

文章编号:1001-9081(2010)01-0082-03

## 基于非均匀 B 样条插值算法的图像放大

冯杰飞<sup>1,2</sup>, 韩慧健<sup>1,2</sup>

(1. 山东经济学院 计算机科学与技术学院, 济南 250014; 2. 山东省数字媒体技术重点实验室, 济南 250014)  
(hhj@sdie.edu.cn)

**摘要:** 图像放大和缩小处理在实际生活中具有广泛的应用, 常用的图像处理软件普遍采用插值方法进行放大和缩小, 各种插值算法的实现是目前研究的热点。提出了基于三次 B 样条函数的插值算法, 采用不同于传统算法的非均匀参数化方法, 使得插值后的图像能够保持较高的清晰度和平滑度。针对图像边缘处的锯齿现象, 该算法在图像插值时对边缘像素采用双三次插值, 优化了图像边缘的视觉效果。实验结果表明, 使用该算法放大后的图像平滑清晰, 消除了图像边缘处的锯齿效应, 取得了良好的效果。

**关键词:** 图像放大; B 样条曲线; 边缘检测; 双三次插值

**中图分类号:** TP391.41 **文献标志码:** A

## Image enlargement based on non-uniform B-spline interpolation algorithm

FENG Jie-fei<sup>1,2</sup>, HAN Hui-jian<sup>1,2</sup>

(1. School of Computer Science and Technology, Shandong Economic University, Jinan Shandong 250014, China;

2. Key Laboratory of Digital Media Technology of Shandong Province, Jinan Shandong 250014, China)

**Abstract:** Image enlargement and reduction are widely applied in real life. The popular image processing software commonly carries out magnification and reduction by interpolation methods. The realization of a variety of interpolation algorithms is now a hotspot for research. Now a new interpolation algorithm based on the non-uniform B-spline curve was proposed. By this way which applies a non-uniform parameterization method different from the traditional algorithms, the objective image after interpolation can maintain a higher resolution and good smoothness. As for the serrated phenomenon on image edges, the algorithm interpolates the image edges with the bi-cubic algorithm when interpolating. Thus, the visual effect on edges can be optimized. The experimental results show that the image becomes clearer and smoother by the new way. On the image edges, the serrated phenomenon is eliminated and a good visual effect is achieved.

**Key words:** image enlargement; B-spline curve; edge detection; bi-cubic interpolation

### 0 引言

图像放缩技术是广泛应用于科研、生产和生活领域的一种重要的信息处理技术。为适用特殊的场合和获得较好的视觉效果, 常常需要一种有效的方法来改变已有图像的大小, 如对卫星图片放缩、分析气候变化、寻找矿藏; 对 CT 图像放大, 方便医生诊断; 对侦察照片放缩, 便于判读, 发现有价值的目标; 对数码相机拍摄的相片进行放缩, 突出人物或部分场景等。好的图像放缩方法能够使得到的图像具有较高的质量, 从而为进一步的工作提供很大的便利。

常用的图像处理软件普遍采用插值方法进行放大和缩小, 其实质是将原图像像素作为采样点来构造连续的数学模型即插值函数, 并用此插值函数对放缩所需的重采样点进行插值计算, 求得重采样点的颜色值, 进而得到相应放缩后的图像像素<sup>[1]</sup>。常见的插值算法如最近邻插值、双线性插值、双三次插值等。这些插值算法, 虽计算简单, 但插值效果不理想<sup>[2]</sup>。从逼近论的角度, 样条函数插值有很多优越性<sup>[3]</sup>, 因此近几年出现了许多基于样条函数的插值算法<sup>[4-8]</sup>, 两种较为典型的算法为: 基于三次样条函数的插值算法<sup>[4-5]</sup>和基于 B 样条函数的插值算法<sup>[6-8]</sup>。这两种插值算法在插值过程中

均表现为低通滤波器, 在不同程度上抑制了高频成分, 当放大倍数较高时, 会造成边缘层次模糊和虚假的人工痕迹(锯齿状条纹和方块效应等)<sup>[8]</sup>。近年来, 随着非线性科学理论的蓬勃发展, 小波变换<sup>[9-13]</sup>、分形<sup>[13-14]</sup>等非线性处理手段亦被应用到图像放缩领域, 取得了一些不错的成果, 但同时计算复杂度也大大增加。而且小波变换方法由于它的尺度因子二进离散化和构成二维小波时所采用的分离变量方法, 使它的自适应能力也受到极大的限制。

