

文章编号:1001-9081(2009)11-3154-04

## 维修 Agent 模型的双指数映射参数化方法

毛小松, 米双山, 刘鹏远, 王晓光

(军械工程学院 导弹工程系, 石家庄 050003)

(shirro@tom.com)

**摘要:** 复杂关节模型的运动参数化是虚拟人动作仿真的基础, 传统的旋转矩阵、欧拉角方法和四元数等参数化方法在运动描述方面存在一定缺陷, 都不能很好地解决复杂关节模型的运动参数化问题。对指数映射方法进行改进, 提出一种双指数映射(DEM)运动参数化方法, 用于同时描述关节模型的平移与旋转、线速度与角速度。首先阐述其在运动描述和参数计算方面的能力, 然后进行了维修操作训练仿真实验。研究结果表明了该方法在求导和微分、常微分方程求解、优化控制和插值拟合等方面具有较强的描述功能。

**关键词:** 虚拟维修技术; 关节模型; 运动参数化; 空间描述; 双四元数

中图分类号: TP391.9 文献标志码:A

### Dual exponential map parameterization of maintenance Agent model

MAO Xiao-song, MI Shuang-shan, LIU Peng-yuan, WANG Xiao-guang

(Missile Engineering Department, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang Hebei 050003, China)

**Abstract:** Motion parameterization of complex joint model is the foundation of virtual human motion simulation. The classical parameterization methods of 3D rotation, such as rotation matrix, Euler angle, and quaternion, which bear several drawbacks, cannot resolve the motion parameterization of complex joint model. Based on the improvement of exponential map, a novel motion parameterization method called Dual Exponential Map (DEM) which can depict translation and rotation, linear velocity and angular velocity simultaneously was proposed. The motion description as well as parameters computation capabilities of the DEM were introduced. Finally a simulation on maintenance operation training was implemented. The experimental results illustrate that the DEM method bears powerful capability on derivation, solution to differential and ODEs, optimization control and interpolation.

**Key words:** Virtual Manufacturing Technology (VMT); joint model; motion parameterization; space description; Dual Quaternion (DQ)

### 0 引言

虚拟维修技术(Virtual Manufacturing Technology, VMT)以其成本低、系统升级方便、不受时间与地点限制和效果好等特点而得到广泛应用。作为 VMT 的重要研究内容之一, 人体建模和运动控制技术应用树的数据结构来描述虚拟人的关节模型, 目前大都把虚拟人抽象为一个各肢体间通过机械转动铰相连的多刚体系统, 把虚拟人的运动控制看作是多刚体系统的运动控制。

由于虚拟人运动复杂性的限制和仿真系统实时性的要求, 对具有上百个自由度的多刚体系统, 使用传统的运动参数化方法无法对其进行很好地描述<sup>[1]</sup>, 如旋转矩阵在每次迭代时涉及多个矩阵相乘, 不适于虚拟维修训练这样的实时交互系统; 欧拉角<sup>[2]</sup>的奇异性在数字 IK 方法中会导致运动方程组的病态化, 且无法用于插值和运动混合; 四元数<sup>[3]</sup>虽然消除了欧拉角的奇异性, 且具有良好的插值特征, 但其不直观、难于表达运动约束, 以及必须实时进行规范化操作限制了四元数的应用。本文提出一种双指数映射(Dual Exponential Map, DEM)方法, 继承了四元数方法的优点, 可以同时表示空间平移与旋转, 也可以同时用来描述角速度与线速度, 适合

于描述复杂多刚体系统的运动。

### 1 双指数映射 DEM 方法

为了增强传统运动参数化方法的空间描述能力, 基于对偶数的概念, 研究人员又提出双四元数(Dual Quaternion, DQ)<sup>[4]</sup>和双欧拉角方法(Dual Euler Angle, DEA)<sup>[5]</sup>。

