

文章编号:1001-9081(2010)01-0054-04

基于小波变异粒子群和模糊熵的图像分割

张伟^{1,2}, 隋青美²

(1. 青岛科技大学 自动化与电子工程学院, 山东 青岛 266042; 2. 山东大学 控制科学与工程学院, 济南 250061)

(zwqd2008@163.com)

摘要:基于粒子群和模糊熵的图像分割算法用于各种图像分割时,由于基本粒子群算法存在易陷入局部最优以及过早收敛的缺点,使得该算法难以得到理想的分割效果。针对此问题,提出了一种基于小波变异粒子群和模糊熵的图像分割算法,利用小波变异粒子群来搜索使模糊熵最大的参数值,得到模糊参数的最优组合,进而确定图像的分割阈值。通过与其他两种粒子群算法的分割结果进行比较,表明该算法取得了令人满意的分割结果,算法运算时间较小,具有很好的自适应性。

关键词:粒子群优化算法;小波变异;模糊熵;图像分割;阈值分割

中图分类号: TP391.41 **文献标志码:** A

Image segmentation based on wavelet mutation particle swarm optimization and fuzzy entropy

ZHANG Wei^{1, 2}, SUI Qing-mei²

(1. School of Automation and Electronic Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao Shandong 266042, China;

2. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan Shandong 250061, China)

Abstract: Image segmentation algorithm based on Particle Swarm Optimization (PSO) and fuzzy entropy cannot have satisfactory performance because the classic PSO easily falls into local optimization and premature convergence. Concerning this shortcoming, a new segmentation algorithm based on wavelet mutation PSO and fuzzy entropy was proposed. The new algorithm used wavelet mutation PSO to explore fuzzy parameters of maximum fuzzy entropy, and to get the optimum fuzzy parameter combination, and then obtained the segmentation threshold. According to the comparison of the experimental results between the new algorithm and the other two algorithms, the new algorithm is of good segmentation, low time cost and self adaptivity.

Key words: Particle Swarm Optimization (PSO); wavelet mutation; fuzzy entropy; image segmentation; threshold segmentation

0 引言

对图像进行有效的分割在图像分析、理解和目标识别中具有重要的意义。现有的图像分割方法大致可分为阈值法、边缘检测法、区域法、聚类法和结合特定理论的图像分割方法等类型,其中阈值法是最常用的方法。阈值法的关键是阈值的选取,其选取的是否合理直接关系到分割的质量和后续图像处理。

目前,已有众多的阈值方法,如双峰法、迭代法、最大类间方差法等,但它们应用于不同的图像时,其自适应性不是很理想。近年来,模糊集合理论已成功应用于图像分割,并取得了较好效果。1983年,Pal等人^[1]引入图像灰度模糊数学描述,即通过计算图像的模糊熵来选取图像的分割阈值的方法。此后,相关的研究紧随其后,Murthy等人^[2-3]指出阈值不仅与隶属函数有关,还与隶属函数的分布有关。该方法通过计算图像的模糊熵,搜索使模糊熵最大时的参数值,以确定隶属函数的各参数,进而确定分割阈值,其模糊参数的寻优实际上是一个优化问题。解决优化问题的方法通常有穷举法、遗传算法、蚁群算法、粒子群算法等,其中粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)由于其优越性已成为众多学者研究的热点^[4-8]。

普通粒子群优化算法存在易陷入局部最优以及过早收敛的缺点,使得该算法难以得到理想的优化效果。近年来出现了不少改进的 PSO 算法,改进算法主要有对惯性因子的改进^[9-12],以及引入遗传算法中的交叉、变异或进化思想对部分粒子进行相应的操作^[13-16]。Li 等人^[15]提出的高斯变异的粒子群算法(Gaussian Mutation Particle Swarm Optimization, GMPSO)取得了不错的分割效果,但该算法的分割精度还有待进一步提高。本文提出一种小波变异粒子群和模糊熵的图像分割算法,利用小波变异粒子群(Wavelet Mutation Particle Swarm Optimization, WMP SO)来搜索使模糊熵最大时的参数值,得到模糊参数的最优组合,进而确定图像的分割阈值。和其他两种分割算法的对比仿真实验结果表明该算法取得了令人满意的分割结果,算法运算时间较小。

