

文章编号:1001-9081(2009)09-2589-04

# Hilbert packed R 树在空中交通管制 GIS 显示中的研究与应用

杨璇, 刘怡光, 唐振营, 刘浩

(四川大学 计算机学院, 成都 610065)

(feiyixuan2003@163.com)

**摘要:** 现有空中交通管制(ATC)地理信息系统(GIS)重绘时遍历整个地图模型来绘制所有图元, 影响了地图显示的速度。针对这一问题, 设计了基于 Hilbert packed R 树的地图绘制算法, 首先为每一个图层建立 Hilbert packed R 树索引, 以此为基础每次重绘时采用深度优先遍历的绘制方法重绘地图。试验结果表明, 该算法有效地提高了地图显示的速度。

**关键词:** 空中交通管制; 地理信息系统; Hilbert packed R 树; Hilbert 码; 深度优先遍历; 地图重绘

中图分类号: TP391.41 文献标志码:A

## Research and application of Hilbert packed R-tree in ATC GIS display

YANG Xuan, LIU Yi-guang, TANG Zhen-ying, LIU Hao

(College of Computer Science, Sichuan University, Chengdu Sichuan 610065, China)

**Abstract:** The present Air Traffic Control (ATC) Geographical Information System (GIS) is very slow in displaying the map due to traversing the whole model to draw all units. Concerning this, some work was done on the mapping algorithm based on the Hilbert packed R-tree: establishing Hilbert packed R-tree index for each layer, and redrawing the map using depth-first traversing method. The experimental results indicate that the proposed algorithm can achieve faster displaying speed.

**Key words:** Air Traffic Control (ATC); Geographical Information System (GIS); Hilbert packed R tree; Hilbert code; depth-first traversal; redrawing map

## 0 引言

空中交通管制(Air Traffic Control, ATC)地理信息系统(Geographical Information System, GIS)(简称空管 GIS)是 GIS 在航空领域里的应用, 它能综合动态地获取、存储、管理和分析军事地理环境信息。作为一个 GIS, 空管 GIS 时常需要将数据库中的数据以图形的形式清晰直观地表现出来, 并且由于其在军事上的特殊应用对显示的响应时间也要求较高, 因此如何快速地显示地图成为空管 GIS 中需要不断关注的问题。

现有空管 GIS 的重绘的过程是先清空显示, 再重新读取空间数据模型, 对每一个图元重新绘制, 这样每次重绘都会引起大量的 CPU 开销, 在图元数量很多时, 其重绘的时间会比较长。经过分析, 在某一时刻用户只需要看到当前视图范围内的图元, 因此, 不在视图范围内的图元是不需要绘制的。

由此, 本文引入 R 树索引来重建地图绘制方法, 旨在借助空间索引来筛选当前视图范围内的图元, 从而避免了遍历整个地图模型筛选的传统方法; 又根据地理数据数据量大、数据相对静态、分布极不规则的特征, 选择静态批量加载方法来创建 Hilbert packed R 树, 并设计了一种基于 Hilbert packed R 树的地图绘制算法。

## 1 知识准备

### 1.1 Hilbert packed R 树

Hilbert packed R 树是 Kamel 和 Faloutsos 在 1993 年提出

的一种基于分形 Hilbert 曲线构建 R 树的压缩算法<sup>[1]</sup>, 首先利用分形 Hilbert 曲线对已知空间数据进行排序, 然后用这些有序的空间对象逐个压满树的叶节点, 自下而上, 递归生成最终的压缩 R 树。他们设计了不同的变体进行了大量的实验, 最终“2D-C”(利用空间对象 MBR 中心点的 Hilbert 码进行排序)变体最优。该变体在查询性能上不仅优于 Roussopoulos 等的 packed R 树, 而且优于当时 R 树的所有动态版本, 如 R<sup>+</sup> 树、R<sup>\*</sup> 树等, 且特别适合实际的、不规则分布的数据。

### 1.2 二维 Hilbert 曲线

1890 年, 意大利数学家 Peano 提出一族通过一个空间所有点的曲线, 这种曲线被称为 Peano 曲线族。该 Peano 曲线族是闭合间隔单元  $I = [0,1]$  到闭合矩形单元  $S = [0,1]^2$  的连续映射, 也是所有能够填满二维或更高维空间的连续分形曲线的总称。研究表明, 在众多的空间填充曲线族中, Hilbert 曲线具有最好数据聚集特性<sup>[2]1032,[3]</sup>。

