times 3$  的矩阵,如下所示:

$$\nabla n^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial n_x}{\partial x} & \frac{\partial n_x}{\partial y} & \frac{\partial n_x}{\partial z} \\ \frac{\partial n_y}{\partial x} & \frac{\partial n_y}{\partial y} & \frac{\partial n_y}{\partial z} \\ \frac{\partial n_z}{\partial x} & \frac{\partial n_z}{\partial y} & \frac{\partial n_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (4)$$

为了计算主曲率,将  $\nabla n^T$  用海塞矩阵  $H$  和梯度  $g$  表示为:

$$\begin{aligned} \nabla n^T &= \nabla \left( \frac{g^T}{\|g\|} \right) = \frac{\nabla g^T}{\|g\|} - \frac{g \nabla^T (g^T g)^{\frac{1}{2}}}{\|g\|^2} = \\ &= \frac{1}{\|g\|} \left( H - \frac{g \nabla^T (g^T g)^{\frac{1}{2}}}{\|g\|} \right) = \\ &= \frac{1}{\|g\|} \left( H - \frac{g \nabla^T (g^T g)}{2 \|g\| (g^T g)^{\frac{1}{2}}} \right) = \\ &= \frac{1}{\|g\|} \left( H - \frac{g (2g^T H)}{2 \|g\|^2} \right) = \\ &= \frac{1}{\|g\|} \left( I - \frac{g g^T}{\|g\|^2} \right) H = \frac{1}{\|g\|} (I - n n^T) H \quad (5) \end{aligned}$$

因为  $\nabla n^T$  由归一化的梯度所定义,因此,它有一个特征值为 0,对应的特征向量垂直于曲面  $f$ ,即与梯度向量共线;其他两个特征值  $h_1, h_2$  即为主曲率,对应的特征向量为曲率的方向,也就是切平面的正交标架,如图 1 所示。由  $h_1$  和  $h_2$  还可以计算平均曲率:  $h_{\text{mean}} = (h_1 + h_2)/2$ , 高斯曲率:  $h_{\text{gaussian}} = h_1 \times h_2$ , 最大绝对值曲率:  $h_{\text{max\_absolute}} = \max(|h_1|, |h_2|)$ 。

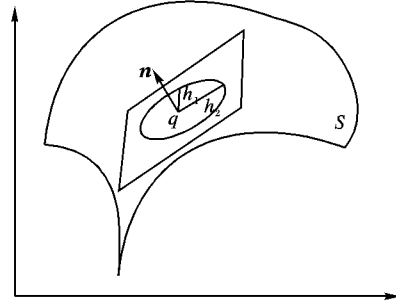


图 1 隐式曲面  $S$  上  $q$  点的主曲率

## 3 采样

本文的采样方法以文献[7]的粒子系统(也称 W-H 方法)为基础,但和 W-H 方法相比,有如下不同之处:

1) 用一种新的基于全局平行线分布的初始化方法,在模型表面产生均匀分布的初始采样点,不再使用 W-H 方法中的

分割-死亡过程。本文的初始化采样只需要很少的松弛步骤就可以得到高质量的粒子采样;

2) 用共轭梯度优化算法代替 W-H 方法中的梯度下降法,避免了较长的收敛时间和当粒子向低能量状态移动时而发生的围绕最小值的波动问题;

3) 用一个贪婪的选择策略和一个松弛过程,实现依赖曲率的两向异性粒子采样,在低曲率方向上粒子的排斥力大,而在高曲率方向上粒子的排斥力小,同时,也避免了 W-H 方法要调节大量系统参数的缺陷;

4) 本文的粒子采样专为基于 Splats 的绘制算法所设计,粒子可以直接转换为 Splats 绘制图元,因此可以快速实现三维模型的高质量绘制,同时,本文的算法建立了一个纯粹的基于点的隐式曲面可视化系统。

