

随机选择最优个体的量子粒子群优化算法

周阳花¹, 黄麟², 奚茂龙²

(1. 江南大学 信息工程学院, 江苏 无锡 214122; 2. 无锡职业技术学院 机电技术分院, 江苏 无锡 214121)

(xmlzyh@hotmail.com)

摘要:在分析量子行为粒子群优化算法的基础上,针对算法后期粒子群体容易聚集到一个狭小搜索区域,群体多样性降低的问题,提出了在算法中引入随机选择最优个体的改进方法,提高算法搜索过程中粒子群体的多样性。将改进后的量子粒子群算法与量子粒子群算法、粒子群算法通过 benchmark 测试函数进行了比较,仿真结果表明改进后的算法更适合解决多峰类的优化问题。

关键词:粒子群算法;量子行为;随机选择;最优个体

中图分类号: TP301 **文献标志码:** A

Quantum-behaved particle swarm optimization algorithm with random selection of optimal individual

ZHOU Yang-hua¹, HUANG Lin², XI Mao-long²

(1. School of Information Technology, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China;

2. School of Electromechanical Technology, Wuxi Institute of Technology, Wuxi Jiangsu 214121, China)

Abstract: The particles are easy to mass into a small search space in late stage and thus the diversity of swarms decline. Based on the analysis of quantum-behaved Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm, a method of random selection of optimal individual was proposed to improve the diversity in searching progress. The of the improved QPSO was compared with the original PSO and the original QPSO using the testing function of the benchmark. Experimental results demonstrate that the improved QPSO is more suitable for resolving the multi-peak optimization problem.

Key words: Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm; quantum behavior; random selection; optimal individual

0 引言

群体智能算法是基于群体行为对给定的目标进行寻优的启发式搜索算法,其寻优过程体现了随机、并行和分布式等特点,其智能寻优方式的实现是通过整个智能群体的总体优化特征来体现^[1]。在群体智能算法中,蚁群优化算法^[2]和粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)^[3]是其中的代表之一。文献[4]在分析粒子群优化算法的基础上,深入研究了智能群体进化过程,提出了具有量子行为的粒子群优化算法(Quantum-behaved Particle Swarm Optimization, QPSO)。QPSO 算法自提出以来,由于计算简单、易于实现、控制参数少等特点,引起了国内外相关领域众多学者的关注和研究^[5-6]。本文针对 QPSO 算法在搜索后期,种群多样性降低的现象,提出使用随机选择最优个体的方法,提高算法后期搜索的群体多样性,改善算法的整体性能。

1 QPSO 算法

粒子群优化算法^[3]源于对生物群体的研究。在群体中,个体(粒子)通过搜索多维空间,在每一轮迭代中评价自身的目标位置信息(适应值),在整个搜索过程中,粒子共享它们“最优”位置的信息,然后使用它们的记忆调整它们自己的速度和位置,不断地比较和追随候选的空间解,最终发现最优解或者局部最优解。

基本粒子群算法的进化方程为:

$$v_{id}(t+1) = v_{id}(t) + c_1 \times r_1 \times (p_{id}(t) - x_{id}(t)) + c_2 \times r_2 \times (P_{gd}(t) - x_{id}(t)) \quad (1)$$

$$x_{id}(t+1) = v_{id}(t+1) + x_{id}(t) \quad (2)$$

文献[7-8]针对基本粒子群算法存在精度低、易发散等缺点提出了各自的改进算法:惯性权重(inertia weight)法和压缩因子法。

由文献[3]的粒子搜索路径分析可知,为了保证粒子群算法的收敛性,在粒子搜索过程中,粒子不断地趋近于它们的局部吸引子 $p_i = (p_{i,1}, p_{i,2}, \dots, p_{i,n})$, 方程定义为:

$$p_{i,j}(t) = \frac{(c_1 P_{i,j}(t) + c_2 P_{g,j}(t))}{c_1 + c_2}; j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