本文提出的基于三次 B 样条的图像插值算法, 采用基于图像亮度变化进行非均匀参数化的方法, 能够去除噪声, 生成较传统算法更为平滑清晰的目的图像; 针对样条函数插值所普遍具有的损失图像部分边缘特征造成边缘呈锯齿状的缺陷, 本文对边缘像素采用双三次插值算法, 能够消除边缘处的锯齿效应, 保证图像的视觉质量。

### 1 三次 B 样条插值的非均匀参数化方法

#### 1.1 B 样条函数的基本形式

B 样条曲线<sup>[15]</sup>不仅保持了 Bézier 曲线的优点, 而且具有局部性和连续性, 可以很好地适用于图像数据重采样过程中。本文算法主要基于三次 B 样条, 其由  $n+1$  个控制点定义的曲

收稿日期: 2009-07-13; 修回日期: 2009-08-21。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60603077); 山东省自然科学基金资助项目(ZR2009GM029; ZR2009GQ004; Y2008G29; Y2008G37)。

作者简介: 冯杰飞(1985-), 女, 山东烟台人, 硕士研究生, 主要研究方向: 可视媒体计算、图像处理; 韩慧健(1971-), 男, 山东菏泽人, 教授, 主要研究方向: 可视媒体计算、图像处理、计算机仿真。

线方程可表示为如下形式:

$$P(u) = \sum_{j=0}^n p_j B_{j,k}(u); u_{k-1} \leq u \leq u_{n+1} \quad (1)$$

其中,  $p_j$  是  $n+1$  个控制点中的一个。参数  $u$  的范围取决于 B 样条参数的选取。B 样条基函数  $B_{j,k}$  是次数为  $k-1$  的多项式, 在本文算法中  $k$  取 4, 即次数为 3。B 样条的局部控制, 可以由定义在  $u$  取值范围中子区间上的基函数来实现。B 样条曲线的基函数由 Cox-deBoor 递归公式定义为<sup>[9]</sup>:

$$B_{j,1}(u) = \begin{cases} 1, & u_j \leq u \leq u_{j+1} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$B_{j,k}(u) = \frac{u - u_j}{u_{j+k-1} - u_j} B_{j,k-1}(u) + \frac{u_{j+k} - u}{u_{j+k} - u_{j+1}} B_{j+1,k-1}(u) \quad (2)$$

对于一幅图像, 我们可以将其看作一张以图像亮度值为网格控制点的 B 样条曲面, 图像放大后的重采样点的像素值即为曲面上的点, 那么利用 B 样条曲面插值的方法便可实现图像的放大。三次 B 样条曲面可由三次 B 样条曲线推广到三维而得到。若已知曲面网格点阵为:  $p_{i,j}$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, m; j = 0, 1, 2, \dots, n$ ), 曲面的两个方向参数为  $u$  和  $v$ , 并且  $0 \leq u, v \leq 1$ 。沿  $u$  方向根据递归公式(2) 构造三次 B 样条曲线基函数  $B_{i,4}(u)$ , 同理, 沿  $v$  方向构造基函数  $B_{j,4}(v)$ 。则三次 B 样条曲面的方程为:

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n p_{i,j} B_{i,4}(u) B_{j,4}(v); \quad (3)$$

$$u_3 \leq u \leq u_{m+1}, v_3 \leq v \leq v_{n+1}$$

本文算法将图像每相邻的 25 个像素点作为网格控制点构成一个 B 样条曲面, 则式(3) 中  $m, n$  取为 4, 网格点阵为:  $p_{i,j}$  ( $i, j = 0, 1, 2, 3, 4$ )。

## 1.2 非均匀节点参数化方法

本文算法采用非均匀三次 B 样条进行插值。由式(2) 可以看出, 欲定义一条  $k-1$  次 B 样条曲线, 还必须确定它的节点矢量  $U = [u_0, u_1, \dots, u_{n+k}]$ , 亦即进行节点参数化。我们将曲线的定义域取成规范参数域, 使  $u \in [u_{k-1}, u_{n+1}] = [0, 1]$ 。且为使曲线经过首末端点, 取重复度  $k$ , 于是  $u_0 = u_1 = \dots = u_{k-1} = 0, u_{n+1} = u_{n+2} = \dots = u_{n+k} = 1$ , 则需要确定的节点只有  $n-k+1$  个。在三维空间中若将图像空间中像素点的位置坐标作为的  $x, y$  轴坐标值, 图像像素值作为  $p$  轴坐标值, 则控制点  $d_i$  定义如图 1。传统算法中采用的均匀参数化方法, 节点参数之间成等距变化, 未考虑像素值对参数化的影响。本文算法采用的非均匀参数化方法表示如式(4):