### 3.1 粒子初始化

对于给定的隐式曲面  $S$ , 首先, 计算包围  $S$  的最小包围球; 然后, 在包围球上随机产生切平面, 常用的方法有伪随机发生器、类 Monte Carlo 序列等, 在每个切平面上生成  $n \times n$  个网格, 并从每个网格射出一条平行于切平面向量的直线, 形成平行线束; 最后, 计算每条射线与隐式曲面函数  $f$  的交点, 如图 2(a) 所示, 在隐式曲面 Stanford Bunny 的包围球上随机产生一点, 过该点的切平面内  $n^2$  条垂直于切平面的射线穿过隐式曲面, 与隐式曲面的交点即为产生的初始化采样点。在图 2(b) 中给出了 Stanford Bunny 的隐式曲面用 14 个平行线束初始化的结果, 5000 个初始化采样点均匀分布在 Stanford Bunny 的表面, 切平面的位置和网格的原点由伪随机发生器产生。Stanford Bunny 由文献[17]中基于径向基函数(Radial Basis Function, RBF)的隐式曲面重建算法计算得到。值得注意的是, 图 2 中的 Stanford Bunny 的隐式曲面仅用 2 s 就完成了初始化采样。

为了保证初始粒子分布的均匀性, 本文用文献[18]中的 Star-Discrepancy 方程进行定量分析。

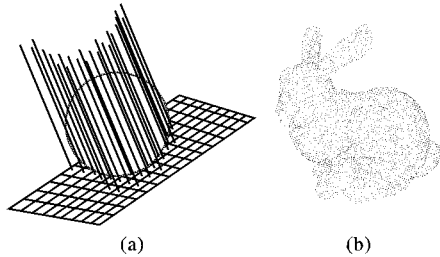


图2 隐式曲面的粒子初始化

### 3.2 粒子的空间特性分析

初始化后, 采样点均匀地分布在隐式曲面的表面, 接下来将计算与采样点相关的椭圆粒子的空间特性。

设初始化的采样点为  $\Omega_{\text{initial}} = \{q_i\}_{i \in [1, L]}$ , 对于任意一点  $q_i \in \Omega_{\text{initial}}$ , 定义它的粒子属性为  $p_i = (c_i, n_i, u_i, v_i)$ , 其中,  $c_i$  是粒子的中心,  $n_i$  是法向量,  $u_i$  和  $v_i$  是两个切向量, 通常用来定义椭圆粒子的长轴和短轴, 则:

$$(u_i^T(q_i - c_i))^2 + (v_i^T(q_i - c_i))^2 \leq 1 \quad (6)$$

从一个种子采样点  $q$  开始, 通过增加  $q$  的邻近采样点  $q_i$  来增长粒子  $p_i$  的空间范围, 增加的数量由  $q_i$  到  $p_i$  的中心的投影距离确定, 即:

$$d(q_i, p_i) = |n_i^T(q_i - c_i)| \quad (7)$$

其中:

$$c_i = q + \left[ \frac{(\gamma_{\max} + \gamma_{\min})}{2} \right] n_i \quad (8)$$

$$\begin{cases} \gamma_{\max} = \max(n_i^T(q_i - q_i)) \\ \gamma_{\min} = \min(n_i^T(q_i - q_i)) \end{cases} \quad (9)$$

椭圆粒子的长轴  $u_i$  和短轴  $v_i$  由式(10) 分别定义:

$$\begin{cases} v_i = \frac{h_{\max}}{\|(q_i - c_i) - n_i^T(q_i - c_i)n_i\|} \\ u_i = \frac{h_{\min}}{\|(q_j - c_i) - n_i^T(q_j - c_i)n_i\| \sqrt{\zeta_i}} \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $h_{\max}$  和  $h_{\min}$  是两个主曲率的方向,  $\sqrt{\zeta_i}$  是椭圆粒子的纵横比:

$$\sqrt{\zeta_i} = \sqrt{\frac{(h_{\min}^T(q_i - c_i))^2}{\|(q_i - c_i) - n_i^T(q_i - c_i)n_i\|^2 - (h_{\max}^T(q_i - c_i))^2}} \quad (11)$$

