

文章编号:1001-9081(2009)11-3015-03

基于分数阶微分的岩石裂隙图像增强

王卫星,于 鑫,赖 均

(重庆邮电大学 计算机科学与技术学院,重庆 400065)

(yuxin19851114@126.com)

摘要:从分数阶微分对图像细微细节的增强能力出发,对分数阶微分的机理进行分析。将算子模板的非零权值平分到与常系数“1”距离相同的像素点中,利用周围像素点的自相关性,得到一种改进的分数阶微分算子模板。实验结果表明:对于纹理细节信息丰富的图像而言,分数阶微分对灰度变化不大的平坦区域中的纹理细节信息的提取效果明显优于整数阶微分运算。

关键词: 分数阶微分; 图像增强; 微分阶数; 掩模模板; 岩石裂隙

中图分类号: TP391 **文献标志码:**A

Image enhancement for rock fractures based on fractional differential

WANG Wei-xing, YU Xin, LAI Jun

(College of Computer Science and Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: Starting from the enhanced ability of fractional differential to image details, the authors analyzed the mechanism of fractional differential. By averaging the nonzero weights of operator template to the image pixels which have the same distance to constant coefficient “1” as well as utilizing self-dependency of surrounding pixels, an improved fractional order differential operator template was achieved. The experimental results show: in response to those images that have rich textural detail information, fractional differential outperforms integral differential operation to extract the textural detail information in smooth region without too much gray scale change.

Key words: fractional differential; image enhancement; differential order; cover module; rock fracture

在数字图像中,邻域内像素与像素之间的灰度值具有很大的相关性,图像信号中高度自相似的分形信息通常是以复杂的纹理细节信息表现的,而分数阶微积分是分形学说的数学基础之一。于是联想到可以利用分数阶微分的特性来增强二维岩石节理图像中具有分形特征的复杂而细微的纹理细节特征。本文的工作致力于将算子模板中因权值为零而被忽略的像素点重新应用到图像处理之中,最大限度地利用周围像素点的自相关性,通过实验证明了改进的分数阶微分算子模板在保持中低频纹理方面的优越性。

1 分数阶微分的作用分析

从研究连续函数整数阶导数的经典定义出发,将微积分的阶数由整数扩大到分数推衍而来,对于任意平方可积的能量型函数 $s(t) \in L^2(\mathbf{R})$, 设其傅里叶变换为 $\hat{s}(\omega) = \int_{\mathbf{R}} s(t) \cdot e^{-i\omega t} dt$, 则其 v 阶分数阶微分的 Fourier 变换为^[1]:

$$D_v^v s(t) = D_v s(t) = \frac{d^v s(t)}{dt^v} \stackrel{\text{FT}}{\leftrightarrow} (\hat{D}_v s)(\omega) =$$

$$(i\omega)^v \cdot \hat{s}(\omega) = \hat{d}(\omega) \hat{s}(\omega); v \in \mathbf{R}^+ \quad (1)$$

其中, v 阶微分算子 $D_v = D^v$ 是 v 阶微分乘子函数 $\hat{d}(\omega) = (i\omega)^v$ 的乘性算子, 其分数阶微分的滤波函数为:

$$\begin{cases} \hat{d}(\omega) = (i\omega)^v = \hat{a}_v(\omega) \cdot \exp(i\theta_v(\omega)) = \hat{a}(\omega) \cdot \hat{p}_v(\omega) \\ \hat{a}_v(\omega) = |\omega|^v \\ \theta_v(\omega) = \frac{v\pi}{2} \operatorname{sgn}(\omega) \end{cases} \quad (2)$$