DQ 由于四元数本身的缺陷限制了其在运动参数化方面的应用。参考 DQ 和 DEA 方法, 本文对指数映射方法(Exponential-Map, EM)<sup>[6]</sup>进行扩展, 提出 DEM 空间参数化方法, 既克服了四元数的缺陷, 又继承了传统方法的优点。

从空间变换角度上讲, 关节运动参数化的目的是寻找  $\mathbf{R}^3$  到  $SO(3)$  空间的无奇异性映射, 但这样的映射并不存在。例如 EM 方法只是部分实现这样的映射关系。

**定义 1** 假设存在某映射  $l: \mathbf{R}^3 \rightarrow S^3$ , 当  $\mathbf{q} = [0, 0, 0, 1]$ ,  $\mathbf{v} = (0, 0, 0)^T$  时,  $e^{\mathbf{v}} = \mathbf{q}$ ; 如果  $\mathbf{v} \neq 0$ ,  $e^{\mathbf{v}} = \sum_{m=0}^{\infty} (\tilde{\mathbf{v}}/2)^m = [\sin(\theta/2)\tilde{\mathbf{v}}, \cos(\theta/2)]$ , 其中  $\theta = \|\mathbf{v}\|$ ,  $\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}/\|\mathbf{v}\|$ 。则  $l$  表示围绕轴  $\mathbf{v}$  旋转  $\theta$  角度, 三维向量  $\mathbf{v}$  被称为指数映射, 用  $e$  来表示以区别于普通的三维向量。

由定义 1 可知, 当  $\|\mathbf{e}\| \approx 0$  时,  $\hat{\mathbf{e}}$ (即  $\tilde{\mathbf{v}}$ ) 的定义域存在断

收稿日期:2009-05-06;修回日期:2009-07-14。

作者简介:毛小松(1980-), 男, 江苏新沂人, 博士研究生, 主要研究方向:系统仿真、虚拟维修; 米双山(1965-), 男, 河北故城人, 副教授, 博士, 主要研究方向:导弹武器系统仿真; 刘鹏远(1975-), 男, 河南永城人, 副教授, 博士, 主要研究方向:大型武器系统仿真、故障诊断; 王晓光(1981-), 男, 黑龙江哈尔滨人, 博士研究生, 主要研究方向:系统仿真、虚拟维修。

点, 应用 Taylor 公式可以得到式(1), 根据精度需要可以得到满足要求的近似解, 从而解决不连续的问题:

$$\begin{aligned} \sin(\theta/2)\tilde{\boldsymbol{e}} &= \frac{\sin(\theta/2)}{\theta}\boldsymbol{e} = \frac{1}{2}\operatorname{sinc}\left(\frac{1}{2}\theta\right)\boldsymbol{e} \approx \\ &\quad \left(\frac{1}{2} + \frac{\theta^2}{48}\right)\boldsymbol{e} \end{aligned} \quad (1)$$

EM 方法最近几年才被应用于图形学仿真, 可以实现映射  $\mathbf{R}^3 \rightarrow SO(3)$ , 在实际应用中, 常以四元数为桥梁来实现映射  $\mathbf{R}^3 \rightarrow S^3 \rightarrow SO(3)$ 。这样处理有两个原因: 1) 对于  $\forall \boldsymbol{q} \in S^3, \forall \boldsymbol{R} \in S^3, \ln(\boldsymbol{q})$  要比  $\ln(\boldsymbol{R})$  的计算过程简单; 2) 在时空优化控制等应用中, 当需要插值计算时,  $S^3$  具备完善的插值功能。