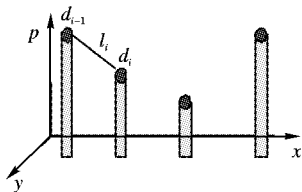


图1 三维空间中控制点的定义

$$U = [0, 0, 0, 0, \frac{l_1 + l_2}{L}, \frac{l_1 + l_2 + l_3}{L}, \dots, \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_{n-2}}{L}, 1, 1, 1, 1] \quad (4)$$

其中:

$$l_i = |d_i - d_{i-1}| = \sqrt{(p_i - p_{i-1})^2 + (x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}, i = 1, 2, \dots, n$$

$$L = \sum_{i=1}^n l_i$$

式中  $l_i$  为控制点  $d_i$  与  $d_{i-1}$  之间的距离,  $p_i$  为图像的像素值,  $x_i$  与  $y_i$  为该像素值在图像空间中的位置坐标。采用这种参数化方法使得顺序两个控制点的参数值之差与两个控制点之间的距离成比例, 考虑到了亮度变化对参数选择的影响, 所以较均匀参数化来说更加合理。图 2 是两种参数化方法的对比, 给定 8 个控制点, 分别使用这两种参数化方法构造 B 样条插值曲线。显然, 使用本文提出的参数化方法所得到的插值曲线的形状更加符合控制点建议的曲线形状, 要优于使用均匀参数化方法所得到的插值曲线。

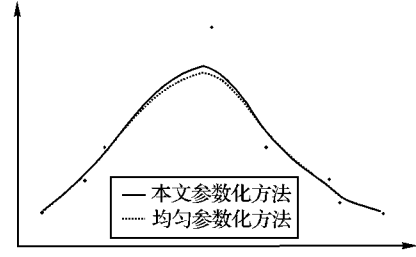


图2 两种参数化方法的比较

本文算法构造的非均匀 B 样条曲面, 可由 B 样条曲线推广而得。因此式(3) 中的两个节点矢量  $U = [u_0, u_1, \dots, u_8]$  与  $V = [v_0, v_1, \dots, v_8]$  的确定可采用如下平均折中的处理方法: 首先对  $u, v$  方向上的每个控制多边形按照式(4) 确定节点矢量, 然后将这些个别的节点矢量中所有同下标的节点取算术平均值, 作为这两个方向上的节点矢量中相应节点的值。

## 1.3 图像的插值

设图像的原尺寸为  $W \times H$ , 放大的比例为  $S_w$  和  $S_h$  ( $S_w$  和  $S_h$  均是任意实数)。插值后图像中的任意一像素的位置记为  $(i, j)$ , 其所对应的原图像中的位置为  $(i', j')$ , 则它们的关系为:

$$i' = i/S_h, \quad j' = j/S_w$$

令  $\ddot{i} = [i'], \ddot{j} = [j']$ , 其中  $[\cdot]$  表示不超过  $i', j'$  的最大整数。则  $(i', j')$  位于由  $(\ddot{i}, \ddot{j})$  周围 25 个像素构成的网格内, 这样由该网格上的插值公式(3) 就可以求出  $(i', j')$  处的函数值, 从而求得放大后图像  $(i, j)$  位置的像素值。其中  $u, v$  方向上的参数值得计算如下:

$$u = (\ddot{i} - \ddot{i})/5, v = (\ddot{j} - \ddot{j})/5$$

## 2 图像边缘处理

直接采用前面给出的 B 样条曲面对图像插值, 得到的插值图像比较平滑, 视觉上比较清晰, 但边缘处容易呈锯齿状。考虑到双三次插值算法得到的结果图像虽然噪声较多, 图像整体视觉质量下降, 但其边缘处却较为清晰, 视觉效果良好。所以对于非边缘像素本文采用前面提出的基于三次 B 样条曲面的插值算法, 而对于边缘像素, 则采用双三次插值算法。首先进行边缘点的判断, 在原图像中给定一组像素值:

$$P = \{f(i, j), i = 0, 1, \dots, m; j = 0, 1, \dots, n\}$$

引入参量  $A_0$  记:

$$A = |f(i, j) - f(i+1, j+1)| + |f(i+1, j) - f(i, j+1)| \quad (5)$$

规定一个阈值  $A_0$ , 若  $A > A_0$ , 则像素  $f(i, j)$  为边缘像素, 否则为非边缘像素。

设插值后图像中任一像素映射到原图像中的位置为  $(i',$

$j')$ , 取  $i = [i'], j = [j']$  ( $[\cdot]$  表示向下取整), 将点  $(i, j)$  处像素的亮度值  $f(i, j)$  按照式(5) 判断其是否为边缘像素, 若是, 则采用双三次插值算法计算点  $(i', j')$  处的像素值  $f(i', j')$ 。利用点  $(i', j')$  最近邻的 16 个像素的灰度值(图 3), 根据式(6) 计算:

$$f(i', j') = \sum w_x w_y f(x, y) \quad (6)$$

其中,  $x, y$  表示 16 个像素的坐标,  $w_x$  为横坐标插值的加权值,  $w_y$  为纵坐标插值的加权值, 分别计算如下:

$$w_x = \begin{cases} 1 - 2d_x^2 + 3d_x^3, & x \text{ 与 } i' \text{ 的差 } d_x < 1 \\ 4 - 8d_x + 5d_x^2 - d_x^3, & x \text{ 与 } i' \text{ 的差 } d_x > 1 \end{cases}$$

$$w_y = \begin{cases} 1 - 2d_y^2 + 3d_y^3, & y \text{ 与 } j' \text{ 的差 } d_y < 1 \\ 4 - 8d_y + 5d_y^2 - d_y^3, & y \text{ 与 } j' \text{ 的差 } d_y > 1 \end{cases}$$

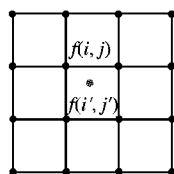


图 3 双三次插值算法图例

### 3 实验结果

为了比较说明本文算法应用于图像插值处理的效果, 实验对 3 幅  $256 \times 256$  的标准灰度图像 Lena、Barbara、Peppers (图 4) 分别使用最近邻插值算法、双线性插值算法、双三次插值算法、均匀 B 样条插值算法以及本文算法这 5 种算法进行放大处理。本文实验将  $512 \times 512$  的三幅标准图像看作失真后的图像, 原  $256 \times 256$  的标准图像经插值算法放大 2 倍后的图像看作失真的图像, 得到图像的峰值信噪比 (PSNR)。表 1 列出了以上 3 幅  $256 \times 256$  的图像经以上 5 种插值算法放大 2 倍后得到图像的 PSNR。在图 5 中, 以 Lena 图像为例对比了 5 种算法的插值图像效果。



图 4 三幅待插值的灰度图像

表 1 四种插值算法的 PSNR 比较

算法	Lena	Barbara	Peppers
Nearest	30.1891	25.6359	22.0739
Bilinear	30.3281	24.9600	22.2075
Bicubic	30.3666	25.1711	22.2818
均匀 B-spline	30.3441	25.1686	22.2473
本文算法	30.5725	26.2506	22.2905

从表 1 中数据可以看出, 本文算法相对于其他四种算法, 利用其插值得到的图像拥有较高的 PSNR 值。

图 5 为  $256 \times 256$  的 Lena 图像分别经以上 5 种插值算法插值后的结果图像, 其中只取红色区域部分的放大图像。图 (a) 是源图像, 图 (b) 是使用最近邻插值得到的图像, 此方法最为简单, 但是插值效果却不理想, 可以看出边缘处 (尤其脸部、肩部) 存在明显的锯齿现象。图 (c) 是双线性插值得到的结果图像, 图中锯齿现象虽有改善, 但图像整体模糊。图 (d)

