

文章编号:1001-9081(2009)10-2693-02

## 基于 Levenberg-Marquardt 改进算法的图像拼接

王腾蛟,成礼智

(国防科学技术大学 理学院,长沙 410073)

(gkfd0804@gmail.com)

**摘要:**通过对 Levenberg-Marquardt (LM) 算法每一步迭代过程设计评估因子以及迭代参数,建立了一种 LM 改进算法。与经典 LM 算法相比,改进算法避免了迭代中矩阵奇异性导致算法出现中断的缺陷,加快了误差能量函数迭代过程中的下降速度,减少了无效计算。算法的全局收敛性保证了图像拼接中能够有效地去除重影的存在。仿真实验表明,较经典的 LM 算法,该方法在全景图拼接质量上有较好改进。

**关键词:**图像拼接; Levenberg-Marquardt 算法;参数估计;映射变换矩阵

**中图分类号:** TP391.41 **文献标志码:** A

## Image mosaic via improved Levenberg-Marquardt algorithm

WANG Teng-jiao, CHENG Li-zhi

(School of Science, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

**Abstract:** The improved Levenberg-Marquardt (LM) algorithm for image mosaic was presented. The evaluation factor was designed, which not only avoided the singular matrix problem of the computation but also made the error energy function decline more than the classical LM algorithm. The algorithm avoided the ineffective computation, and its globally convergent property has better effect on removing the ghosting phenomenon. The experimental result indicates that the image equality is improved significantly compared with that classical LM algorithm.

**Key words:** image mosaic; Levenberg-Marquardt (LM) algorithm; parameter estimation; mapping transformation matrix

### 0 引言

图像拼接作为一种近年来兴起的图像绘制技术,在遥感图像处理、地理信息系统、计算机视觉以及医学图像处理等领域有着广泛的应用<sup>[1]</sup>。图像拼接一般包括图像匹配与图像融合<sup>[2]</sup>。图像的配准过程又可分为局部配准和全局配准。前者是求解相邻两幅图像之间的运动关系,即对应矩阵;后者是处理多幅图像拼接到一起的误差累积以实现多幅图像的精确拼接。如文献[3]作者提出的层次式配准方法,文献[4]作者提出的相位校正方法,以及文献[5]作者提出的低复杂度傅里叶变换算法等。图像拼接的各种算法中经常要求解下关于误差能量函数的优化问题:

$$E(x) = \min \|I_A - I_B\|_p \quad (1)$$

文献[6]作者通过找出一条最佳缝合线,使线上两输入图像之间的颜色误差达到最小,但该方法存在的缺陷是颜色差异较大时难以找出最佳缝合线。文献[7]的泊松编辑方法在梯度域上处理,可用于消除全局曝光上的差异,但是结构接缝处理比较弱。而文献[8]作者采用 Levenberg-Marquardt (LM) 非线性最小迭代算法,提高了梯度下降法的速度。

本文针对全局配准问题,对文献[8]的 LM 方法进行了改进,根据文献[9]算法计算得到初始矩阵  $P_0$ ,在迭代步更新中加入了迭代质量评估因子  $r_k$ ,并由  $r_k$  来控制迭代步  $M_{k+1}$  的取值,并采用求解优化问题的信赖域方法改进了迭代步中的参数  $\mu_k$  以避免 Jacobi 矩阵奇异的情况,保证了方法的全局收敛性,实验结果说明了本文算法的有效性。

### 1 基于改进 LM 算法的图像拼接

#### 1.1 图像映射矩阵

图像拼接算法需要处理好相邻图像之间的重叠部分,为简化起见本文以两幅图像为例进行说明。

在待拼接的两幅有重叠部分的图像中,一幅图像作为参考图像,另一幅图像作为目标图像,通过投影变换矩阵<sup>[2]</sup>将目标矩阵映射到参考图像的坐标系中。通常的二维平面图像投影矩阵为  $3 \times 3$  的矩阵。设两幅图像分别为  $A(x_i, y_i)$ 、 $B(x_i, y_i)$ ,映射变换矩阵  $P$  将  $A$  变换为  $A'$ ,即:

$$A'(x', y') = A[P(x, y)] \quad (2)$$

其矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \\ p_4 & p_5 & p_6 \\ p_7 & p_8 & p_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中参数  $p_9 = 1$ 。