1 基本粒子群算法

粒子群优化算法是一种进化计算技术,最早由 Kenney 与 Eberhart 于 1995 年提出的。经过短短十余年的发展,PSO 已成功应用于多目标优化、人工神经网络训练、模糊系统控制、模式识别和图像处理等领域,成为目前进化计算研究的一个新热点。

设在 n 维解空间中,每个粒子 i 有一位置 $X_i(x_{i1}, x_{i2}, \dots,$

收稿日期:2009-07-09;修回日期:2009-08-31。 基金项目:山东省自然科学基金资助项目(Z2006G06)。

作者简介:张伟(1975-),男,重庆人,讲师,博士研究生,主要研究方向:数字图像处理; 隋青美(1963-),女,山东济南人,教授,博士生导师,博士,主要研究方向:检测理论及应用、光纤传感技术。

x_{in}) 和速度 $V_i(v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in})$, 前者表示问题的解, 对应的目标函数值作为评价该粒子优劣程度的适应度; 后者表示粒子从当前位置移动到下一个位置的速度大小。每一个粒子所经历过的具有最好适应值的位置称为个体最好位置, 记为 $P_i(p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in})$, 种群中所有粒子所经历过的最好适应值位置称为全局最好位置, 记为 $P_g(p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gn})$, 对 PSO 算法的每一次迭代, 粒子通过动态跟踪 P_i 和 P_g 来更新自身的速度和位置。速度和位置的更新方程为:

$$v_{ij}(t+1) = wv_{ij}(t) + c_1 \text{rand}() (p_{ij}(t) - x_{ij}(t)) + c_2 \text{rand}() (p_{gj}(t) - x_{ij}(t)) \quad (1)$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1) \quad (2)$$

其中: i 表示第 i 个粒子, j 表示粒子的第 j 维, t 表示第 t 次迭代; c_1, c_2 为加速常数, 通常在 0 到 2 间取值; $\text{rand}()$ 均匀分布在 $(0,1)$ 上的随机数; w 为惯性因子。

当粒子群中大多数粒子在连续的迭代中未找到最优值前停止更新时, 就会出现过早收敛的现象。当惯性因子 w 较小或固定时就会出现这种现象。从式(1)可以看出, 当 $v_{ij}(t)$ 较小并且 $|p_{ij}(t) - x_{ij}(t)|$ 和 $|p_{gj}(t) - x_{ij}(t)|$ 很小时 $v_{ij}(t+1)$ 也很小, 即相应的粒子失去搜索能力。这种情况通常会出现当粒子本身是全局最优时即 $|p_{ij}(t) - x_{ij}(t)|$ 和 $|p_{gj}(t) - x_{ij}(t)|$ 等于零时的迭代早期阶段, 这样在以后的迭代中粒子就是去了多样性。为了解决这个问题, 一般将 w 设为:

$$w = w_{\max} - t \times (w_{\max} - w_{\min}) / t_{\max} \quad (3)$$

其中, t_{\max} 表示总迭代次数, w_{\max} 和 w_{\min} 分别表示最大和最小惯性因子。

2 小波变异

为了克服过早收敛, 比较通用的做法是引入遗传算法中的变异操作, 即对部分粒子进行变异, 使得粒子种群呈现多样性。一般可以用均匀变异或非均匀变异来进行变异操作, Natsuki H 等人^[13]引入了高斯变异操作。本文利用的小波变异能对粒子起到微调的作用, 每个粒子变异的概率为 $p_m \in [0,1]$, p_m 的大小根据粒子群的维数决定。小波变异的方程式如下:

$$\text{mut}(x_{ij}(t)) = \begin{cases} x_{ij}(t) + \sigma \times (x_{\max} - x_{ij}(t)), & \sigma > 0 \\ x_{ij}(t) + \sigma \times (x_{ij}(t) - x_{\min}), & \sigma \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\text{mut}(x_{ij}(t))$ 为变异后的 $x_{ij}(t)$, x_{\max} 和 x_{\min} 分别为 x 的最大最小值, 选择 Morlet 小波时, σ 的计算公式如下:

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{a}} e^{-(\varphi/a)^{2/2}} \cos(5(\varphi/a)) \quad (5)$$