是均匀 B 样条曲面插值得到的结果图像, 在边缘仍处存在锯齿现象, 由于过度平滑, 边界明暗对比清晰度不是很明显。图 (e) 是仅由双三次插值得到的图像, 图像整体模糊, 平滑度不足, 且存在噪声, 在脸部区域内, 可以看出有较多黑斑, 但是其边缘处视觉效果良好。图 (f) 是用本文算法进行插值后所得到的结果图像, 无论是图像平滑度, 还是边缘处的视觉效果, 图 (f) 都能有较好的保持。



图 5 五种插值算法的结果比较

实验结果表明, 利用本文插值算法处理图像, 不仅可以保持图像平滑清晰, 而且图像的边缘处清晰, 可保持原图像的细节特征, 视觉效果较好。

### 4 结语

本文提出了基于 B 样条曲面非均匀参数化的插值算法实现图像放大, 并对图像边缘像素采用双三次插值。该算法既能够使放大后图像获得较高的清晰度和平滑度, 又解决了 B 样条函数本身具有的平滑性所导致的图像边缘处的锯齿缺陷, 达到了良好的视觉效果, PSNR 有明显升高。本文根据图像像素值变化的幅度, 提出了一种利用 B 样条插值放大图像的非均匀参数化方法, 提出了一种新的研究视角。虽然实验初步取得了较好的效果, 但今后还需进一步优化参数化方法以期取得更好的结果, 同时由于非均匀三次 B 样条函数计算相对复杂, 使得本文算法的速度较慢, 因此提高算法速度也将是我们进一步研究的问题。

#### 参考文献:

- [1] CASTLEMAN K R. Digital image processing [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998.
- [2] LI XIN, ORCHARD M T. New edge-directed interpolation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(10): 1521 - 1527.
- [3] 苏步青, 刘鼎元. 计算几何 [M]. 上海: 上海科技出版社, 1980.
- [4] KEYS R G. Cubic convolution interpolation for digital image processing [J]. IEEE Transactions on Acoust Speech Signal Processing, 1981, 29(6): 1153 - 1160.

(下转第 89 页)



3D 渲染系统的画面帧速率需要控制在 60 fps 以上,每帧处理总时间约为 16 ms,则单个帧循环之内可以承受 2~3 个路径规划的处理请求。当场景中的智能体较多时,本方法的搜索任务管理机制可以较好地解决并发的搜索请求。

表 1 路径搜索处理时间

行	列 1	列 2	列 3	列 4	列 5	列 6	列 7	列 8	列 9
行 1	3	5	6	—	—	—	—	—	—
行 2	8	10	10	—	—	—	—	—	—
行 3	12	14	17	—	—	—	—	—	—
行 4	15	20	21	—	—	—	—	—	—
行 5	20	25	23	fail	—	—	—	—	—
行 6	26	28	30	70	—	—	—	—	—
行 7	31	38	37	79	—	—	—	—	—
行 8	—	—	—	88	fail	fail	110	125	132
行 9	—	—	—	98	fail	fail	115	128	140

## 5 结语

针对传统 3D 场景路径搜索方法中依赖额外人工标记、不具有通用性的不足,本文提出一种可应用于实时渲染 3D 场景中的完全启发式路径搜索方法,根据虚拟场景多边形拓扑关系将虚拟场景抽象成连通图形式的中间结果,基于场景地形的通过性利用启发式搜索完成路径搜索;同时实现了有效的任务调度机制以管理并发的路径搜索请求。实验结果表明,与传统方法比较该方法具有良好计算通用性与性能。

该方法不仅仅可以应用于虚拟世界的 3D 场景中智能角色的自主路径搜索,对真实世界的机器人、智能车辆的实时行驶场景分析与路径搜索也具有很好的参考价值。进一步提高该方法的计算性能以应用于真实世界的智能行驶场景分析与路径搜索是我们下一步的研究目标之一。

### 参考文献:

- [1] KUIPERS B, BYUN Y T. A robust qualitative approach to a spatial learning mobile robot[C]// SPIE Sensor Fusion: Spatial Reasoning and Scene Interpretation. Washington: SPIE Press, 1988: 336 - 375.
- [2] Template Graphics Software Inc. Open Inventor 3.0 Reference Manual[Z], 1999.
- [3] KHATIB O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots[J]. International Journal of Robotics Research, 1986, 5

(1): 90 - 98.