本文用  $H_2^n$  ( $n \geq 1$ ) 来表示一个二维 Hilbert 曲线, 其中  $n$  表示对一个给定的空间进行细化的层数<sup>[2]1033</sup>。由此二维 Hilbert 曲线的构造子表示为  $H_2^1$ , 也称为一个 2 维 Hilbert 单元  $C^2$ , 如图 1 所示, 其中 0、1、2、3 表示各点的 Hilbert 排列码。若采用象限描述, Hilbert 曲线中共有 4 种子象限形态<sup>[4]467</sup>, 即  $\{3,2,1,4\}$ 、 $\{1,2,3,4\}$ 、 $\{1,4,3,2\}$  和  $\{3,4,1,2\}$ , 其中图 1 中的  $C^2$  的子象限形态即为  $\{3,2,1,4\}$ 。这样就可以把二维空间中的点映射到一维空间, 然后把  $C^2$  曲线的顶点按入口到出口顺序进行编码来这些点的相对位置, 表示为 H-code。

收稿日期: 2009-03-26; 修回日期: 2009-05-12。基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60705005); 教育部博士点基金资助项目(20070610031); 四川省应用基础研究项目(2008JY0038)。

**作者简介:** 杨璇(1984-), 女, 河南灵宝人, 硕士研究生, 主要研究方向: 神经网络动力学、地理信息系统、数据库; 刘怡光(1972-), 男, 四川内江人, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 神经计算、神经网络动力学、模式识别、计算智能、智能交通系统; 唐振营(1983-), 男, 山东滕州人, 硕士研究生, 主要研究方向: 实时软件工程; 刘浩(1985-), 男, 云南建水人, 硕士研究生, 主要研究方向: 计算机网络、计算智能、搜索引擎。

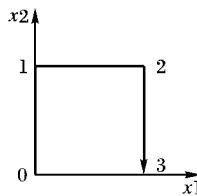


图 1 二维 Hilbert 码构造子及 H-code 示例

根据 Hilbert 曲线的自相似性, Hilbert 单元决定了其整体形态,  $H_2^{n+1}$  就是  $H_2^n$  通过一系列的坐标变换而来, 这些变换信息即为一个 2 维 Hilbert 基因, 记为  $G^2$ <sup>[2]1033</sup>。确定一个 2 维 Hilbert 基因, 实质上就是确定在  $H_2^n$  在进一步细分为  $H_2^{n+1}$  的时候, 当前每一个最小单元格细分为以该单元格中心点为中心的  $H_2^1$  的摆放形态的变换规则。表 1 所示为一个 2 维 Hilbert 基因  $G^2$ ,  $\leftrightarrow$  表示交换,  $-1$  表示求反。

表 1 2 维 Hilbert 基因  $G^2$ 

H-code	交换	求反
0	$X1 \leftrightarrow X2$	—
1	—	—
2	—	—
3	$X1 \leftrightarrow X2$	$X1^{-1}, X2^{-1}$

根据表 1 给出的 Hilbert 码相应的坐标变换, 图 2(b)、2(c) 分别给出  $C^2$  中 H-code 为 0, 3 的点为中心的单元格进行细分时构造子的摆放形态。

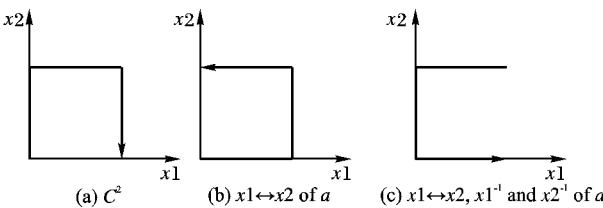


图 2 二维 Hilbert 变换举例

作为一种空间填充曲线, Hilbert 曲线通过可迭代的规则方法对空间进行逐步细分, 并用  $C^2$  来铺满整个空间。这实质上是在构造 Hilbert 曲线的同时生成 Hilbert 排列码; 而把  $C^2$  和  $G^2$  相结合, 可以决定子象限的摆放形态<sup>[4]467-468</sup>。