或者

$$p_{i,j}(t) = \varphi \times P_{i,j}(t) + (1 - \eta) \times P_{g,j}(t), \varphi \sim U(0, 1); j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

文献[4]认为这样粒子的随机性就有限,只能描述低智能的动物群体,而不能描述思维随机性很强的人类群体,并且发现人类的智能行为与量子空间中粒子的行为极为相似,因此引入了量子态粒子行为,则对粒子的每一维可以得到概率密度方程 Q 和分布函数 F , 方程定义如下:

$$Q(X_{i,j}(t+1)) = \frac{1}{L_{i,j}(t)} e^{\frac{-2|p_{i,j}(t) - X_{i,j}(t+1)|}{L_{i,j}(t)}} \quad (5)$$

$$F(X_{i,j}(t+1)) = e^{\frac{-2|p_{i,j}(t) - X_{i,j}(t+1)|}{L_{i,j}(t)}} \quad (6)$$

收稿日期:2008-12-18;修回日期:2009-03-05。

作者简介:周阳花(1977-),女,江苏无锡人,讲师,硕士,主要研究方向:智能算法控制;黄麟(1965-),男,江苏无锡人,副教授,主要研究方向:智能控制;奚茂龙(1977-),男,江苏盐城人,讲师,博士,主要研究方向:智能算法。

其中 $L_{i,j}(t)$ 决定了每个粒子的搜索范围,使用 Monte Carlo 方法,可以得到粒子的位置方程:

$$X_{i,j}(t+1) = p_{i,j}(t) \pm \frac{L_{i,j}(t)}{2} \ln\left(\frac{1}{u}\right); u = \text{rand}(0,1) \quad (7)$$

其中 u 是 $(0, 1)$ 的随机数。

在 QPSO 算法中引入了最优平均位置值,方程为:

$$m(t) = \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{i,1}(t), \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{i,2}(t), \dots, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{i,n}(t) \right) \quad (8)$$

其中: M 是群体的大小, P_i 是粒子 i 的局部最优值, $L_{i,j}(t)$ 和粒子的位置量就由下面的方程计算:

$$L_{i,j}(t) = 2\beta |m_j(t) - X_{i,j}(t)| \quad (9)$$

$$X_{i,j}(t+1) = p_{i,j}(t) \pm \beta |m_j(t) - X_{i,j}(t)| \times \ln(1/u) \quad (10)$$

其中:参数 β 称作压缩膨胀系数,调节它可以控制算法的收敛速度。则式(4)、(8)和(10)组成了具有量子行为粒子群算法的迭代方程组。量子粒子群算法在函数测试^[4]、滤波器设计^[10]、多阶段金融规划^[11]、神经网络优化^[12]和 H_∞ 控制^[13]等应用中显示了其优越性。

2 GQPSO 算法

2.1 算法思想

为了研究 QPSO 算法中群体每个粒子进化迭代过程,我们提出了相对进化速度概念。个体粒子的进化速度可以通过式(11)进行定量的计算描述。

$$\Delta f_i = (f_i - f_{\text{pbest}})/f_i \quad (11)$$

其中: f_i 是第 i 粒子的当前适应度函数值, f_{pbest} 是粒子 i 个体的最优适应度函数值(最小化问题),如果 Δf 的值小于 0 表明粒子在向最优值逼近, Δf 值越小,进化越快。图 1 给出了在 6 个标准测试函数条件下使用 QPSO 算法的粒子进化过程,仿真条件设置为群体大小为 20,变量维数为 10(Schaffer 函数是 2 维),迭代次数为 1000。

从粒子群体的进化过程可以看出,在进化的后期,群体的多样性下降的很快,粒子聚集到了一个比较狭小的

区域,即粒子已全部聚集到一个解的附近,并只在解的邻近小区域进行搜索。可以知道,一旦算法在搜索过程中陷入局部最优时,往往很难跳出局部最优解区域,继续全局最优解的搜寻。