其中, φ 的取值为 $\varphi \in [-2.5a, 2.5a]$, a 的计算公式如下:

$$a = e^{-\ln(g) \times (1 - t/t_{\max}) \xi_{um} + \ln(g)} \quad (6)$$

其中, ξ_{um} 为上式单调递增方程的形状参数, g 为 a 的上限值, t 为当前迭代次数, t_{\max} 为最大迭代次数。

3 小波变异粒子群和模糊熵的图像分割算法

3.1 图像的最大模糊熵

给定一幅灰度级为 L 的 $m \times n$ 的图像 Y , 令 $D = \{(i, j) : i = 0, 1, \dots, m-1; j = 0, 1, \dots, n-1\}$ 和 $G = \{0, 1, \dots, L-1\}$, 定义 y_{ij} 为图像 Y 中 (i, j) 点的灰度值。令:

$$D_k = \{(i, j) : y_{ij} = k, (i, j) \in D\}, k = 0, 1, \dots, L-1$$

$$h_k = \frac{n_k}{m \times n} \quad (7)$$

其中 n_k 为 D_k 中元素的个数, 则 $H = \{h_0, h_1, \dots, h_{L-1}\}$ 为图像的直方图, 其概率分布为: $p_k = h_k, k = 0, 1, \dots, L-1$ 。

根据模糊理论, 图像 Y 可看成是一个模糊事件 $\mu_Y(y_{ij})$ 为该点属于某种特征的隶属度, $0 \leq \mu_Y(y_{ij}) \leq 1, 0 \leq i \leq m, 0 \leq j \leq n$ 。对于单阈值分割, 设分割阈值 T 根据灰度值将原始图像的像素分成两个模糊集, 即黑和亮两个集合。黑模糊集包含低灰度值的像素, 对应图像的背景; 亮模糊集包含高灰度值的像素, 对应图像的目标。这两个模糊集的隶属函数 $\mu_d(k), \mu_b(k)$ 可分别定义^[17]如下:

$$\mu_d(k) = \begin{cases} 1, & k \leq a \\ 1 - \frac{(k-a)^2}{(c-a) \times (b-a)}, & a < k \leq b \\ \frac{(k-c)^2}{(c-a) \times (c-b)}, & b < k \leq c \\ 0, & c < k \end{cases} \quad (8)$$

$$\mu_b(k) = \begin{cases} 0, & k \leq a \\ \frac{(k-a)^2}{(c-a) \times (b-a)}, & a < k \leq b \\ 1 - \frac{(k-c)^2}{(c-a) \times (c-b)}, & b < k \leq c \\ 1, & c < k \end{cases} \quad (9)$$

其中 a, b, c 满足 $0 \leq a < b < c \leq 255, b = (a+c)/2$, 则 $[a, b]$ 是模糊区间, $[0, a]$ 和 $[c, 255]$ 是非模糊区间。综合以上各式, 可得这两个集合的模糊熵为:

$$H_d = \sum_{k=0}^{255} \frac{p_k \cdot \mu_d(k)}{p_d} \ln \left(\frac{p_k \cdot \mu_d(k)}{p_d} \right) \quad (10)$$

$$H_b = \sum_{k=0}^{255} \frac{p_k \cdot \mu_b(k)}{p_b} \ln \left(\frac{p_k \cdot \mu_b(k)}{p_b} \right) \quad (11)$$

则模糊事件的总模糊熵为:

$$H(a, c) = H_d + H_b \quad (12)$$

由信息论可知, 一个事件的熵越大, 所含有的信息量就越大。为了实现目标与背景的最佳分割, 模糊事件的模糊熵应为最大。为此, 可通过优化模糊参数 $(a_{\text{opt}}, c_{\text{opt}})$, 选择其最佳组合, 使总模糊熵 $H(a, c)$ 达到最大值, 并据此确定最优阈值 T_{opt} 。最优阈值满足如下条件:

$$\mu_d(T_{\text{opt}}) = \mu_b(T_{\text{opt}}) = 0.5 \quad (13)$$

因此, 最优阈值为:

$$T_{\text{opt}} = b_{\text{opt}} = (a_{\text{opt}} + c_{\text{opt}}) / 2 \quad (14)$$