#### 1.2 LM 方法

LM 方法是目前应用较为广泛的一种无条件约束优化方法,在靠近某个极小点时平方收敛。定义两幅图像间的误差能量函数如下:

$$E(P) = \sum_{i=1}^N [I_{A'}(x'_i, y'_i) - I_B(x_i, y_i)]^2 = \sum_{i=1}^N e_i^2(P) = e(P)^T e(P) \quad (4)$$

其中:  $I_X(x, y)$  表示图像在像素点  $(x, y)$  处的像素值,  $P$  为式(2)中定义的变换矩阵,其中元素  $p_i (i = 1, \dots, 8)$  为待求的未

收稿日期:2009-04-09。 基金项目:国家自然科学基金资助项目(60573027);全国优秀博士学位论文基金资助项目(2005043)。

作者简介:王腾蛟(1984-),男,山东人,硕士研究生,主要研究方向:全景图像配准与拼接、图像多尺度分析; 成礼智(1964-),男,湖南人,教授,博士生导师,主要研究方向:信息处理的多尺度方法、压缩感知。

知数。基于 LM 方法的图像拼接的数学模型可以描述如下:在给定的精度参数精度  $\varepsilon$  的条件下,使得式(4) 最小,即:

$$\mathbf{P}^* = \{ \mathbf{P} \in \mathbf{R}^{3 \times 3} \mid \text{s.t. } E(\mathbf{P}) < \varepsilon, \min E(\mathbf{P}) \} \quad (5)$$

求解问题(5) 的经典牛顿法其迭代过程为:

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k + \Delta \mathbf{P} \quad (6)$$

$$\Delta \mathbf{P} = - [\nabla^2 E(\mathbf{P})]^{-1} \nabla E(\mathbf{P}) \quad (7)$$

其中  $\nabla^2 E(\mathbf{P})$  为误差能量函数  $E(\mathbf{P})$  的 Hessian 矩阵,  $\nabla E(\mathbf{P})$  表示梯度。因此式(2) 又可表示为:

$$\Delta \mathbf{P} = - [\mathbf{J}^T(\mathbf{P})\mathbf{J}(\mathbf{P})]^{-1} \mathbf{J}^T(\mathbf{P})e(\mathbf{P}) \quad (8)$$

其中  $\mathbf{J}(\mathbf{P})$  为  $E(\mathbf{P})$  的 Jacobian 矩阵。为了避免式(8) 中出现矩阵奇异从而导致算法中断的缺陷,LM 算法对迭代步中做了如下改进:

$$\Delta \mathbf{P} = - [\mathbf{J}^T(\mathbf{P})\mathbf{J}(\mathbf{P}) + \mu \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{J}^T(\mathbf{P})e(\mathbf{P}) \quad (9)$$

其中,比例系数  $\mu > 0$  为常数,  $\mathbf{I}$  是单位矩阵。从式(6) 可以看出,如果比例系数  $\mu = 0$ ,则为经典的牛顿迭代法;如果  $\mu$  取值很大,则 LM 算法是梯度下降法的一种近似。由于 LM 算法利用了近似二阶导数信息,其收敛速度比梯度下降法有较大提高。

### 1.3 改进的 LM 算法

由于按照式(9) 定义的 LM 算法中非零参数  $\mu$  的出现,所得到的解只能是原问题的近似解,其原始解相当于  $\mu = 0$  的情形。如果取  $\mu = 0$ ,则有可能出现奇异性,从而导致较大误差,实际应用中  $\mu$  一般选取充分小的正数,如  $\mu = 10^{-4}$ 。实验表明,此时图像拼接质量仍然可能难以满足需要(见本文第 2 章)。下面基于非线性优化问题信赖域方法的基本思想,讨论 1.2 节中方法的改进方案。

定义迭代步中能量函数  $E(\mathbf{P})$  的实际下降量和预计下降量分别为:

$$\text{Reald}_k = \|e(\mathbf{P}_k)\|^2 - \|e(\mathbf{P}_k + \Delta \mathbf{P})\|^2 \quad (10)$$

$$\text{Pred}_k = \|e(\mathbf{P}_k)\|^2 - \|e(\mathbf{P}_k) + \mathbf{J}(\mathbf{P}_k)e(\Delta \mathbf{P})\|^2 \quad (11)$$