当  $d(q_i, p_i) = |n_i^T(q_i - c_i)|$  大于某个由用户设定的阈值时, 粒子空间范围的增长过程停止。本文为了得到高质量的快速绘制算法, 又增加了一个额外的控制条件, 即设定每个采样点的  $k$ -邻域的最大邻居数为 12。图 3 给出了在初始采样点  $q$  处生成粒子  $p_i$  的二维示意图,  $v_i$  和  $u_i$  由主曲率确定, 小圆点代表隐式曲面  $S$  上的初始采样点。实际上, 本算法定义椭圆粒子代替椭圆粒子, 也就是要在椭圆粒子的第三个方向上增加半径, 然而, 第三个方向上的半径并不影响粒子的移动, 因为经过迭代后, 邻近粒子的重心一般都会在同一平面上, 而且粒子间的斥力基本上都垂直于半径, 所以可以设定椭球体的半径为一个很小的常量以获得几乎类似于椭圆的扁平椭球体。本文的论述中将不区分椭球体粒子和椭圆粒子。

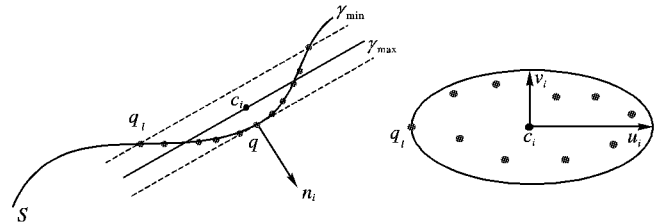


图3 初始采样点  $q$  处生成椭圆粒子  $p_i$  的二维示意图

### 3.3 移动粒子

为了使粒子在隐式曲面上按曲率各向异性分布, 在粒子生成过程结束后, 需要将每个粒子移动到能量较低的状态, 本文通过最小化带曲率约束的势能量函数实现粒子移动。

对于每个椭圆粒子  $p_i$ , 建立一个势场, 它是粒子  $p_i$  与势场内邻近粒子  $p_j$  之间欧式距离  $\|p_j - p_i\|$  的函数。粒子在隐式曲面上的分布由粒子间的斥力决定。和 W-H 方法一样, 本文用高斯能量函数定义每个粒子的势场, 但本文的能量函数充分考虑了曲率因素。椭圆粒子  $p_i$  的能量函数  $\hat{E}_i$  由  $m$  个与  $p_i$  相互排斥的粒子的势场的和定义。表达式如下:

$$\hat{E}_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{m, j \neq i} (\mu_i + \mu_j) \cdot \exp\left(-\frac{\|r_{ij}\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (12)$$

其中,  $r_{ij} = p_j - p_i$ ,  $\sigma$  是斥力半径, 也是高斯函数的标准偏差,  $\mu_i$ 、 $\mu_j$  是自适应的斥力幅度参数。定义如下:

$$\begin{cases} \mu_i = \alpha + \frac{1}{h_{\min}^{\tau} + h_{\max}^{\tau} + \beta} \\ \mu_j = \alpha + \frac{1}{h_{\min}^{\tau} + h_{\max}^{\tau} + \beta} \end{cases} \quad (13)$$

$\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\tau$  是由用户调节的参数,  $h_{\min}$ 、 $h_{\max}$ 、 $h_{\min}$ 、 $h_{\max}$  分别为粒子  $p_i$ 、 $p_j$  在曲面上的主曲率。通过调节  $\tau$  的值控制能量函数对曲率的依赖程度,  $\tau$  的值越大表示对曲率的依赖性越高。

本文用两步更新法将每个椭圆粒子累进地移动到能量较低的状态。

步骤 1 用共轭梯度法不断更新粒子的空间位置。通过实验比较了共轭梯度法、梯度下降法及牛顿法对本文粒子系统的优化作用,结果发现共轭梯度法比其他两种优化方法更适合本算法。因为梯度下降法需要仔细调节迭代步长,不合适的步长值会导致较长的收敛时间,或发生系统能量围绕最小值不断摆动的现象,如 W-H 方法中的优化过程;牛顿法虽然比梯度下降法能达到更好的能量状态,但是该算法计算开销较大。