## 2 基于 Hilbert packed R 树的地图绘制算法

### 2.1 算法总体思想

基于 Hilbert packed R 树的地图绘制算法, 是一个 R 树的深度优先遍历过程<sup>[5],[6]294</sup>, 其出发点是非叶节点的矩形是包含其所有子节点的空间范围的最小邻接矩形。因此, 对于某一给定的空间范围, 若某一非叶节点与其不相交, 则子树中的所有数据矩形均不与其相交; 若相交, 则其子树中的某些数据矩形可能与其相交。

根据这一思想为每一个图层建立索引, 在重绘时从图层 Hilbert R 树根节点出发, 判断是否与可视范围相交, 直至叶节点, 最后判断叶节点存储的图元是否与可视范围相交, 若是, 则重绘之。

关键步骤如下:

1) 为每个图层建立索引, 这一操作仅在加载图层时被执行, 详见 2.2 节;

2) 基于深度优先遍历的地图绘制, 这一操作在显示已加

载地图、放大地图、缩小地图均被执行, 详见 2.3 节;

### 2.2 Hilbert packed R 树的创建

#### 2.2.1 算法描述

Hilbert packed R 树的创建同 Roussopoulos 提出的 packed R 树, 其基本思想是根据空间对象最小边界矩形的中心点的 Hilbert 码进行排序, 然后用这些有序的空间对象逐个压满树的叶节点, 由下而上, 一次一层, 递归生成最终的 R 树。由此可知, 在压缩 R 树的每一层中, 除了最后一个节点可能不满以外, 其他所有节点都是满的。因此可以获取几乎 100% 的空间利用率。

基于 Hilbert 码的排序记录包括图元的最小邻接矩形  $mbr$ , 图元最小邻接矩形的中心点  $centerPoint$  及中心点的 Hilbert 排列码 3 个字段, 则创建 Hilbert packed R 树过程描述如下:

步骤 1 读取图层信息, 初始化各排序记录中  $mbr$  和  $centerPoint$  字段, 并同步获取所有记录的  $centerPoint$  的  $min x$ ,  $min y$ ,  $max x$ ,  $max y$ ;

步骤 2 根据  $min x$ ,  $min y$ ,  $max x$ ,  $max y$  设置初始空间, 按照 2.2.2 节中的 Hilbert 排列码的计算方法计算所有图元 MBR 中心点坐标的 Hilbert 码;

步骤 3 对当前所有排序记录以中心点的 Hilbert 码进行排序;

步骤 4 递归创建 R 树。

#### 2.2.2 Hilbert 排列码的计算

由 1.2 节, 我们采用基于层次细分的 Hilbert 排列码的计算方法。假设给定当前单元格左上角顶点  $fixpoint$ 、宽度  $width$ 、高度  $height$ 、子象限形态  $type$ 、目标点  $p$ , 具体描述如下:

步骤 1 令  $code = 0$ ;

步骤 2 判断当前单元格是否小于最小单元格尺寸, 若是, 转步骤 9; 否则, 转步骤 3;

步骤 3 由单元格左上角顶点、宽度、高度计算中心点  $centerpoint$ ;

步骤 4 计算目标点  $p$  相对中心点  $centerpoint$  的象限, 记为:  $quad$ ; 若  $quad = 0$ , 转步骤 9; 否则, 转步骤 5;

步骤 5 根据当前单元格的子象限类型  $type$ , 获得  $p$  点对应的子象限的 Hilbert 码, 记为:  $code$ ;

步骤 6 根据  $code$  获取对  $p$  点所在子象限进行进一步划分的变换控制信息, 获取  $type$  经过这些变换后的子象限形态, 记为  $type$ ;

步骤 7 修改  $fixpoint$ 、 $width$ 、 $height$  为  $p$  点所在子象限的对应参数, 转步骤 1, 递归调用, 获取以  $p$  点所在子象限为初始空间的 Hilbert 码  $newcode$ ;

步骤 8  $code = code << 2 + newcode$ ;

步骤 9 返回  $code$ 。

基于层次细分的 Hilbert 排列码的计算方法考虑到在构造 Hilbert 曲线的同时生成 Hilbert 排列码<sup>[4]466-467</sup>。因此获取某一目标点  $p$  的 Hilbert 码的时间取决于到达目标点  $p$  所在的空间细分层次或达到最小单元格尺寸时的空间细分次数。对空间每细分一次, 导致空间单元格行列数增大一倍, 则:

假定空间细分次数为  $m$ , 目标点  $p$  所在的空间细分层次

上的单元格的行列数为 $n$ ,则 $m = \ln n$ 。由此,基于层次细分的 Hilbert 排列码的计算方法的时间复杂度为 $O(\log n)$ ,而传统的 Hilbert 码的计算方法由 Faloutsos 和 Roseman 提出,这是基于空间目标点所在单元格行列数的二进制操作,时间复杂度为 $O(n^2)$ 。可见基于层次细分的 Hilbert 排列码的计算方法在时间耗费上要优于传统的方法。

### 2.2.3 算法分析

由 2.2.1 节可知:

1) 假设当前图层的图元个数为 $n$ ,则读取图层信息的时间复杂度为 $O(n)$ ;

2) 假设空间细分到达最小单元格尺寸的空间细分次数为 $t$ ,对每个图元计算其中心点的 Hilbert 码时最坏情况下的时间即为 $t$ (由于细分时初始空间和最小单元格尺已定,因此 $t$ 可看作常量),则计算所有图元的 MBR 中心点坐标的 Hilbert 码的时间复杂度为 $O(n)$ ;

3) 采用快速排序对图元的最小边界矩形的中心点进行排序的时间复杂度 $O(n \log n)$ ;

4) 递归创建 R 树的时间耗费主要取决于该图层图元的个数 $n$ ,而图元的个数确定了所创建的 R 树的高度 $\lceil \log_m n \rceil$ ,其中 $m$ 表示 R 树的分歧因子。忽略每层创建时个数的区别,则最坏情况下创建 R 树的时间复杂度为 $O(n \log n)$ 。

由此,Hilbert packed R 树的创建时间复杂度为 $O(n \log n)$ 。

## 2.3 基于深度优先遍历的地图绘制

### 2.3.1 算法描述

在某一时刻用户只需要看到地图的某一个区域,因此每次重绘的时候遍历当前图层的 Hilbert packed R 树来选择可视范围内的图元,并重绘之。

假设给定空间范围 $S$ ,Hilbert packed R 树的根节点 $T$ ,且 R 树的分歧因子为 $M$ (每个节点所能容纳的最大孩子节点个数),则基于深度优先遍历的地图绘制算法描述如下:

步骤 1 令 $i = 0$ ;

步骤 2 判断节点 $T$ 中第 $i$ 个单元的 $I$ 与 $S$ 是否相交,若相交,转步骤 2;否则,转步骤 6;

步骤 3 判断 $T$ 是否为叶节点,若不是,转步骤 7;

步骤 4 判断节点 $T$ 中第 $i$ 个单元的所指向的图元与 $S$ 是否相交,若相交,转步骤 5;否则,转步骤 6;

步骤 5 绘制该图元;

步骤 6  $i++$ ,若 $i < M$ ,转步骤 2;否则,转步骤 8;

步骤 7 获取 $T$ 的第 $i$ 个子树的根节点 $root$ ,令 $T = root$ ,转步骤 1,递归绘制其子树;

步骤 8 结束。

### 2.3.2 算法分析

设 R 树的分歧因子是 $m$ (节点的最大容量),当前图层的图元个数为 $n$ ,则 R 树的高度 $h$ 为<sup>[6]295</sup>:

$$h = \log_f \frac{n}{m} \quad (1)$$

其中, $f$ 是节点的平均容量。

由于每个节点最多有 $m$ 个单元,则 R 树的平均查找长度 $L$ 为:

$$L = m \log_f \frac{n}{m} \quad (2)$$

假设当前 R 树的高度为 $h$ ,若由上而下进行编号,第 $i$ 层的节点个数和数据总数分别为 $c_i$ 、 $n_i$ ,则节点的平均容量 $f$ 为:

$$f(h) = \sum_{i=1}^h n_i / \sum_{i=1}^h c_i \quad (3)$$

根据 Hilbert packed R 树逐层逐个节点填满的性质,第 $i$ 层的节点个数 $c_i$ 的取值为 $n_i/m$ 或 $n_i/m + 1$ ,则:

$$L \leq f(h) \leq R \quad (4)$$

$$\begin{cases} L = \sum_{i=1}^h n_i / \sum_{i=1}^h (\frac{n_i}{m} + 1) \\ R = \sum_{i=1}^h n_i / \sum_{i=1}^h \frac{n_i}{m} \end{cases} \quad (5)$$

$$\lim_{h \rightarrow \infty} L = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^h n_i m}{\sum_{i=1}^h (n_i + m)} = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^h m(n_i + m) - \sum_{i=1}^h m^2}{\sum_{i=1}^h (n_i + m)} = \\ m - \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{m^2 h}{\sum_{i=1}^h n_i + mh} = m - \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{m^2}{\sum_{i=1}^h \frac{n_i}{h} + m} \quad (6)$$