根据式(2)画出分数阶微分的幅频特性曲线与整数阶微分进行比较, 结果如图 1 所示。

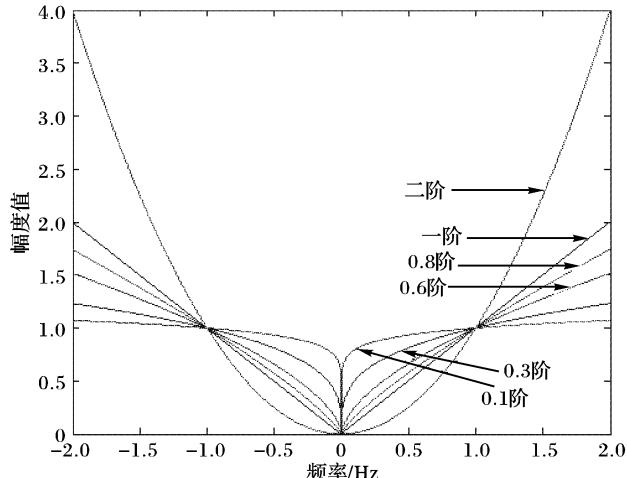


图 1 微分的幅频特性曲线

从图 1 可以看出微分运算都可以提升信号的高频, 并且随着微分阶数和频率的增加呈现出非线性的急速增长, 对甚低频信号的削弱作用也逐渐明显。二阶微分对信号高频成分的提升远大于一阶微分, 对甚低频信号的削弱也明显强于一阶微分。对于 $0 < v < 1$ 的分数阶微分, 当高频信号被提升的同时中低频也相应有所加强, 而信号甚低频幅度却没有进行大幅衰减, 得到了很好的保留。由此可见, 分数阶微分在加强中高频信号的同时, 也对信号的甚低频进行了非线性的保

收稿日期:2009-05-21;修回日期:2009-07-17。 基金项目:国家自然科学基金资助项目(60873186)。

作者简介: 王卫星(1959-),男,湖南长沙人,教授,博士,主要研究方向:数字图像处理、模式识别; 于鑫(1985-),男,山东临沂人,硕士研究生,主要研究方向:数字图像处理; 赖均(1970-),男,四川宜宾人,讲师,博士研究生,主要研究方向:软件工程、图像处理、模式识别。

留^[2-4]。

2 改进的微分算子模板

目前对分数阶微分的定义主要有三种^[5-6], 其中 Grünwald-Letnikov 定义在图像的数值实现中表现更为准确, 即:

$${}_a^G D_t^v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^v} \sum_{m=0}^{\lfloor t/a \rfloor} (-1)^m \frac{\Gamma(v+1)}{m! \Gamma(v-m+1)} s(t-mh) \quad (3)$$

其中 Gamma 函数:

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-t} t^{n-1} dt = (n-1)!$$

若 $s(t)$ 的持续期为 $t \in [a, t]$, 将函数持续期间 $[a, t]$ 按单位间隔 $h = 1$ 进行等分, 可以得到:

$$n = \left[\frac{t-a}{h} \right]^{h=1} = [t-a] \quad (4)$$

推导出一元函数 $s(t)$ 的 v 阶分数阶微分差分表达式为:

$$\begin{aligned} \frac{d^v s(t)}{dt^v} &\approx s(t) + (-v)s(t-1) + \\ &\quad \frac{(-v)(-v+1)}{2}s(t-2) + \\ &\quad \frac{(-v)(-v+1)(-v+2)}{6}s(t-3) + \dots + \\ &\quad \frac{\Gamma(-v+1)}{(n-1)! \Gamma(-v+n)} s(t-n+1) \end{aligned} \quad (5)$$

这 n 个非零系数值中只有第一个的系数值是常数“1”, 其他 $n-1$ 个都是分数阶微分阶次的函数。这 n 个非零系数值按顺序分别是:

$$1, -v, \frac{(-v)(-v+1)}{2}, \frac{(-v)(-v+1)(-v+2)}{6}, \dots, \frac{\Gamma(-v+1)}{(n-1)! \Gamma(-v+n)}$$

这 n 个非零系数值的和并不等于零, 这也是分数阶微分与整数阶微分的显著区别之—^[7-10]。

由式(6) 定义在 x, y 方向上和左右对角方向上的分数阶微分掩模, 分别见图 2、3^{[8][130]}。

0	$(v^2-v)/2$	0
0	$-v$	0
0	1	0

(a) x 方向 (b) y 方向

图 2 x, y 方向上的分数阶微分掩模

这里需要注意的是周围邻域里的像素点的灰度值有很大的自相关性, 如果把一个图 2、3 所示的 3×3 非对称的分数阶微分模板作用于原图的每个像素点 (x, y) 上, 那么权值为零所对应的像素点是被忽略的。为了能够最大限度地利用周围像素点的自相关性, 本文对上述模板进行了改进, 与常系数“1”所在的像素点距离为 1 个像素的像素点平分权值 $(-v)$, 距离为 2 个像素的像素点平分权值 $(v^2 - v)/2$, 则改进的模板如图 4、5 所示。

所有分数阶微分掩模中的系数总和不为零, 这表明在图

像灰度值恒定或变化不大的区域内的响应不为零。这也是分数阶微分算子为得到增强的图像纹理细节信息所期望得到的结果。

0	0	1
0	$-v$	0
$(v^2-v)/2$	0	0

(a) 右对角方向

1	0	0
0	$-v$	0
0	0	$(v^2-v)/2$

(b) 左对角方向

图 3 左右对角方向上的分数阶微分掩模

$(v^2-v)/6$	$(v^2-v)/6$	$(v^2-v)/6$
$-v/5$	$-v/5$	$-v/5$
$(v^2-v)/6$	$-v/5$	1

(a) x 方向

$(v^2-v)/6$	$-v/5$	$-v/5$
$(v^2-v)/6$	$-v/5$	1
$(v^2-v)/6$	$-v/5$	$-v/5$

(b) y 方向

图 4 x, y 方向上的改进分数阶微分掩模

$(v^2-v)/10$	$-v/3$	1
$(v^2-v)/10$	$-v/3$	$-v/3$
$(v^2-v)/10$	$(v^2-v)/10$	$(v^2-v)/10$