为了找到更好的搜索方向,共轭梯度法线性混合能量函数在  $p_i^{[k]}$  的梯度和其前一个空间位置的  $p_i^{[k-1]}$  能量梯度,也就是线性混合搜索方向  $\hat{s}^{[k]}$  和  $\hat{s}^{[k-1]}$ 。因此,迭代方程为:

$$p_i^{[k+1]} = p_i^{[k]} + \omega^{[k]} \hat{s}^{[k]} \quad (14)$$

$\omega^{[k]}$  是最优的迭代步长,  $p_i^{[k+1]}$  是粒子经过  $k+1$  次迭代后的输出,搜索方向  $\hat{s}^{[k]}$  是共轭梯度向量的集合。满足下列方程:

$$\hat{s}^{[k]} = -\nabla \hat{E}(p_i^{[k]}) + \lambda^{[k-1]} \hat{s}^{[k-1]} \quad (15)$$

$$\lambda^{[k-1]} = \frac{\nabla \hat{E}^T(p_i^{[k]}) \nabla \hat{E}(p_i^{[k]})}{\nabla \hat{E}^T(p_i^{[k-1]}) \nabla \hat{E}(p_i^{[k-1]})} = \frac{\nabla \hat{E}(p_i^{[k]})^2}{\nabla \hat{E}^T(p_i^{[k-1]})^2} \quad (16)$$

其中,  $\nabla \hat{E}(p_i^{[k]})$  表示能量函数  $\hat{E}$  在  $p_i^{[k]}$  的梯度, T 表示转置。

通过共轭梯度优化过程,每个粒子都会达到稳定的低能量状态。一个粒子的更新和移动往往会波及其他粒子,但所有的粒子不断重复迭代,最终会达到动态平衡。迭代停止的条件是:当粒子实际能量  $\hat{E}$  和理想状态下能量值  $\hat{E}_{ideal}$  之间的差值小于某个给定的阈值时,粒子停止移动。为了计算  $\hat{E}_{ideal}$ ,考虑一个理想的六边形均匀排列模型,如图 4 所示,在  $p_i$  的切平面内均匀排列 6 个圆形粒子,每个粒子的半径都为  $\sigma$ ,并且相邻两个粒子的圆心距为  $2\sigma$ ,在这个距离上,粒子间的排斥力最强,所以每个粒子的理想能量为:

$$\hat{E}_{ideal} = 6\alpha \exp\left(-\frac{(2\sigma)^2}{2\sigma^2}\right) = 6\alpha \exp(-2) \approx 0.8\alpha \quad (17)$$

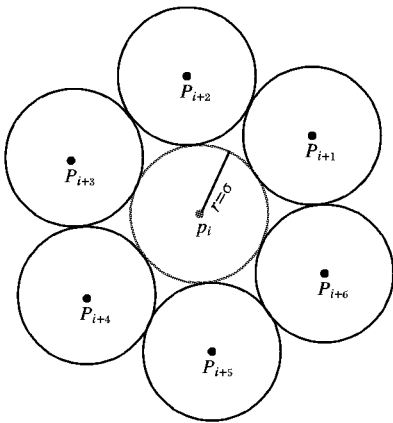


图 4 理想的六边形粒子均匀排列模型

步骤 2 通过 Newton-Raphson 方法将每个粒子粘在模型表面上,因为经过第一步的移动过程后,有些粒子可能已经脱离了模型表面。具体的计算公式为:

$$p_i = -f_i \frac{\nabla f_i}{\nabla f_i \cdot \nabla f_i} \quad (18)$$

$\nabla f_i$  是粒子  $p_i$  在曲面隐函数  $f$  上的梯度。一旦每个粒子的最终位置确定,系统将最后一次计算它们在曲面  $f$  上的曲率,为绘制工作做准备。

### 3.4 简化与松弛

粒子移动过程结束后,模型表面覆盖了大量的椭圆粒子,为了去除一些多余粒子,本文用贪婪选择策略<sup>[19]</sup>从一个候选粒子集  $P_{can}$  中选择出活动粒子集  $P_{act}$  来覆盖整个模型表面。为了用最少的活动粒子覆盖整个曲面,粒子按照它们对曲面的贡献进行排序,每次都选择那些贡献大的粒子加入  $P_{act}$ ,并且不断更新候选粒子集合  $P_{can}$ 。然而,覆盖所有采样点的粒子并不能保证绘制曲面一定没有空洞产生,因为空洞可能在粒子之间出现,如图 5(a) 所示,虽然所有的采样点被 4 个椭圆粒子所包含,但是它们之间仍有空洞出现,因此,很有必要引入一个缩放因子  $\xi$ ,将那些与空洞相关的粒子沿主轴进行放大,使空洞消失,如 5(b) 所示。