因为 Hilbert packed R 树每层的数据项数 $n_i$ 呈 $m$ 的指数级增长,所以

$$\lim_{h \rightarrow \infty} L = m - \frac{m^2}{\infty} = m \quad (7)$$

$$\lim_{h \rightarrow \infty} R = \lim_{h \rightarrow \infty} (m \sum_{i=1}^h n_i / \sum_{i=1}^h n_i) = m \quad (8)$$

由式(7)、(8)可得:

$\exists h_0$ ,对于 $\forall h : h > h_0$ ,满足 $f \approx m$ 。

现在需要确定 $m$ 值以使 $L$ 最小:

$$L = m \log_f \frac{n}{m} \approx m \log_m n - m \log_m m = m \log_m n - m \quad (9)$$

由空管 GIS 的特殊性 $n \gg m$ ,则:

$$L \approx m \log_m n = m \ln n / \ln m = \ln n (m / \ln m) \quad (10)$$

令 $\ln n = C$ ,把 $L$ 对 $m$ 求导:

$$dL/dm \approx C \cdot (\ln m - m/m) / (\ln m)^2 = \\ C \cdot (\ln m - 1) / (\ln m)^2 \quad (11)$$

令 $dL/dm \approx C \cdot (\ln m - 1) / (\ln m)^2 = 0$ 得 $m = e$ 时最小,又因为 $m$ 应取整数且 $e \in (2, 3)$ ,则需比较 $L(2)$ 和 $L(3)$ 的大小:

$$L(2) \approx 2 \ln 2 = \frac{2}{\ln 2} \ln n \quad (12)$$

$$L(3) \approx 3 \log_3 n = \frac{3}{\ln 3} \ln n$$

因 $2/\ln 2 = 2.89 > 2.73 = 3/\ln 3$ ,所以当 $m = 3$ 时, $L$ 最小,即当 Hilbert packed R 树的分歧因子为 3 时,可获得最小的平均查找长度 $L_{min}$ 。

由此,基于 Hilbert packed R 树的地图绘制算法在最优情况下的时间复杂度为 $O(\log n)$ 。而现有空管 GIS 绘制时是遍历整个图层,时间复杂度为 $O(n)$ 。可见,本文提出的算法在时间上有了较大提高。

## 3 实验分析

为了验证本文算法的效率,作者将其应用到现有的空管 GIS 系统中,并选取机场、机场管制区、限制区、小河等图层对

改进前、后进行了对比实验,这些图层的图元个数分别为 382、215、1924、4396。表 2 列出了相同显示区域下重绘这几个图层的代价,相同显示区域的中心点为(E1040500, N304400);宽度为 823 km;高度为 619 km。

由表 2 可知,改进后的空管 GIS 系统在一定程度上加速了地图的显示,尤其在图元个数越大的情况下优化效果更为明显;由机场、机场管制区的优化效果比较可得,点图层的优化效果更明显。这是由于线、面图元的加载、绘制都要比点图元复杂。表 3 列出了这几个图层创建 Hilbert packed R 树的代价。

表 2 部分图层重绘代价对比 ms

实验集	原有系统	改进后
机场	15	10
机场管制区	16	13
限制区	31	21
小河	63	32

表 3 部分图层创建 Hilbert packed R 树代价 ms

图层	创建代价
机场	15
机场管制区	31
限制区	47
小河	94

显然,随着图层图元个数的增加,创建 R 树的代价越大,但一棵结构优化的 R 树能有效地加速地图的绘制。总的来说,基于 Hilbert packed R 树的地图绘制算法取得了较好的优化效果。

(上接第 2588 页)

装裁面环,来实现快速服装建模的方法。其中,人体截面环由人体模型对其水平切片得到,在其基础上,以空隙度为参数变形得到服装截面环。最后采用角度同步前进法对服装截面环进行构建,得到服装曲面模型。