(a) 右对角方向

1	$-v/3$	$(v^2-v)/10$
$-v/3$	$-v/3$	$(v^2-v)/10$
$(v^2-v)/10$	$(v^2-v)/10$	$(v^2-v)/10$

(b) 左对角方向

图 5 左右对角方向上的改进分数阶微分掩模

3 实验仿真及结果分析

为了得到更好的处理效果, 把 x, y 、右对角、左对角方向上的分数阶掩模算子扩展到像素点周围所有的 8 个方向, 分别对图像 $s(x, y)$ 中像素点 (x, y) 及其邻域用对应的分数阶掩模算子进行运算, 然后比较这 8 种运算的结果, 将其中的最大值作为像素点 (x, y) 分数阶微分处理结果的灰度值。对于彩色图像的分数阶微分处理, 需要对其 R, G, B 分量分别进行分数阶微分, 然后再合成为 RGB 彩色图像。换句话说, 处理彩色图像时的分数阶微分掩模卷积运算量相当于并行计算 3 个灰度图像的分数阶微分掩模卷积运算量之和^{[8][131]}。

图 6~8 是改进的分数阶微分算子模板在 $v = 0.55$ 阶进行的实验, 从实验结果可以看到分数阶微分具有非线性加强纹理细节信息的能力, 改进的图像分数阶微分相比其他方法能够更好地保持图像整体低频轮廓信息, 又加强图像中灰度变化幅度较大的高频边缘信息, 同时还能加强灰度变化不大的平坦区域中的纹理细节信息。

4 结语

基于分数阶微分理论进行图像处理是一个比较新的课题, 近期的研究证明分数阶微分在图像处理中的优越性已经显露出来, 针对岩石节理裂隙图像的增强, 为了最大限度地利用周围像素点的自相关性, 将以前被忽略的像素点应用到分数阶微分处理之中, 对分数阶微分的算子模板进行的改进。本文的方法还只是一个初步的探索, 更多的分数阶微分算子和改进方法需要进一步研究。