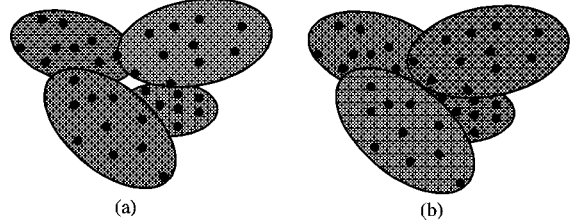


图 5 粒子间空洞的消除

虽然贪婪的选择过程能够保证没有空洞的表面粒子分布,然而选择哪个粒子是在局部范围内决定的,这样往往得不到满意的粒子分布,有时还会产生冗余的粒子,因此,本算法用一个全局松弛过程<sup>[20]</sup>进一步改善粒子的各向异性分布。选择一个新的能够最小化最大遮盖的候选粒子集,迭代地替换所有的活动粒子,并且要满足无空洞的条件。新的粒子根据粒子间的松弛力选择,松弛力由粒子间的相互遮盖面积来定义<sup>[20]</sup>,在松弛的过程中检查冗余粒子。

## 4 绘制

Surface Splatting 算法<sup>[8]</sup>是优秀的点模型绘制算法,其主要思想是在物体空间中用椭圆 Splats (或圆形 Splats) 逼近模型,然后在图像空间中加权混合这些椭圆 Splats (或圆形 Splats) 以绘制出整个模型表面。本文选择 Surface Splatting 算法绘制隐式曲面,主要原因有:1) 为了建立一个没有网格的纯粹的基于点的隐式曲面绘制系统。表面 Splats 保持了点元数据的许多优点,而且许多优化方法用在 Splats 上比在多边形网格上更容易实现,因此,可以得到高质量的绘制图像;2) 本文的椭圆粒子可以直接转换为椭圆 Splats,不需要任何其他修改,因此,提高了绘制速度。

本算法直接把椭圆粒子  $p_i = (c_i, n_i, u_i, v_i)$  转换为椭圆形的表面 Splats  $t_i = (c_i, n_i, u_i, v_i)$ , 并作为基本的绘制图元。为了绘制出连续的曲面特性,首先,在每个椭圆 Splats 的切平面上定义一个 2D 重建核  $W_i$ ,常用的重建核函数为径向对称的高斯核函数;其次,将 2D 重建核由切平面投影映射到图像空间。给定一个标量的属性值  $I_i$ ,它投影到图像空间中  $x$  处的重建值  $\hat{I}(x)$  由式(19)给出。

$$\hat{I}(x) = \frac{\sum_i I_i W_i(M_i^{-1}(x))}{\sum_i W_i(M_i^{-1}(x))} = \frac{\sum_i I_i \hat{W}_i(x)}{\sum_i \hat{W}_i(x)} \quad (19)$$

其中,  $M_i$  是从椭圆 Splats  $t_i$  的局部切平面到图像空间的 2D-2D 的投影映射,  $\hat{W}_i(x)$  是投影到图像空间的重建核。

## 5 实验结果分析

在 VC++ 6.0 环境下实现了本研究的算法,硬件平台为

奔腾4超线程处理器2.80 GHz,512 MB内存的PC机。

图6是隐式曲面模型Torus的粒子采样和绘制的实验结果,Torus模型由一个三变量B-样条函数的零水平集表示。图6(a)为均匀分布的初始化采样点,在误差阈值为Torus的最小立方体包围盒对角线长度的 $1.9 \times 10^{-3}$ 倍时,有626个椭圆Splats分布在Torus的表面,如图6(b)所示,图6(c)是基于Splatting的绘制结果。