为了方便理解 DEM 方法, 首先给出 DQ 方法的定义, 具体实现过程可以参考文献[3, 7]。

**定义 2** 已知坐标系  $C_1$  和  $C_2$ , 两者间的空间变换关系可以用一个八元组  $(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{P}, \theta, d)$  来描述, 如图 1 所示。 $\boldsymbol{v}$  表示空间某向量,  $\boldsymbol{P}$  表示空间中某点,  $\boldsymbol{v}$  和  $\boldsymbol{P}$  用来表示空间直线  $L(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{P})$ 。 $\theta$  表示  $C_1$  围绕  $L(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{P})$  旋转的角度,  $d$  为旋转后平移变换的平移距离。这样的八元组被称为 DQ。DQ 一般可由式(2)来表示, 其中  $\|\boldsymbol{v}\| = 1, \theta' = \theta + \varepsilon d$ 。

$$\left[ \sin\left(\frac{\theta'}{2}\right)(\boldsymbol{v} + \varepsilon \cdot (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{P})), \cos\left(\frac{\theta'}{2}\right) \right] \quad (2)$$

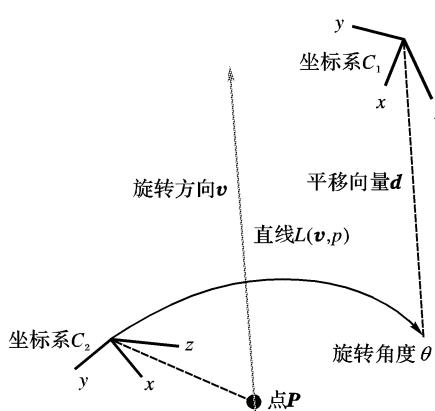


图 1 双四元数的空间描述过程

基于 EM 和 DQ 的定义, 给出 DEM 的定义如下。

**定义 3** 假设定义 1 张成的空间记为  $\mathbf{R}_{\text{em}}^3$ , 则  $\forall \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2 \in \mathbf{R}_{\text{em}}^3, \boldsymbol{e}^2 = 0$ , 可得到式(3):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e}_3 &= \exp^*(\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2) = \\ &\quad \exp(\boldsymbol{e}_1) \otimes \exp(\boldsymbol{e}_2) = \\ &\quad \exp(\boldsymbol{e}_1 + \varepsilon \boldsymbol{e}_2) \end{aligned} \quad (3)$$

$\boldsymbol{e}_3$  张成的向量空间被称为  $\mathbf{R}_{\text{dem}}^3$ 。 $\mathbf{R}_{\text{dem}}^3$  空间可以同时表示旋转与平移, 还可以同时描述旋转线速度与角速度。我们称之为 DEM 方法。

## 2 DEM 方法的空间描述能力

### 2.1 奇异点分析

旋转空间不属于欧氏空间, 如果某参数化方法张成的空间真属于欧氏空间, 则该方法存在奇异性, 是无法用于描述完整的旋转空间的。DEM 方法属于欧氏空间, 因此也存在奇异性问题。

考查 DEM 方法奇异点的位置, 主要在  $\|\boldsymbol{e}\| \approx 2\pi$  的邻

域内。经过实验发现, DEM 方法固有的奇异点位置大都位于实际应用范围之外; 如果当前的参数位于上述邻域内, 则可以通过对  $\mathbf{R}_{\text{dem}}^3$  空间内的  $\boldsymbol{e}$  进行处理以规避奇异点位置, 称之为动态参数化方法。总体思想是把  $\|\boldsymbol{e}\|$  控制在半径为  $2\pi$  的球内, 当  $\hat{\boldsymbol{e}}$  接近  $\pi$  时, 旋转操作应用式(4)来替代:

$$(1 - 2\pi/|\boldsymbol{e}|)\boldsymbol{e} \quad (4)$$

### 2.2 空间状态表达

空间点状态(位置与方向)的描述是参数化方法的基本功能之一。旋转矩阵应用 9 个参数描述位置与方向, 冗余度较大; 欧拉角方法无法直接表示位置, 必须同方向一起表示位置; 四元数方法和 EM 方法也不能直接描述位置状态。DQ 和 DEM 方法则可以同时用来表示位置与方位, 参见定义 2 与定义 3。