为了增强算法后期搜索的群体粒子的多样性,修改式(4)为:

$$p_{id}(t) = \varphi_d(t) \times P_{id}(t) + [1 - \varphi_d(t)] \times P_{\text{rand}}(t); \varphi_d(t) \sim U(0,1) \quad (12)$$

其中 P_{rand} 是群体中的随机粒子。这样,群体在进化过程中随机选择最优个体进化,就避免群体搜索后期局限在一个较小的区域,保持了群体粒子的多样性,这里称随机选择最优个体的 QPSO 算法(GQPSO)。

GQPSO 的执行步骤如下:

- 第 1 步 初始化粒子群。
- 第 2 步 根据式(12)计算 p_i 的值。
- 第 3 步 根据式(8)计算群体的平均位置 $mbest$ 。
- 第 4 步 根据式(10)计算粒子的新位置。
- 第 5 步 计算粒子新位置的适应度值并与该粒子当前最

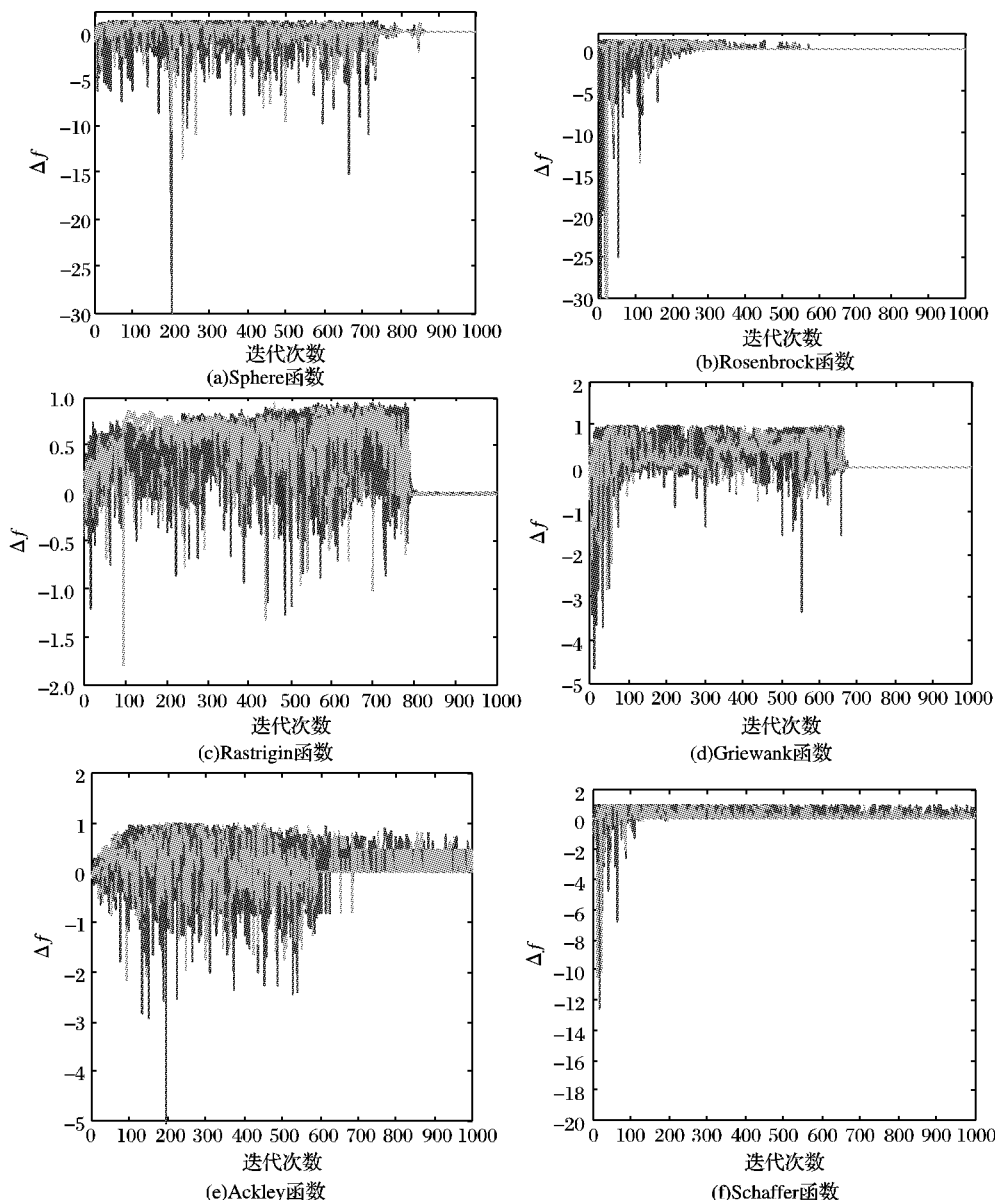


图 1 QPSO 算法不同标准测试函数的进化过程

优位置 P_i 的值比较,如果前者的适应度较好,则用其更新该粒子的当前最优位置 P_i 的值,反之,保持 P_i 的值不变。

第 6 步 重复第 2~5 步,直至满足算法的停止条件。

2.2 算法分析

在 QPSO 算法中,粒子在可行性解空间搜索过程中通过自身位置最优信息和群体位置最优信息不断地调整自己的当前位置信息,并向全局最优解靠拢。

从式(4)可以看出,搜索点 p_i 的位置由 P_i 和 P_g 计算而得,随着点 P_i 和点 P_g 的变化而变化。实际上,当粒子收敛到它们的局部吸引点时,它们的自身最优位置、局部吸引点和全局最优位置将会收敛到同一点,使得 QPSO 算法收敛。从动力学角度分析可知,在 QPSO 算法中,粒子在搜索过程中以 p 点为吸引子,随着粒子速度的不断减少接近 p 点,最后跌落到 p 点。因此,在整个算法执行过程中,在 p 点处存在着某种形式的势场能吸引群体中的粒子,使群体中的粒子保持着聚集性。