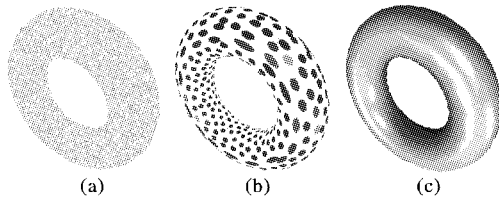


图6 模型Tours的粒子采样和绘制

图7是隐式曲面模型Igea的粒子采样和绘制实验结果,Igea模型由基于径向基函数和单位分解的隐式曲面重建算法<sup>[17]</sup>生成。在误差阈值为Igea的最小立方体包围盒对角线长度的 $4.5 \times 10^{-4}$ 倍时,共有9322个椭圆粒子各向异性地分布在模型表面,如图7(a)所示。本文中,通过设定椭圆粒子在第三个方向的半径值为0,直接将它转换为椭圆Splats,因此,本文的基于Splatting的绘制算法非常快,只要粒子采样结束,立即可以绘制出模型,模型Igea的绘制结果如图7(d)所示。从图7(b)粒子采样局部区域放大效果和7(c)绘制结果局部放大图可以看出:1)本文粒子采样是各向异性的;2)粒子采样和绘制图像的质量关系密切,细节越丰富的区域,即曲率变化较大的地方,粒子空间范围越小而且粒子密度越大,而模型较平坦的区域,只需要少量的粒子,而且粒子的空间范围通常较大。

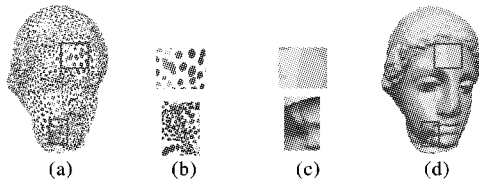


图7 隐式曲面模型Igea的粒子采样和绘制

图8示意了误差阈值可以控制模型表面粒子采样的空间范围和数量,输入为Stanford Bunny的隐式曲面模型,由文献<sup>[17]</sup>的算法生成。误差阈值越小,模型表面的粒子分布越密,相应地,每个粒子的空间范围也越小。在图8(a)中设误差阈值为 $2 \times 10^{-3}$ 时,2464个粒子分布在Stanford Bunny隐式曲面模型表面,图8(b)中设误差阈值为 $2 \times 10^{-4}$ 时,11877个粒子分布在Stanford Bunny隐式曲面模型表面。本文算法可以在隐式曲面模型表面生成成百上千万的粒子采样,并可以绘制出高质量的图像,而W-H方法只能处理简单模型,通常只能采样几百个粒子,最多上千个。需要强调的是本文的误差阈值和k-邻域的大小都需要人工调节,而且对不同的模型,设定值不一样。

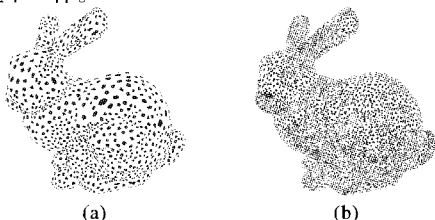


图8 不同误差阈值下的粒子采样

表1针对三种模型,给出了文中算法各步骤的运行时间,其中,粒子采样时间包括粒子初始化、移动粒子、简化和松弛的时间开销。对于误差阈值为 $2 \times 10^{-4}$ 时,包含11877个椭圆Splat粒子分布的Stanford Bunny隐式曲面模型仅用101.4 s(粒子采样72.3 s,绘制29.1 s)就可以完成本算法,而W-H算法几乎是不能完成绘制的。可以看出,本文的隐式曲面可视化算法是非常高效的。

表1 文中算法的各步骤运行时间统计

模型	粒子个数	粒子采样时间/s	绘制时间/s
Tours	626	3.1	4.5
Igea	9322	59.7	27.0
Stanford Bunny	11877	72.3	29.1

## 6 结语

本文提出了一种新的基于粒子采样和Surface Splatting的隐式曲面绘制算法,构建了一个纯粹的基于点的隐式曲面可视化系统。通过随机产生的平行线束,在模型表面找到均匀分布的初始采样点。为了获得由曲率控制的各向异性采样,首先,计算粒子的空间范围并定义每个粒子的能量函数(与曲率相关),用共轭梯度优化算法把每个粒子移动到能量较低的状态;其次,用一个贪婪的选择策略,选择能够完全覆盖模型表面的最小粒子集合,保证在模型表面不产生空洞;最后,松弛过程进一步改善椭圆粒子的各向异性分布特性。在绘制阶段,直接把椭圆粒子转换为椭圆Splats,用基于Surface Splatting的算法绘制出高质量的隐式曲面模型。