3.2 小波变异粒子群和最大模糊熵的图像分割算法

根据最大模糊熵原理, 基于最大模糊熵的图像分割算法其本质是在图像的整个灰度空间上搜索一组参数 (a, c) 使图像的总模糊熵取最大值的优化问题。本文将小波变异粒子群算法(WMPSO)用于搜索一组最优参数 (a, c) , 提高了算法的分割性能。

算法的基本步骤为:

1) 初始化, 按式(15) ~ 式(18) 初始化粒子群的位置矩阵 X 和速度矩阵 V , 设定粒子群规模 N 和维数 D (由于需寻优 2 个参数, 因此 $D = 2$), 设定:

$$x_{ij} = x_{\min} + (x_{\max} - x_{\min}) \times \text{rand}() \quad (15)$$

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \\ \vdots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$v_{ij} = -v_{\max} + 2v_{\max} \times \text{rand}() \quad (17)$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \\ \vdots & \vdots \\ v_{N1} & v_{N2} \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中 $\text{rand}()$ 均匀分布在 $(0,1)$ 上的随机数, v_{\max} 是 v 的最大值, x_{\max} 和 x_{\min} 分别为 x 的最大、最小值, 一般取 $x_{\max} = L_{\max}$, $x_{\min} = L_{\min} + 1$, L_{\max} 和 L_{\min} 分别为图像的最大、最小灰度。

2) 选择式(12) $H(a, c)$ 作为粒子群算法的适应度函数, 计算粒子群中每个粒子的适应值, 并根据适应值选择每个粒子的当前最好位置 P_i 和粒子群的全局最好位置 P_g 。

3) 根据式(3)计算权重因子, 再根据式(1)和式(2)更新粒子的速度和位置。

4) 根据式(4)对部分粒子进行小波变异。

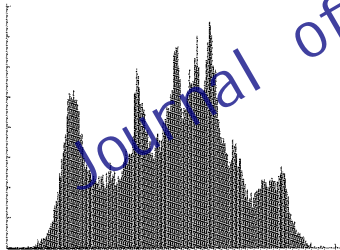
5) 若达到最大迭代次数, 则算法结束; 否则, 转步骤2)。

6) 求出全局最优解 p_g 对应的参数组合 (a, c) , 计算分割阈值 T_{opt} 对图像进行分割。

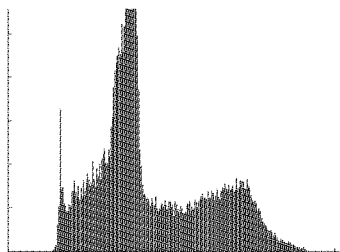
4 仿真结果及分析

利用本文算法对不同类型图像进行分割实验, 并与其他算法的结果进行对比。实验中粒子群算法相关参数选择如下: 粒子群规模 $N = 10$, 维数 $D = 2$, 最大迭代次数 $t_{\max} = 50$, 惯性因子 $\omega_{\max} = 0.9$, $\omega_{\min} = 0.4$, 学习因子 $c_1 = c_2 = 1.4962$, 小波变异参数为: 变异概率 $p_m = 0.5$, $g = 1000$, $\xi_{\text{wm}} = 2$ 。

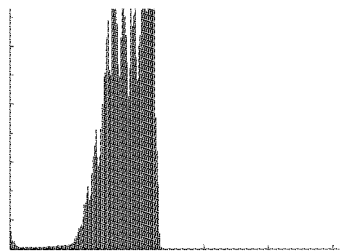
实验中采用的图像分别为 Lena、Rice 和真实煤尘图像, 它们代表几种不同类型的图像。图1是它们的灰度直方图, Lena 图像呈多峰模式; Rice 图像为明显的双峰, 煤尘图像为单峰模式。



(a) Lena图像



(b) Rice图像



(c) 煤尘图像

图1 实验图像直方图

用本文算法(WMPSO)、基本 PSO 算法和 GMPSO 算法^[15]对3种不同类型的图像进行了分割效果比较实验, 实验效果如图2所示, 其中, (a)为原始图像; (b)为基本 PSO 算法的分割结果; (c)为 GMPSO 算法的分割结果; (d)本文算法的分割结果, $i = 1, 2, 3$ 。从图2的分割结果可以看出, 本文提出算法的分割效果优于其他两种算法, 特别是在对具有多峰特性的 Lena 图像和具有单峰特性的煤尘图像, 本文的优势非常明显。