并且分析式(4)可以看出, p_i 的位置位于由点 P_i 和点 P_g 为顶点构成的超矩形中,在算法的初期可以引导向优值解逼近,但在算法后期群体的粒子都被吸引靠近 P_g ,在搜索后期不可避免地存在着粒子多样性降低的现象。因此,在 GQPSO 算法中,将式(4)中的 P_g 修改为 P_{rand} ,使得群体中的粒子可以在各自的由 P_i 和点 P_{rand} 构成的超矩形中搜索,扩大了群体的搜索范围,增加了群体的多样性。

3 GQPSO 算法仿真分析

3.1 仿真设置

为了测试和比较随机选择最优个体的 QPSO 算法的性能,使用 GQPSO 算法对 6 个标准测试函数进行求解。6 个测试函数的初始化空间及搜索范围见表 1。Sphere、Rosenbrock、

Rastrigin、Griewank、Ackley 函数的优化问题分别设置为:问题维数为 10、20、30,算法对应的最大迭代次数为 1 000、1 500、2 000,粒子数分别为 20、40、80。Schaffer 函数的问题维数为 2,算法的迭代次数为 2 000,粒子数分别取 20、40 和 80。每个问题的求解都应用算法随机地独立运行 100 次。

3.2 仿真结果与讨论

表 2~7 给出了 GQPSO 算法对各测试函数在不同粒子数、不同维数及不同迭代次数的情况下得到的 100 次仿真结果的目标函数值的平均值和标准方差。图 2 中给出了不同算法在 40 个粒子 30 维(Schaffer 函数是 2 维)的情况下 100 次仿真的平均收敛曲线。从表中各种算法的仿真结果看,GQPSO 算法对于简单单峰 Sphere 函数收敛的精度要低于 QPSO 算法,但要优于标准 PSO 算法;对于 Rosenbrock 函数,GQPSO 算法有一定的优势;对于非线性多峰函数,Rastrigin 函数和 Griewank 函数,GQPSO 算法取得了相当明显的优势,说明 GQPSO 算法大大提高了 QPSO 算法在解决多峰问题,跳出局部最优的能力;最后对于 Ackley 函数和 Schaffer 函数,GQPSO 算法和 QPSO 算法取得了比较接近的仿真结果,但都要远远好于 PSO 算法。