### 参考文献:

- [1] LEVOY M, WHITED T. The use of points as display primitive, TR 85-022[R]. University of North Carolina, 1985.
- [2] GROSSMAN J P, DALLY W J. Point sample rendering[EB/OL]. [2008-11-20]. <http://cva.stanford.edu/publications/1998/psr.ps>.
- [3] LORENSON W E, CLINE H F. Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm[J]. Computer Graphics, 1987, 21(4): 163-169.
- [4] WYVILL B, MCPHEETERS C, WYVILL G. Data structure for soft objects[J]. The Visual Computer, 1986, 2(4): 227-234.
- [5] SHIRLEY P, TUCKMAN A. A polygonal approximation to direct scalar volume rendering[J]. Computer Graphics, 1990, 24(5): 63-70.
- [6] HALL M, WARREN J. Adaptive polygonalization of implicitly defined surfaces[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 1990, 10(6): 33-42.
- [7] WITKIN A P, HECKBERT P S. Using particles to sample and control implicit surfaces[C]// Proceedings of the 21st Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM, 1994: 269-278.
- [8] ZWICKER M, PFISTER H, BARR J, et al. Surface splatting[C]// Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM, 2001: 371-378.
- [9] BOTSCH M, SPERNAT M, KOBELT L. Phong splatting[EB/OL]. [2008-11-20]. [http://www.graphics.rwth-aachen.de/uploads/media/phong\\_splatting.pdf](http://www.graphics.rwth-aachen.de/uploads/media/phong_splatting.pdf).
- [10] SZELISKI R, TONNESEN D. Surface modeling with oriented particle systems[J]. ACM SIGGRAPH Computer Graphics, 1992, 26(2): 185-194.

文基于隐式曲面的方法可以得到穿透深度具有良好的一致性。最后,用隐式曲面渲染的肿瘤模型和真实的肿瘤模型在外观上更一致,没有棱角分明的“人工痕迹”。

本文方法的不足之处是随着肿瘤体积的增大,元胞计算时间大大增加,尤其是在用有限元力学模型计算肿瘤形变过程时间太长。作为本文下一步工作,用并行算法在显卡上来加速模拟过程,减少模拟时间。