相比已有的服装建模方法,本文方法实现了基于截面环的服装模型参数化变形方法,比基于网格顶点的变形方法更高一层次,从而将服装模型变形建立在服装放松量与空隙度上,参数化方法使服装变形更容易控制;另外,本文方法无需专业服装裁剪知识,生成服装快捷方便。虽然本文只给出裤子和裙子的建模方法,但本文方法可以直接用于其他类型如上衣等服装的建模。不过上衣结构更为复杂,因此其建模也稍麻烦些,需要解决三个分支的对应问题,同时放松量的处理和裤子裤子也有所不同,相关工作后续会另文介绍。

参考文献:

- [1] 聂卉,罗笑南.三维虚拟服装缝合技术研究[J].计算机辅助设计与图形学学报,2002,14(11): 1010–1013.
- [2] FONTANA M, RIZZI C, CUGINI U. A CAD-oriented cloth simulation system with stable and efficient ODE solution [J]. Computers & Graphics, 2006, 30(3): 391–406.
- [3] HINDS B K, MCCARTNEY J. Interactive garment design [J]. The Visual Computer, 1990, 6(2): 53–61.
- [4] WANG C C L, WANG Y, YUEN M M F. Feature based 3D garment design through 2D sketches [J]. Computer-Aided Design, 2003, 35(7): 659–672.

## 4 结语

本文在原有空管 GIS 中引入 R 树索引来重建地图绘制方法,提出了基于 Hilbert packed R 树的地图绘制算法。经过实验证明,改进后的空管 GIS 系统重绘代价有了一定程度的降低,但在加载地图时由于每次都需要创建 R 树需要支付额外的代价。作者认为可以考虑索引的数据持久化,每次加载地图时,直接从数据库中读取索引即可;同时可在创建索引时,把最小交叠作为创建代价的一个重要因素,以建立一棵结构优良的 Hilbert packed R 树。

## 参考文献:

- [1] KAMEL I, FALOUTSOS C. On packing R-trees [C]// Proceedings of the 2nd International Conference on Information and Knowledge Management. New York: ACM Press, 1993: 490–499.
- [2] 李晨阳,张杨,冯玉才. N 维 Hilbert 编码的计算[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2006, 18(7): 1032–1038.
- [3] MOON B, JAGADISH H V, FALOUTSOS C, et al. Analysis of the clustering properties of the Hilbert space-filling curve [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2001, 13(1): 124–141.
- [4] 陆锋,周成虎. 一种基于空间层次分解的 Hilbert 码生成算法 [J]. 中国图象图形学报,2001,6(5): 465–469.
- [5] BRINKHOFF T, KRIESEL H P, SEEGER B. Efficient processing of spatial joins using R-trees [C]// Proceedings of the 1993 ACM SIGMOD Conference on Management of Data. New York: ACM Press, 1993: 237–246.
- [6] 张明波,陆锋,申排伟,等. R 树家族的演变和发展[J]. 计算机学报,2005,28(3): 289–300.
- [5] TURQUIN E, WITHER J, BOISSIEUX L, et al. A sketch-based interface for clothing virtual characters [J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 2007, 27(1): 72–81.
- [6] 陆国栋,张东亮,李基拓. 基于草图交互的个性化服装生成方法 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2005,17(11): 2512–2517.
- [7] 徐文鹏. 基于人体特征的服装 CAD 参数化技术研究与应用 [D]. 杭州: 浙江大学,2004.
- [8] KEPPEL E. Approximating complex surfaces by triangulation of contour lines [J]. IBM Journal of Research and Development, 1975, 19(1): 2–11.
- [9] FUCHS H, KEDEM Z M, USELTON S P. Optimal surface reconstruction from planar contours [J]. Communications of the ACM, 1977, 20(10): 693–702.
- [10] CHRISTIANSEN H N, SEDERBERG T W. Conversion of complex contour line definitions into polygonal element mosaics [C]// Proceedings of the 5th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1978: 187–192.
- [11] GANAPATHY S, DENNEHY T G. A new general triangulation method for planar contours [C]// Proceedings of the 9th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. Boston, Massachusetts, USA: ACM Press, 1982: 69–75.
- [12] LI JI-TUO, WANG YANG-SHENG. Automatically constructing skeletons and parametric structures for polygonal human bodies [C]// Proceedings of the 25th Computer Graphics International Conference. Rio de Janeiro: [ s. n. ], 2007: 151–156.