### 2.3 导数求解

由参数化方法生成相应的旋转矩阵, 然后求旋转矩阵与各参数间的偏导数是控制理论中的一项基本计算内容。假设  $\boldsymbol{e} \in \mathbf{R}_{\text{dem}}^3, \boldsymbol{R}(\boldsymbol{e})$  为其所对应的变换矩阵。 $\frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{e}}$  为某  $4 \times 4 \times 3$  维张量, 用  $\left[ \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial e_x} \quad \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial e_y} \quad \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial e_z} \right]$  表示, 其含义为变换矩阵各元素相对于参数向量的偏导数, 应用复合偏导数  $\frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{e}} = \left( \frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{q}} \right) \cdot \left( \frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial \boldsymbol{e}} \right)$  可以方便以 DEM 方法进行导数求解,  $\frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{q}}$  求解过程较为简单, 其中  $\boldsymbol{q}$  的定义如下:

$$\boldsymbol{q} = \begin{cases} \left( \boldsymbol{e} \cdot \sin\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right)/\|\boldsymbol{e}\|, \cos\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right) \right), & \boldsymbol{e} \neq 0 \\ (0, 0, 0, 1), & \boldsymbol{e} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$\frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial \boldsymbol{e}}$  的具体推导过程如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial \boldsymbol{e}} &= \frac{d\left(\arcsin\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right), \cos\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right)\right)}{d\boldsymbol{e}} = \\ &\quad \left[ \begin{array}{c} \sin\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right) \frac{d\boldsymbol{a}}{d\boldsymbol{e}} + \cos\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right) \frac{1}{2} \frac{d\|\boldsymbol{e}\|}{d\boldsymbol{e}} \\ - \sin\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right) \frac{1}{2} \frac{d\|\boldsymbol{e}\|}{d\boldsymbol{e}} \end{array} \right] = \\ &\quad \left[ \begin{array}{c} \sin\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right) \frac{d}{d\boldsymbol{e}} \left( \frac{k}{\|\boldsymbol{e}\|} \right) + \cos\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right) \frac{1}{2} \frac{d\|\boldsymbol{e}\|}{d\boldsymbol{e}} \\ - \sin\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right) \frac{1}{2} \frac{d\|\boldsymbol{e}\|}{d\boldsymbol{e}} \end{array} \right] = \\ &\quad \left[ \begin{array}{c} \sin\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right) \left( \frac{1}{\|\boldsymbol{e}\|} - \frac{\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T}{\|\boldsymbol{e}\|^3} \right) + \cos\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right) \frac{1}{2} \frac{\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T}{\|\boldsymbol{e}\|^2} \\ - \sin\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right) \frac{1}{2} \frac{\boldsymbol{e}^T}{\|\boldsymbol{e}\|} \end{array} \right] = \\ &\quad \left[ \begin{array}{c} \sin\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right) \left[ I_3 + \frac{\cot\left(\frac{\|\boldsymbol{e}\|}{2}\right)/2 \cdot \|\boldsymbol{e}\| - 1}{\|\boldsymbol{e}\|^2} (\boldsymbol{e}\boldsymbol{e}^T) \right] \\ - \boldsymbol{e}^T/2 \end{array} \right] \end{aligned}$$

当  $\theta \approx 0$  时,  $\left( \frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial \boldsymbol{e}} \right) \approx \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{I_3}{(-\boldsymbol{e}^T/2)} \right]^T$ 。



DEM 方法进行运动参数化的肩关节、肘关节和腕关节用三个圆表示;为了给出 DEM 方法描述运动约束的结果,图 5(b)为视点从前部观察的详细结果,图 5(a)、(b)间的关节对应如图 5 中的箭头所示,图 5 中的椎体为 DEM 描述的运动约束。维修 Agent 还应用了简化的脊柱关节模型和手部动作的沉浸式驱动方法。

应用 DEM 方法,首先优化了系统的运动效率,针对复杂的骨骼模型,系统的实时仿真速度也可稳定在 25 fps;其次,系统实现了腕关节获取攀爬动作支撑点过程的速度控制,肩关节也实现了良好的约束控制。