表 1 标准测试函数

测试函数	初始化范围	搜索范围
Sphere 函数	$(50,100)^n$	$(-100,100)^n$
Rosenbrock 函数	$(15,30)^n$	$(-50,50)^n$
Rastrigin 函数	$(2.56,5.12)^n$	$(-5.12,5.12)^n$
Griewank 函数	$(-600,600)^n$	$(-600,600)^n$
Ackley 函数	$(15,32)^n$	$(-32,32)^n$
Schaffer 函数	$(15,30)^2$	$(-100,100)^2$

表 2 三种算法求解 Sphere 函数的平均最优结果和方差

粒子数	维数	迭代次数	Sphere 函数					
			PSO		QPSO		GQPSO	
			平均最优值	方差	平均最优值	方差	平均最优值	方差
20	10	1000	1.94E-21	1.27E-21	4.23E-42	4.27E-44	8.77E-38	8.39E-40
	20	1500	2.88E-13	6.97E-14	1.96E-22	1.98E-24	1.46E-18	1.47E-20
	30	2000	1.76E-9	4.29E-10	3.57E-14	3.58E-16	9.42E-17	9.52E-19
40	10	1000	1.58E-25	5.12E-26	1.51E-73	1.53E-75	1.881E-43	1.90E-45
	20	1500	1.01E-15	5.66E-16	1.73E-41	1.75E-43	2.84E-32	2.87E-34
	30	2000	4.20E-12	9.73E-13	2.08E-29	2.10E-31	1.47E-25	1.48E-27
80	10	1000	1.03E-29	3.31E-30	2.41E-101	2.43E-103	1.12E-47	1.13E-49
	20	1500	7.06E-19	1.94E-19	9.05E-69	9.143E-71	1.06E-33	1.07E-35
	30	2000	1.93E-14	5.6E-15	1.79E-50	1.81E-52	1.66E-27	1.68E-29

表 3 三种算法求解 Rosenbrock 函数的平均最优结果和方差

粒子数	维数	迭代次数	Rosenbrock 函数					
			PSO		QPSO		GQPSO	
			平均最优值	方差	平均最优值	方差	平均最优值	方差
20	10	1000	1.39E+0	3.43E-1	1.30E+1	7.74E-2	8.59E+00	4.86E-4
	20	1500	5.52E+0	1.10E+0	6.97E+1	5.44E-1	1.85E+1	2.00E-3
	30	2000	6.78E+0	1.18E+0	1.56E+2	1.31E+0	2.83E+1	3.90E-3
40	10	1000	1.32E+0	3.66E-1	6.24E+0	2.06E-2	8.51E+0	8.13E-4
	20	1500	3.60E+0	6.54E-1	3.00E+1	1.62E-1	1.86E+1	1.03E-4
	30	2000	4.93E+0	7.75E-1	4.65E+1	1.87E-1	2.85E+1	8.86E-4
80	10	1000	8.85E-1	1.79E-1	4.52E+0	2.41E-2	8.42E+0	4.09E-4
	20	1500	2.87E+0	6.35E-1	2.72E+1	1.73E-1	1.86E+1	1.63E-4
	30	2000	3.51E+0	6.18E-1	3.82E+1	3.92E-1	2.85E+1	6.74E-4