设:

$$r_k = \frac{\text{Reald}_k}{\text{Pred}_k} \quad (12)$$

式(12) 中定义的  $r_k$  表明:若  $r_k$  的值较大,则误差能量函数下降较大,因此第  $k+1$  步迭代使用  $\Delta \mathbf{P}_k$ ;反之若  $r_k$  小,则无需使用  $\Delta \mathbf{P}_k$ 。因此,可以利用  $r_k$  对算法的迭代过程进行控制。式(6) 可以改进为:

$$\mathbf{P}_{k+1} = \begin{cases} \mathbf{P}_k + \Delta \mathbf{P}, & r_k > q_0 \\ \mathbf{P}_k, & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

式(6) 中的参数  $\mu$  设置为下面的可变参数:

$$\mu_k = \alpha_k (\theta \|e(\mathbf{P}_k)\| + (1 - \theta) \|\mathbf{J}^T(\mathbf{P}_k)\|); \quad \theta \in (0,1) \quad (14)$$

其中  $\alpha_k$  也由  $r_k$  控制,采用信赖域方法可以设计为:

$$\alpha_k = \begin{cases} n\alpha_k, & r_k < q_1 \\ \alpha_k, & r_k \in [q_1, q_2] \\ \max \left\{ \frac{\alpha_k}{n}, m \right\}, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $m$  为一个确定的常数,以防止  $\Delta \mathbf{P}_k$  过大而造成迭代困难,  $n \in \mathbf{N}$  可根据问题不同而调节  $\alpha_k$ ,从而调节迭代步长,

$$q_1 = \frac{1}{n}, q_2 = \frac{n-1}{n} = 1 - q_1。$$

### 1.4 图像拼接算法

基于上述讨论,基于改进 LM 算法的图像拼接具体过程如下:

- 1) 给出允许的误差值  $\varepsilon$ ,以及常数  $0 \leq q_0 \leq q_1 \leq q_2 < 1$ ,  $\theta \in (0,1)$ ,  $0 < m < \alpha_1$ ,  $k = 0$ ;
- 2) 根据文献[9] 中的方法计算初始矩阵  $\mathbf{P}_0$ ;
- 3) 对图像  $A(x,y) = A_k(x,y)$  由式(3) 计算对应图像  $A'(x,y) = A_{k+1}(x,y)$ ;
- 4) 利用式(4) 计算误差能量函数  $E(\mathbf{P}_k)$ ;
- 5) 计算误差能量函数的 Jacobian 矩阵  $\mathbf{J}(\mathbf{P}_k)$ ;
- 6) 分别由式(12)、(14)、(15) 计算  $r_k, \mu_k, \alpha_k$ ;
- 7) 由式(9) 计算  $\Delta \mathbf{P}$ ;
- 8) 由式(13) 计算  $\mathbf{P}_{k+1}$ ,并计算  $E(\mathbf{P}_{k+1})$ ;
- 9) 计算  $|E(\mathbf{P}_k) - E(\mathbf{P}_{k+1})|$ ,若  $|E(\mathbf{P}_k) - E(\mathbf{P}_{k+1})| < \varepsilon$  则转至 10),否则令  $k = k+1$  转至 3);
- 10) 结束。

采用文献[10] 作者提出的方法,可以证明上述算法过程的全局收敛性。

## 2 实验结果

图 1 是本文用手持相机拍摄的一所大学的体育馆图像。按图 1(a~d) 的顺序,依次做为拼接的源图像和目标图像。在 Intel Core 2 1.8GHz 1.0 GB 内存计算机上,用 Matlab7.0 (2004) 软件进行拼接实验,缝合成全景图。图 2(a) 为用文献[8] 中描述的 LM 图像拼接算法得到的图像;在本文算法中,取  $\varepsilon = 1 \times 10^{-4}$ ,  $q_0 = 1 \times 10^{-3}$ ,  $n = 4$ ,  $q_1 = 0.25$ ,  $q_2 = 0.75$ ,  $\theta = 0.5$ ,  $m = 1 \times 10^{-7}$ ,用本文算法得到图 2(b)。不难看出,本文算法取得了较好的全局配准效果,避免了图 2(a) 中体育馆顶部的重影。