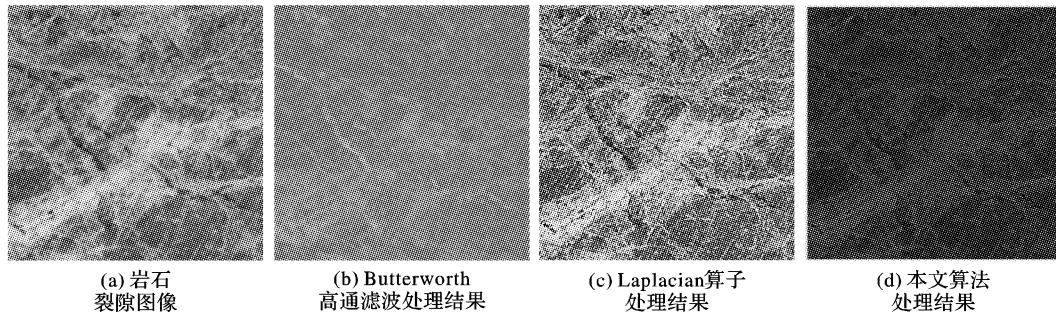


图 6 灰度图像的分数阶微分处理结果一

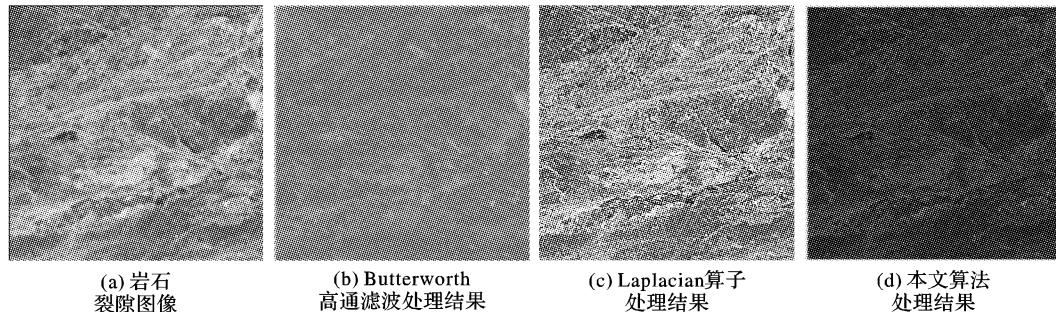


图 7 灰度图像的分数阶微分处理结果二

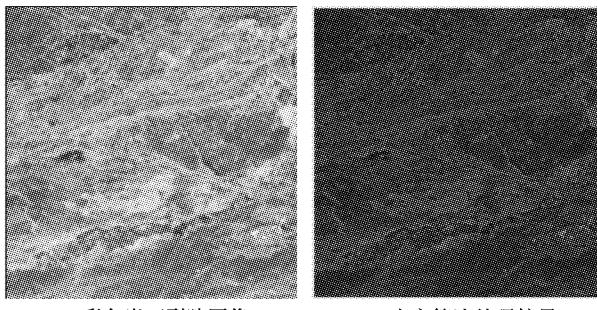


图 8 彩色岩石裂隙图像的分数阶微分处理

参考文献:

- [1] FALCONER K. 分形几何——数学基础及其应用 [M]. 曾文曲, 刘世耀, 译. 辽宁: 东北工业学院出版社, 1991.
- [2] 杨柱中, 周激流, 黄梅, 等. 基于分数阶微分的边缘检测 [J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2008, 40(1): 152–157.
- [3] 杨柱中, 周激流, 晏祥玉, 等. 基于分数阶微分的图像增强 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2008, 20(3): 343–348.
- [4] PU YI-FEI, WANG WEI-XING, ZHOU JI-LIU, et al. Fractional differential approach to detecting textural features of digital image and its fractional differential filter implementation [J]. Science in China Series F: Information Sciences, 2008, 51(9): 1319–1339.
- [5] OLDHAM K B, SPANIER J. The fractional calculus [M]. New York: Academic Press, 1974.
- [6] PODLUBNY I. Fractional differential equations [C]// Mathematics in Science and Engineering. New York: Academic Press, 1999, 198: 150–158.
- [7] 蒲亦非, 王卫星. 数字图像的分数阶微分掩模及其数值运算规则 [J]. 自动化学报, 2007, 33(11): 1128–1135.
- [8] 蒲亦非. 将分数阶微分演算引入数字图像处理 [J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2007, 39(3): 124–131.
- [9] WANG YI-YANG, PU YI-FEI, ZHOU JI-LIU. 1/2 Order fractional differential tree type circ-uit of digital image [J]. Congress on Image and Signal Processing, 2008, 3(3): 331–334.
- [10] 樊玉华, 李文. 分数阶微分算子的离散化方法比较 [J]. 大连交通大学学报, 2008, 29(3): 95–98.

(上接第 2947 页)

由图 1 可以看出:

- 1) $k = 1$ 时, Tent 序列和二维 Henon 序列的复杂度最稳定;
- 2) $k = 1$ 时, 二维 Henon 序列复杂度的相对稳定性最好;
- 3) $k = 2$ 时, Tent 序列的复杂度仍是最稳定的, 其次是二维 Henon 序列;
- 4) $k = 2$ 时, Tent 序列复杂度的相对稳定性最好, 其次是简单二维混沌序列。

3 结语

本文提出了重量 IPP 的概念, 并使用 IPP 的绝对变化量 $\Delta_{IPP,k}$ 和相对变化量 $d_{IPP,k}$ 来衡量混沌伪随机序列的稳定性。对几类常见混沌伪随机序列的复杂度稳定性进行了数值仿真, 结果表明 Tent 序列和二维 Henon 序列的复杂度相对较稳定。

参考文献:

- [1] 刘金梅, 丘水生. 混沌伪随机序列复杂性的一种量度方法 [J]. 计算机应用, 2009, 29(4): 938–940, 1091.
- [2] 丁存生, 肖国镇. 流密码学及其应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1994.
- [3] 谭林, 戚文峰. $2^m p^n$ 周期二元序列的线性复杂度和 k 错线性复杂度 [J]. 通信学报, 2008, 29(7): 44–49, 61.
- [4] 董丽华, 胡予濮, 孙红波. 广义自缩序列的线性复杂度 [J]. 电子学报, 2008, 36(7): 1373–1377.
- [5] 蔡觉平, 李赞, 宋文涛. 一种混沌伪随机序列复杂度分析法 [J]. 物理学报, 2003, 52(8): 1871–1876.
- [6] XIANG FEI, QIU SHUI-SHENG. Analysis on stability of binary chaotic pseudorandom sequence [J]. IEEE Communications Letters, 2008, 12(5): 337–339.