表4 三种算法求解 Rastrigin 函数的平均最优结果和方差

粒子数	维数	迭代次数	Rastrigin 函数					
			PSO		QPSO		GQPSO	
			平均最优值	方差	平均最优值	方差	平均最优值	方差
20	10	1000	4.71E-1	5.05E-2	3.87E+0	1.89E-2	2.09E+0	2.11E-2
	20	1500	1.34E+0	1.31E-1	1.36E+1	3.20E-3	4.41E+0	4.45E-2
	30	2000	2.19E+0	2.15E-1	2.70E+1	9.19E-2	3.53E+0	3.56E-2
40	10	1000	3.17E-1	3.28E-2	2.22E+0	2.20E-3	2.48E-1	2.48E-1
	20	1500	1.06E+0	1.06E-1	9.76E+0	3.82E-2	5.56E-2	3.60E-3
	30	2000	1.62E+0	1.58E-1	1.90E+1	5.08E-2	1.44E+0	1.45E-2
80	10	1000	2.13E-1	2.25E-2	1.17E+0	8.60E-3	2.26E-2	1.77E-4
	20	1500	6.56E-1	6.44E-2	7.72E+0	1.76E-2	8.20E-3	8.34E-5
	30	2000	1.31E+0	1.30E-1	1.44E+1	6.52E-2	9.45E-4	9.54E-6

表5 三种算法求解 Schaffer 函数的平均最优结果和方差

粒子数	维数	迭代次数	Schaffer 函数					
			PSO		QPSO		GQPSO	
			平均最优值	方差	平均最优值	方差	平均最优值	方差
20	2	2000	3.88E-5	1.36E-5	1.40E-3	1.47E-5	1.00E-4	9.93E-7
40	2	2000	4.851E-6	4.85E-6	2.37E-7	2.34E-9	1.56E-6	9.30E-9
80	2	2000	0.0	0.0	4.5052E-8	4.83E-9	1.79E-6	9.16E-9