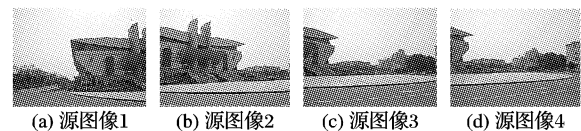


图 1 源图像

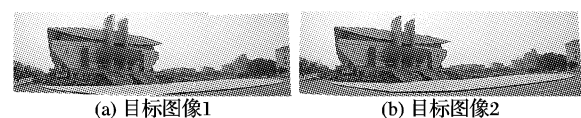


图 2 目标图像

## 3 结语

通过对 Levenberg-Marquardt 算法进行改进,用评估因子  $r_k$  来判断迭代  $k+1$  步的取值,并由  $r_k$  控制基于信赖域取法的  $\alpha_k$  以改进其迭代步中的迭代参数  $\mu_k$ ,设计了相应的全局收敛的图像拼接方法。实验结果表明本文提出的图像拼接方法有效地去除了全局配准中可能存在的重影,是一种有效、快速的图像拼接方法。

### 参考文献:

- [1] ZITOVA B, FLUSSER J. Image registration methods: A survey [J]. Image and Vision Computing, 2003, 21(11): 977-1000.
- [2] SZELISKI R. Image alignment and stitching: A tutorial [J]. Foundations and Trends® in Computer Graphics and Vision, 2004, 2(1): 1-104.

(下转第 2697 页)

了迭代时间而且能达到最低的能量函数值。混合优化收敛得最快,得到的能量值最低,GA 在大概 15 代时陷入了局部最小而不能自拔。SA 比 GA 得到的能量值低,但是却需要很长的时间来达到这个效果。混合优化解决了不成熟收敛、收敛时间过长、容易陷入局部最小而不能得到全局最优结果的问题。

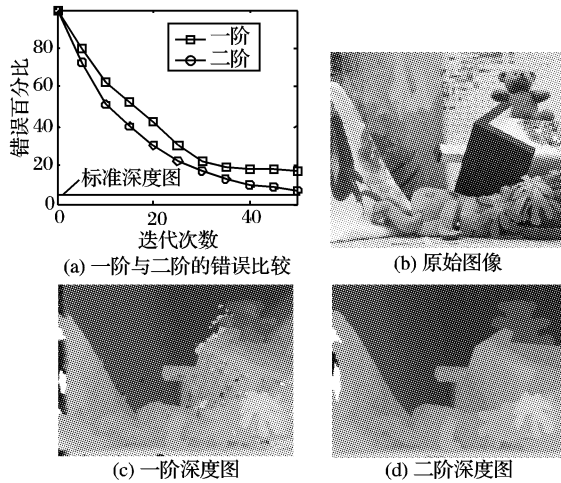


图 2 一阶与二阶的比较

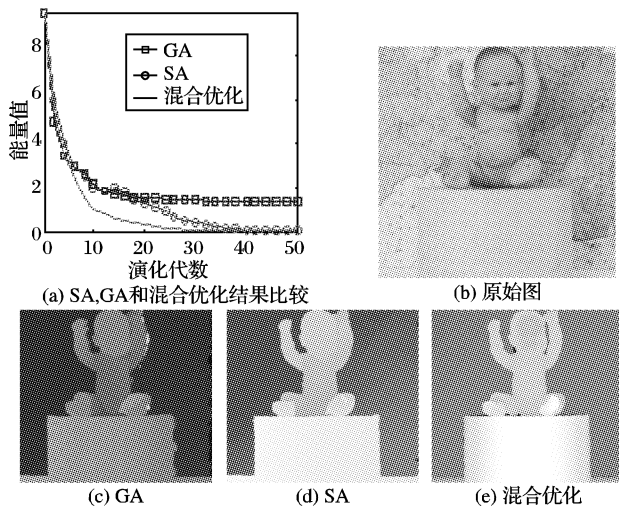


图 3 三种算法的实验结果

虽然,理论上 SA 可以找到全局最优值,但是计算效率和性能直接存在冲突,因为马尔科夫链控制的不易,很难判断是否 SA 在每一个温度阶段能达到平衡点。SA 虽然有着不错的“爬坡”性能,但是却在消耗时间上差强人意。与 SA 相反,