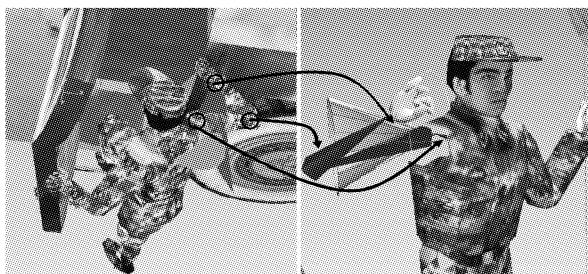


图 5 维修 Agent 攀爬动作仿真结果

### 3.3 仿真结果分析

通过对各参数化方法的比较分析看出,DEM 方法具有独特的描述功能:1)克服了四元数的缺陷;2)克服了 EM 方法必须对运动进行分次解决的缺点,可以同时表示位置与方位,在动力学优化控制中还可以同时描述角速度与线速度;3)在求导和微分、常微分方程求解、优化控制和插值拟合等方面具有较强的描述功能。具体比较结果如表 1。

表 1 各参数化方法性能比较

方法	求导微分	奇异点	插值能力	空间描述	旋转拟合	逆计算
旋转矩阵	良	0	差	强	一般	差
欧拉角	良	2	差	一般	不能	差
四元数	优	0	优	一般	优	良
EM	优	1	优	一般	优	优
DQ	优	0	优	强	优	良
DEM	优	1	优	强	优	优

(上接第 3153 页)

### 参考文献:

- [1] The OWL Services Coalition. OWL-S: Semantic markup for Web services [EB/OL]. [2009-03-12]. <http://www.daml.org/services/owl-s/1.0/owl-S.html>.
- [2] FENSEL D, LAUSEN H, POLLERES A, et al. Enabling semantic Web services – The Web service modeling ontology [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2006.
- [3] MCILRAITH S, SON T C. Adapting Golog for composition of semantic Web services [C]// KR 2002: Proceedings of the 8th International Conference on Knowledge Representation and Reasoning. Toulouse, France: [s. n.], 2002: 482–493.
- [4] LAJMI S, CHEDIRA C. WeSCo-CBR: How to compose Web services via case based reasoning [C]// IEEE International Symposium on Service-Oriented Applications, Integration and Collaboration held with the IEEE International Conference on e-Business Engineering. Washington, DC: IEEE Press, 2006: 618–622.
- [5] 胡海涛, 李刚, 韩燕波. 一种面向业务用户的大粒度服务组合方法[J]. 计算机学报, 2005, 28(4): 694–703.
- [6] 张佩云, 黄波, 孙亚民. 基于语义与模板的 Web 服务混合合成 [J]. 南京理工大学学报, 2008, 32(4): 425–428.
- [7] 付燕宁, 刘磊, 张长海. 流程模板驱动的 Web 服务组合方法[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2008, 38(S2): 169–172.
- [8] EVREN S, BIJAN P, JAMES H. Template-based composition of semantic Web services [EB/OL]. [2009-03-15]. <http://www.mindswap.org/papers/AAAI-FSS05.pdf>.
- [9] LUTZ C, SATTLER U. A proposal for describing services with DLs [C]// Proceedings of the 2002 International Workshop on Description Logics. Aachen: CEUR-WS, 2002: 129–140.
- [10] PAOLUCCI M, KAWAMURA T, PAYNE T R, et al. Semantic matching of Web services capabilities [C]// ISWC 2002: The 1st International Semantic Web Conference, LNCS 2342. Berlin: Springer-Verlag, 2002: 333–347.
- [11] MESSMER B T, BUNKE H. Efficient subgraph isomorphism detection: A decomposition approach [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2000, 12(2): 307–323.
- [12] STEVE H, DANIEL S. A domain-independent algorithm for plan adaptation [J]. Journal of Artificial Intelligence Research, 1995, 2: 319–360.