- [4] NOSER H, RENAULT O, THALMANN D, *et al.* Navigation for digital actors based on synthetic vision, memory, and learning[J]. Computer and Graphics, 1995, 19(1): 7 - 19.
- [5] BADLER N I, BINDIGANAVALE R, BOURNE J, *et al.* Real time virtual humans[EB/OL]. [2009 - 04 - 20]. <http://www.cis.upenn.edu/~badler/bcs/Paper.htm>
- [6] 史红兵. 计算机动画中的若干关键技术研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2007.
- [7] 肖丹, 张明敏, 潘志庚, 等. 一种改进的基于几何和纹理简化的快速绘制算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2001, 13(3): 253 - 258.
- [8] 张淮生, 华炜, 王青, 等. 层次深度拼图集: 一种新的树木快速绘制方法[J]. 中国图象图形学报, 2004, 9(10): 1216 - 1222.
- [9] YAP P. Grid-based path-finding[C]// Proceedings of the 15th Conference of the Canadian Society for Computational Studies of Intelligence on Advances in Artificial Intelligence. London: Springer-Verlag, 2002: 44 - 55.
- [10] CHEN D Z, SZCZERBA R J, URHAN J R. Planning conditional shortest paths through an unknown environment: A framed-quadtree approach[C]// IEEE/RJS International Conference on Intelligent Robots and Systems. Washington, DC: IEEE Computer Society, 1995: 33 - 38.
- [11] HOLTE R C, PEREZ M B, ZIMMER R M, *et al.* Hierarchical A\*: Searching abstraction hierarchies efficiently[EB/OL]. [2009 - 04 - 25]. <http://www.cs.ualberta.ca/~holte/Publications/h-95-18.pdf>.
- [12] SILVER D. Cooperative pathfinding[EB/OL]. [2009 - 04 - 16]. <http://www.cs.ualberta.ca/~silver/research/publications/files/coop-path-AIIDE.pdf>.
- [13] HART P E, NILSSON N J, RAPHAEL B. A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths[J]. IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics, 1968, SSC-4(2): 100 - 107.
- [14] STENTZ A. The focussed D\* algorithm for real-time replanning[EB/OL]. [2009 - 04 - 25]. <http://www.frc.ni.cmu.edu/~axs/doc/ijcai95.pdf>.
- [15] KORF R. Depth-first iterative deepening: An optimal admissible tree search[J]. Artificial Intelligence, 1985, 27(1): 97 - 109.

(上接第 84 页)

- [5] HOU H, ANDREWS H. Cubic splines for image interpolation and digital filtering[J]. IEEE Transactions on Acoust Speech, Signal Processing, 1978, 26(6): 508 - 517.
- [6] DURAND C X, FAGUY D. Rational zoom of bitmaps using B-spline interpolation in computerized 2-D animation[J]. Computer Graphics Forum, 1990, 9(1): 27 - 37.
- [7] KEYS R G. Cubic convolution interpolation for digital image processing[J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech, Signal Processing, 1981, 29(6): 1153 - 1160.
- [8] 杨朝霞, 逯峰, 关履泰. 用 B-样条的尺度关系来实现图像任意精度的放大缩小[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2001, 13(9): 824 - 827.
- [9] 卢钰. 基于小波的图像插值研究[J]. 武汉理工大学学报, 2003, 25(1): 81 - 83.
- [10] 刘志刚, 刘代志. 基于小波变换的图像放大方法再探讨[J]. 中

国图象图形学报, 2003, 8(4): 403 - 40.

- [11] CHANG S G, CVETKOVI C Z, VETTERLI M. Resolution enhancement of images using wavelet transform extreme extrapolation[EB/OL]. [2009 - 04 - 15]. [http://reference.kfupm.edu.sa/content/t/e/resolution\\_enhancement\\_of\\_images\\_using\\_w\\_219294.pdf](http://reference.kfupm.edu.sa/content/t/e/resolution_enhancement_of_images_using_w_219294.pdf).
- [12] STOLLNITZ E S, DEROSE T D, SALESIN D H. Wavelets for computer graphics theory and applications[M]. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1996.
- [13] 冯象初, 姜东焕, 徐光宝. 基于变分和小波变换的图像放大算法[J]. 计算机学报, 2008, 31(3): 340 - 345.
- [14] 尹忠科, 杨绍国. 分形插值图像放大和压缩编码[J]. 信号处理, 1998, 14(1): 86 - 89.
- [15] DONALD H, BAKER M P. Computer graphics[M]. 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002.