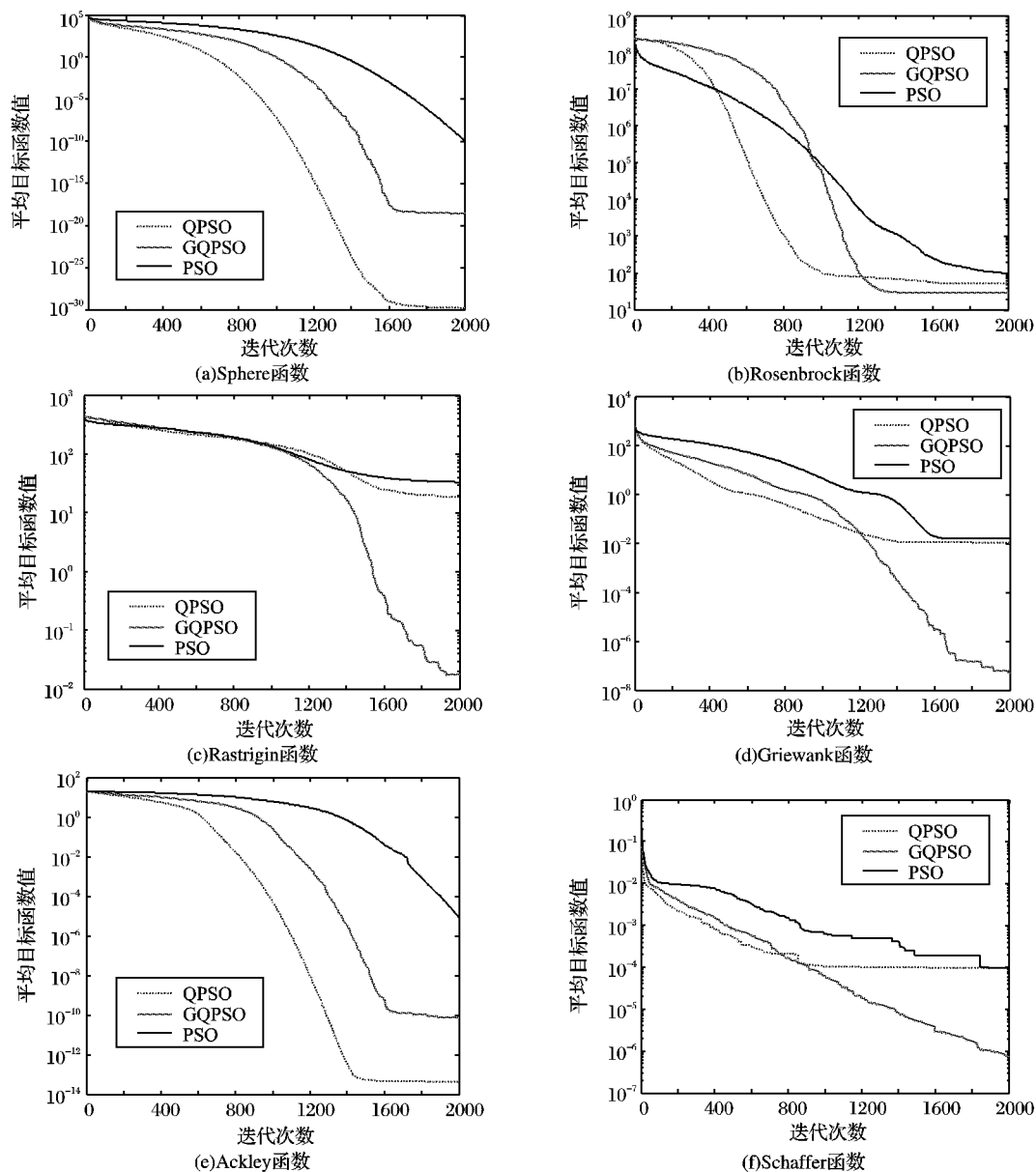


图2 三种算法优化不同标准测试函数的目标函数值的收敛曲线比较

表 6 三种算法求解 Griewank 函数的平均最优结果和方差

粒子数	维数	迭代次数	Griewank 函数					
			PSO		QPSO		CQPSO	
			平均最优值	方差	平均最优值	方差	平均最优值	方差
20	10	1000	1.00E-2	1.00E-3	8.16E-2	5.01E-4	3.09E-2	2.64E-4
	20	1500	2.10E-3	2.81E-4	2.68E-2	7.29E-5	3.71E-5	3.75E-7
	30	2000	7.41E-4	1.04E-4	1.09E-2	3.88E-5	5.96E-15	6.02E-17
40	10	1000	8.30E-3	8.36E-4	6.33E-2	3.27E-4	6.20E-3	6.33E-5
	20	1500	1.90E-3	2.42E-4	1.79E-2	8.17E-5	1.76E-6	1.78E-8
	30	2000	7.25E-4	1.09E-4	1.21E-2	2.65E-5	1.75E-14	1.77E-16
80	10	1000	7.60E-3	7.81E-4	3.86E-2	2.80E-4	1.30E-3	1.46E-4
	20	1500	2.50E-3	3.03E-4	1.61E-2	1.62E-4	3.00E-7	3.03E-9
	30	2000	6.35E-4	1.01E-4	9.30E-3	1.29E-4	1.22E-8	1.23E-10