GA 的搜索空间很大,但其爬坡性能很差。

#### 4 结语

本文对二阶先验模型可以整合基于图像的深度信息重建的数学模型进行解算,而且有着优于传统一阶模型的高精度结果。为了高效地优化这种能量函数,提出 SA-GA 混合优化策略。实验结果显示混合优化有着优于单独使用 SA 或 GA 的性能,可以高精度、快速地得到深度图并且在全局和局部都有着很强的搜索能力,它在很短的时间可以找到所有的极值,而且不要求很严格的初始化参数。

#### 参考文献:

- [1] CHANG N, LIU T-M, TSAI T-H, *et al.* Real-time DSP implementation on local stereo matching[C]// Proceedings of 2007 IEEE International Conference on Multimedia and Expo. [S. l.]: IEEE Press, 2007: 2090–2093.
- [2] GHERARDI R. Confidence-based cost modulation for stereo matching[C]// Proceedings of the Ninth IEEE International Conference on Computer Vision. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2003, 2: 900–907.
- [3] TAPPEN M F, FREEMAN W T. Comparison of graph cuts with belief propagation for stereo, using identical MRF parameters[C]// ICCV: Proceedings of the Ninth IEEE International Conference on Computer Vision. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2003, 2: 900–907.
- [4] WEI YI-CHEN, QUAN LONG. Asymmetrical occlusion handling using graph cut for multi-view stereo[C]// CVPR: Proceedings of the 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2005, 2: 902–909.
- [5] ISHIKAWA H, GEIGER D. Rethinking the prior model for stereo[C]// ECCV: Proceedings of 9th European Conference on Computer Vision, LNCS 3953. Heidelberg: Springer-Verlag, 2006: 526–537.
- [6] SCHARSTEIN D, SZELISKI R. A taxonomy and evaluation of dense two-frame stereo correspondence algorithms[J]. International Journal of Computer Vision. 2002, 47(1/3): 7–42.
- [7] ZITNICK C L, KANADE T. A cooperative algorithm for stereo matching and occlusion detection[J]. IEEE TPAMI, 2000, 22(7): 675–684.
- [8] Daniel scharstein[EB/OL]. [2009–01–01]. <http://www.middlebury.edu/about/pubaff/facultyexperts/scharstein.htm>
- [9] 邵平凡, 万程鹏. 求解全局优化问题的遗传退火算法[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(12): 62–65.

(上接第 2694 页)

- [3] BERGN J R, ANANDAN P, HANNA K J, *et al.* Hierarchical model-based motion estimation[C]// Proceedings of the Second European Conference on Computer Vision, LNCS 588. London: Springer-Verlag, 1992: 237–252.
- [4] BROWN L G. A survey of image registration techniques[J]. ACM Computing Survey, 1994, 24(4): 325–367.
- [5] BURT P J. Fast filter transform for image processing[J]. Computer Graphics and Image Processing, 1981, 1(6): 20–51.
- [6] EFROS A, FREEMAN W. Image quilting for texture synthesis and transfer[C]// Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM, 2001: 341–346.
- [7] PEREZ P, GANGNET M, BLAKE A. Poisson image editing[J].

ACM Transactions on Graphics, 2003, 22(3): 313–318.

- [8] BURT P J, ADELSON E H. A multiresolution spline with application to image mosaics[J]. ACM Transactions on Graphics, 1983, 2(4): 217–236.
- [9] SZELISKI R. Video mosaics for virtual environments[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 1996, 16(2): 22–30.
- [10] YAMASHITA N, FUKUSHIMA M. On the rate of convergence of the Levenberg-Marquardt method[J]. Computing, 2001, 15: 239–249.
- [11] LEVENBERG K. A method for the solution of certain nonlinear problems in least squares[J]. Quarterly Journal of Applied Mathematics, 1944, 2(2): 164–166.
- [12] 杨柳, 陈燕萍. 求解非线性方程组的一种新的全局收敛 Levenberg-Marquardt 算法[J]. 计算数学, 2008, 30(4): 389–395.