图2 实验结果比较图

表1列出了不同算法的分割阈值、运算时间以及广泛使用的 Sahoo 等人^[18]提出的无差异测量, 其数据是在 Pentium Dual E2200 2.0 GHz CPU、1 GB RAM 的 PC 机以及 Matlab 7.0 软件环境下得到的。无差异测量定义为:

$$u = 1 - 2 \times c \times \frac{\sum_{j=0}^c \sum_{i \in R_j} (y_i - \mu_j)^2}{m \times n \times (L_{\max} - L_{\min})^2} \quad (19)$$

其中: c 为阈值数量, R_j 为 j 阶分割区域, y_i 为像素 i 的灰度值, μ_j 为 j 阶分割区域灰度平均值, $m \times n$ 为图像总的像素点, L_{\max} 和 L_{\min} 为图像的最大最小灰度值。 $u \in [0, 1]$, u 越接近于1说明分割效果越好。

从表1看出, 本文提出的 WMPSO 分割算法在阈值和分割性能指标上具有明显的优势, 同时由于算法复杂度增加, 其运算时间也有所增加, 但运算时间最大也在 200 ms 之内。

5 结语

针对基本粒子群算法存在易陷入局部最优以及过早收敛的问题, 提出了一种基于小波变异粒子群算法和最大模糊熵的图像分割算法, 用小波变异粒子群搜索使模糊熵最大时的参数值, 得到模糊参数的最优组合, 进而确定图像的分割阈值。与基本粒子群分割算法和高斯变异粒子群分割算法的比较实验结果充分表明该算法对不同类型的图像均能取得较好

的分割结果。为了更好地克服粒子群算法容易出现过早收敛的问题,下一步可以在惯性因子 ω 的改进方面做一定研究。

表 1 本文算法与其他算法进行图像分割性能比较

图像	算法	阈值	运行时间/s	均匀性
256 × 256 Lena 图像	PSO	134.6105	0.075	0.9764
	GMPSO	130.8517	0.078	0.9773
	WMPSO	122.6450	0.079	0.9787
256 × 256 Rice 图像	PSO	102.1927	0.078	0.9845
	GMPSO	102.3237	0.078	0.9845
	WMPSO	107.9602	0.109	0.9858
512 × 512 煤尘图像	PSO	110.4098	0.098	0.9670
	GMPSO	108.3135	0.125	0.9782
	WMPSO	105.2461	0.181	0.9926

参考文献:

- [1] PAL S K, KING R A, HASHIM A A. Automatic graylevel thresholding through index of fuzziness and entropy[J]. Pattern Recognition Letters, 1983, 1(3): 141 – 146.
- [2] MURTHY C A, PAL S K. Histogram thresholding by minimizing graylevel fuzziness[J]. Information Sciences, 1992, 60(1/2): 107 – 135.
- [3] MURTHY C A, PAL S K. Bound for membership function: A correlation based approach[J]. Information Sciences, 1992, 65(1/2): 143 – 171.
- [4] ZHAO B, GUO C X, CAO Y J. A multiagent-based particle swarm optimization approach for optimal reactive power dispatch[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2005, 20(2): 1070 – 1078.
- [5] TING T O, RAO M V C, LOO C K. A novel approach for unit commitment problem via an effective hybrid particle swarm optimization[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2006, 21(1): 411 – 418.
- [6] COELHO D S, HERRERA L, BRUNO M H. Fuzzy identification based on a chaotic particle swarm optimization approach applied to a nonlinear yo-yo motion system[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2007, 54(6): 3234 – 3245.
- [7] WU JIEKANG, ZHU JIANQUAN, CHEN GUOTONG, *et al.* A hybrid method for optimal scheduling of short-term electric power generation of cascaded hydroelectric plants based on particle swarm optimization and chance-constrained programming[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2008, 23(4): 1570 – 1579.
- [8] LIN C J, CHEN C H, LIN C T. A hybrid of cooperative particle swarm optimization and cultural algorithm for neural fuzzy networks and its prediction applications[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2009, 39(1): 55 – 68.
- [9] YANG XUE – MING, YUAN JIN – SHA, YUAN JIANG – YE, *et al.* A modified particle swarm optimizer with dynamic adaptation[J]. Applied Mathematics and Computation, 2007, 189(2): 1205 – 1213.
- [10] TRIPATHI P K, BANDYOPADHYAY S, PAL S K. Multi-objective particle swarm optimization with time variant inertia and acceleration coefficients[J]. Information Sciences, 2007, 177(22): 5033 – 5049.
- [11] ARUMUGAM M S, RAO M V C. On the improved performances of the particle swarm optimization algorithms with adaptive parameters, cross-over operators and root mean square (RMS) variants for computing optimal control of a class of hybrid systems[J]. Applied Soft Computing, 2008, 8(1): 324 – 336.
- [12] JIAO BIN, LIAN ZHIGANG, GU XINGSHENG. A dynamic inertia weight particle swarm optimization algorithm[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2008, 37(3): 698 – 705.
- [13] NATSUKI H, HITOSHI I. Particle swarm optimization with Gaussian mutation[C]// Proceedings of the IEEE Conference on Swarm Intelligence Symposium. New York: IEEE, 2003: 72 – 89.
- [14] CHEN P H. Pumped-storage scheduling using evolutionary particle swarm optimization[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2008, 23(1): 294 – 301.
- [15] LI LINYI, LI DEREN. Fuzzy entropy image segmentation based on particle swarm optimization[J]. Progress in Natural Science, 2008, 18(9): 1167 – 1171.
- [16] LING C J, CHEN C H, LIN C T, *et al.* Hybrid particle swarm optimization with wavelet mutation and its industrial applications[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2008, 38(3): 743 – 763.
- [17] TAO W B, TIAN, J W, LIU J. Image segmentation by three-level thresholding based on maximum fuzzy entropy and genetic algorithm[J]. Pattern Recognition Letters, 2003, 24(16): 3069 – 3078.
- [18] SAHOO P K, SOLTANI S, WONG A K C, *et al.* A survey of thresholding techniques[J]. Computer Vision and Graphics Image Processing, 1998, 41(2): 233 – 260.