表 7 三种算法求解 Ackley 函数的平均最优结果和方差

粒子数	维数	迭代次数	Ackley 函数					
			PSO		QPSO		CQPSO	
			平均最优值	方差	平均最优值	方差	平均最优值	方差
20	10	1000	2.85E-12	5.23E-13	1.99E-1	2.00E-3	3.50E-13	3.53E-15
	20	1500	1.50E-3	1.00E-3	8.90E-13	7.62E-15	2.97E-10	3.00E-12
	30	2000	1.08E-2	2.80E-3	2.04E-1	2.00E-3	8.54E-9	8.63E-11
40	10	1000	2.55E-14	4.99E-15	4.47E-15	3.58E-19	1.42E-15	3.05E-17
	20	1500	1.80E-9	3.36E-10	9.13E-15	1.14E-17	1.41E-14	9.79E-17
	30	2000	3.70E-7	1.21E-7	4.84E-14	1.57E-16	2.48E-12	2.50E-14
80	10	1000	7.70E-3	7.64E-4	4.36E-15	7.17E-19	1.06E-15	1.79E-18
	20	1500	3.71E-11	5.88E-12	7.63E-15	3.58E-18	4.54E-15	1.07E-18
	30	2000	7.71E-9	1.18E-9	1.44E-14	6.10E-18	1.90E-12	1.94E-14

4 结语

本文分析了 QPSO 算法的进化方程,并使用标准测试函数对粒子的进化速度进行了仿真,发现算法在后期容易陷入局部最优,群体的多样性大大降低。针对算法存在的不足,提出了引入随机选择最优个体的思想,并写出了改进后的进化方程,应用测试函数对改进后的算法和 PSO 算法、QPSO 算法进行了仿真比较,仿真结果显示改进后的算法对多峰测试函数能够找到适合问题的更优的解,但是在单峰函数中,收敛的精度降低了。因此,改进后的算法更适合解决多峰类的优化问题。

参考文献:

- [1] 高尚,杨靖宇. 群体智能算法及其应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社,2006: 1-7.
- [2] COLONI A, DORIGO M, MANYIZZO V. Distributed optimization by ant colonies [C]// Proceedings of Parallel Problem Solving from Nature (PPSN). Pans, France: Elsevier, 1991: 134-142.
- [3] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Neural Network. Washington, DC: IEEE Press, 1995: 1942-1948.
- [4] SUN J, FENG B, XU W B. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior [C]// IEEE Proceedings of Congress on Evolutionary Computation. Washington, DC: IEEE Press, 2004: 325-331.
- [5] LIU J, XU W B, SUN J. Quantum-behaved particle swarm optimization with mutation operator [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence. Washington, DC: IEEE Press, 2005: 237-240.
- [6] SUN J, XU W B, FANG W. A diversity-guided quantum-behaved particle swarm optimization algorithm [C]// Proceedings of IEEE international Conference on Simulated Evolution and Learning. Washington, DC: IEEE Press, 2006: 497-504.
- [7] SHI Y, EBERHART R C. A modified particle swarm optimizer [C]// The 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings: IEEE World Congress on Computational Intelligence. Washington, DC: IEEE Press, 1998: 69-73.
- [8] CLERC M. The swarm and the queen: Towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization [C]// Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation. Washington, DC: IEEE Press, 1999: 1951-1957.
- [9] SUN J, XU W B, FANG W. Quantum-behaved particle swarm optimization algorithm with controlled diversity [C]// International Conference on Computational Science, LNCS 3993. Berlin: Springer, 2006: 847-854.
- [10] FANG W, SUN J, XU W B. Design IIR digital filters using quantum-behaved particle swarm optimization [C]// International Conference on Natural Computation, LNCS 4222. Berlin: Springer, 2006: 637-64.
- [11] SUN J, XU W B, FANG W. Solving multi-period financial planning problem via quantum-behaved particle swarm algorithm [C]// ICIC 2006: International Conference on Intelligent Computing, LNCS 4114. Berlin: Springer, 2006: 1158-1169.
- [12] SUN J, XU W B, LIU J. Training RBF neural network via quantum-behaved particle swarm optimization [C]// ICONIP 2006: 13th International Conference, LNCS 4234. Berlin: Springer, 2006: 1156-1163.
- [13] XI M L, SUN J, XU W B. Quantum-behaved particle swarm optimization for designing H_{∞} infinity structured specified controllers [C]// International Conference on Distributed Computing and Algorithms for Business, Engineering, and Sciences. Shanghai: Shanghai University Press, 2006: 42-46.