#### 参考文献:

- [1] 胡日查,阮晓钢. 模拟肿瘤生长的个细胞自动机模型[J]. 生物医学工程杂志, 2003, 20(1): 19-82.
- [2] 傅廷亮,李用普,傅南枝. 一个良性肿瘤细胞生长的计算机仿真模型[J]. 生物学杂志, 2001, 18(6): 22-25.
- [3] 于乃功,阮晓钢. 基于细胞自动机的生长系统仿真模型研究[J]. 计算机仿真, 2005, 22(2): 228-231.
- [4] CLATZ O, SERMESANT M, BONDIAU P Y, *et al.* Realistic simulation of the 3-D growth of brain tumors in MR images coupling diffusion with biomechanical deformation [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2005, 24(10): 1334-1346.
- [5] GAN JIAN-HONG, DAI PEI-DONG, PENG QIANG, *et al.* The simulation of benign tumor growth in blood vessels circumstance [C]// 2008 International Conference on Computer Science and Software Engineering. New York: IEEE, 2008: 223-227.
- [6] SAMET H. Quadtree, Octrees, and Other Hierarchical Methods [M]. New Jersey: Addison Wesley, 1989.
- [7] JACKINS C, TANIMOTO S. Oct-trees and their use in representing three-dimensional objects[J]. Computer Graphics and Image Processing, 1980, 14(3): 249-270.
- [8] LORENSON W E, CLINE H F. Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm[J]. Computer Graphics, 1987, 21(4): 163-169.
- [9] WYVILL B, MCPHEETERS C, WYVILL G. Data structure for soft objects[J]. The Visual Computer, 1986, 2(4): 227-234.
- [10] 杨吉新. 元胞单元法理论及程序设计[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2002.
- [11] 杨吉新. 元胞单元法[J]. 固体力学学报, 2004, 25(2): 203-207.
- [12] 马洪岭. 基于元胞自动机算法的有限元方法及实现[D]. 青岛: 山东科技大学, 2007.
- [13] 杨军. 点模型的降噪与三维重建算法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2007.
- [14] SAVCHENKO V V, PASKO A, OKUNEV O G, *et al.* Function representation of solids reconstructed from scattered surface points and contours[J]. Computer Graphics Forum, 1995, 14(4): 181-188.
- [15] TURK G, BRIEN J O. Variational Implicit Surfaces[EB/OL]. [2008-11-15]. <http://graphics.cs.uiuc.edu/~jch/cs497jch/variational-is.pdf>.
- [16] GASCUEL M P C, DESBRUN M. Animation of deformable models using implicit surfaces[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 1997, 3(1): 39-50.
- [17] GASCUEL M P. An implicit formulation for precise contact modeling between flexible solids[C]// Proceedings of the 20th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM, 1993: 313-320.
- [18] MOORE M, WILHELMS J. Collision detection and response for computer animation[J]. Computer Graphics, 1988, 22(4): 289-298.
- [19] BARAFF D. Coping with friction for non-penetrating rigid body simulation[J]. Computer Graphics, 1991, 25(4): 31-40.
- [20] BARAFF D. Fast contact force computation for non-penetrating rigid bodies[C]// ACM Special Interest Group on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM, 1994: 23-34.
- [21] HEIDELBERGER B, TESCHNER M, KEISER R, *et al.* Consistent penetration depth estimation for deformable collision response [EB/OL]. [2008-11-15]. [http://www.beosil.com/download/PenetrationDepth\\_VMV04.pdf](http://www.beosil.com/download/PenetrationDepth_VMV04.pdf).
- [22] ZHU BO, GU LI-XU, ZHANG JING-SI. A method for collision response between deformable objects in virtual surgery[C]// Proceedings of the 6th International Special Topic Conference on ITAB. New York: IEEE, 2007: 119-122.
- [23] FISHER S, LIN M C. Fast Penetration Depth Estimation For Elastic Bodies Using Deformed Distance Fields[EB/OL]. [2008-11-15]. <http://www.cs.unc.edu/~geom/DDF/>

(上接第1905页)

- [11] TURK G. Re-tiling polygonal surfaces [J]. ACM SIGGRAPH Computer Graphics, 1992, 26(2): 55-64.
- [12] HART J C, BACHTA E, JAROSZ W, *et al.* Using particles to sample and control more complex implicit surfaces [C]// International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM, 2002: 129-136.
- [13] MEYER M D, GEORGE P, WHITAKER R T. Robust particle systems for curvature dependant sampling of implicit surfaces[C]// Proceedings of the International Conference on Shape Modeling and Applications 2005. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2005: 124-133.
- [14] LEVET F, HADIM J, REUTER P, *et al.* Anisotropic sampling for differential point rendering of implicit surfaces[EB/OL]. [2008-11-20]. <http://iparla.labri.fr/publications/2005/LHRS05/particleDifferential.pdf>.
- [15] KALAI A, VARSHNEY A. Differential point rendering[C]// Proceedings of the 12th Eurographics Workshop on Rendering Techniques. London: Springer-Verlag, 2001: 139-150.
- [16] PFISTER H, ZWICKER M, GROSS M. Surfels: surface elements as rendering primitives [C]// Proceedings of the 27th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM, 2000: 335-342.
- [17] YANG J, WANG Z, ZHU G, *et al.* Implicit surface reconstruction from scattered point data with noise[C]// Proceedings of the 7th International Conference on Computational Science. Berlin: Springer-Verlag, 2007: 57-64.
- [18] ALEXANDER K. Quasi-Monte Carlo methods for photorealistic image synthesis[D]. Kaiserslautern: University of Kaiserslautern, 1997.
- [19] DECORET X, DURAND F, SILLION F X, *et al.* Billboard clouds for extreme model simplification [J]. ACM Transactions on Graphics, 2003, 22(3): 689-696.
- [20] TURK G. Generating textures on arbitrary surfaces using reaction-diffusion[J]. Computer Graphics, 1991, 25(4): 289-298.