(上接第 53 页)

板的灵活性来弥补基于图像特征的水印算法的缺点,在对其其他攻击鲁棒的前提下,对非等比例缩放有较高的鲁棒性。本算法对于一些组合攻击也有比较好的鲁棒性,比方旋转加剪切。但是对于旋转和非等比例缩放的组合攻击鲁棒性不足,是因为我们嵌入的网格模板只能抵抗缩放攻击,当出现旋转攻击时,该网格模板不能正确的被检测,如果再做非等比例的缩放攻击,这时就无法对待处理图像做矫正,故水印的损失较大。这也是本算法下一步研究的重点。

参考文献:

- [1] BAS P, CHASSERY J M, MACQ B. Geometrically invariant watermarking using feature points[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 11(8): 1014 – 1028.
- [2] 王向阳, 侯丽敏, 杨红颖. 基于图像特征点与伪 Zernike 矩的鲁棒水印算法研究[J]. 计算机研究与发展, 2008, 45(5): 772 – 778.
- [3] 陈灿, 胡峰松, 周海燕. 基于尺度不变特征点的抗几何攻击水印算法[J]. 计算机工程, 2007, 33(11): 157 – 159.
- [4] MIKOLAJCZYK K, SCHMID C. Indexing based on scale invariant interest points[C]// Proceedings of the International Conference on Computer Vision. New York: IEEE, 2001: 525 – 531.
- [5] LICKS V, JORDAN R. Geometric attacks on image watermarking systems[J]. IEEE Multimedia, 2005, 12(3): 68 – 78.
- [6] 李雷达, 郭宝龙, 表金峰. 基于奇偶量化的空域抗几何攻击图像水印算法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(1): 134 – 138.
- [7] 张杰勇, 刘守义, 尹忠海. 一种抗几何攻击盲数字水印方法[J]. 计算机应用, 2008, 28(9): 2049 – 2051.
- [8] 王淑琴, 耿瑞平. 基于 ROC 曲线的水印算法可靠性分析[J]. 微计算机信息, 2008, 4(3): 147 – 149.
- [9] 刘九芬, 黄达人, 黄继武. 图像水印抗几何攻击研究综述[J]. 电子与信息学报, 2004, 26(9): 1495 – 1503.
- [10] SEO J S, YOO C D. Localized image watermarking based on feature points of scale-space representation[J]. Pattern Recognition, 2004, 37(7): 1365 – 1375.