

文章编号:1001-9081(2010)02-0354-05

基于K均值聚类与区域合并的彩色图像分割算法

李光,王朝英,侯志强

(空军工程大学 电讯工程学院,西安 710077)

(happy123@126.com)

摘要:提出一种基于K均值聚类与区域合并的彩色图像分割算法。首先,对图像运用 mean shift 算法进行滤波,在对图像进行平滑的同时保持图像的边界;然后,运用 K 均值算法对图像在颜色空间进行聚类,得到初始分割的结果;最后,给出了一种区域合并策略,对初始分割获得的区域进行合并,得到最终的分割结果。仿真结果表明,算法的分割结果和人的主观视觉感知具有良好的一致性。

关键词:彩色图像分割;均值偏移算法;K 均值聚类;区域合并

中图分类号: TP391.41 **文献标志码:** A

Color image segmentation algorithm based on K-means clustering and region merging

LI Guang, WANG Zhao-ying, HOU Zhi-qiang

(Telecommunication Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710077, China)

Abstract: This paper proposed a novel algorithm of color image segmentation, based on clustering and region merging. First, an image was smoothed while preserving the boundaries by mean shift algorithm. Second, the initial segmented regions were obtained using K-means clustering algorithm in the feature space. Finally, the initial regions were merged to form the final segmentation result by a new region merging strategy. The simulation results show that color image segmentation results of the proposed approach are well consistent with human perception.

Key words: color image segmentation; mean shift algorithm; K-means clustering; region merging

0 引言

图像分割是指把图像分成各具特性的区域并提取出感兴趣目标的技术和过程,是从图像处理到图像分析的关键步骤。早期的图像分割技术研究主要集中在灰度图像的分割上,近年来,越来越多的研究集中在彩色图像的分割上,一方面由于获得彩色图像的成本越来越低,另一方面,彩色图像可以提供比灰度图像更多的信息。彩色图像分割方法有很多种分类,最常见的是分为四类^[1]:基于边缘的方法、基于像素的方法、基于区域的方法和混合方法。

K 均值聚类算法^[2]是目前最受欢迎和应用最为广泛的聚类分析方法之一。K 均值聚类算法用于图像分割具有直观、快速、易于实现的特点,但它的最大问题是要事先确定聚类数目,且初始聚类中心的选择对分类结果影响较大;另一方面,利用聚类算法对图像进行分割,仅仅使用了像素的颜色信息,而没有利用其空间信息,因而对噪声敏感并会导致过分割。利用 K 均值算法进行彩色图像分割时,如何降低噪声的影响和确定初始值,如何实现快速有效的图像分割算法成为了急需解决的问题。

本文结合基于聚类的分割算法与基于区域的分割算法的优点,提出了一种基于 K 均值聚类与区域合并的彩色图像分割算法。首先,对图像进行 mean shift 滤波^[3];然后,根据初始分割对 K 均值聚类的精度和速度的要求,给出一种快速聚类算法和初始值确定方法,对图像在颜色空间内进行聚类,获

得初始的分割结果;最后,给出的一种区域合并策略,对初始分割结果进行合并,得到最终的分割结果。

1 算法实现

本文提出的算法主要分成三个部分:预处理过程、初始分割和分级区域合并。

1.1 运用 mean shift 算法对图像进行平滑

运用 K 均值聚类算法对图像进行分割时,由于仅仅利用了图像的颜色信息,在图像的细节区域会产生大量的微小区域。这些区域的存在会大大影响区域合并过程的速度和图像分割的效果,因此在对图像进行初始分割前,需要对图像进行滤波处理,消除噪声的干扰,并对图像的细节区域进行平滑。运用 mean shift 算法对图像进行平滑,综合利用了像素点的颜色和空间信息,可以实现对图像的平滑和消除噪声的干扰,并且可以保留图像的主要边缘。

1.1.1 mean shift 算法的基本思想

mean shift 算法是一种用于寻求数据集中模值点的非参数统计方法。数据集的模值点定义为概率密度 $f(\mathbf{x})$ 取局部极大值、概率密度的梯度 $\nabla f(\mathbf{x})$ 为零的点。对于 d 维空间中 n 个采样点 $\{x_i | i = 1, \dots, n\}$, \mathbf{x} 点的概率密度的核函数估计为:

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{nh^d} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}}{h}\right) \quad (1)$$

其中 $K(\mathbf{x})$ 是一个核函数, $K(\mathbf{x}) = k(\|\mathbf{x}\|^2)$, 定义 $g(\mathbf{x}) = -k'(\mathbf{x})$, $G(\mathbf{x}) = g(\|\mathbf{x}\|^2)$ 。 \mathbf{x} 点的 mean shift 向量定义为:

收稿日期:2009-08-26;修回日期:2009-10-10。 基金项目:国家自然科学基金资助项目(60805015)。

作者简介:李光(1983-),男,安徽淮南人,硕士研究生,主要研究方向:数字图像分割;王朝英(1968-),女,河南偃师人,副教授,博士研究生,主要研究方向:雷达信息处理、图像处理、模式识别;侯志强(1973-),男,陕西眉县人,副教授,博士,主要研究方向:图像处理、计算机视觉、多传感器信息融合。

$$M_{h,G}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n G\left(\frac{x_i - x}{h}\right)(x_i - x)}{\sum_{i=1}^n G\left(\frac{x_i - x}{h}\right)} - x \quad (2)$$

给定初始点 $x = y_1$, 核函数 $G(x)$, 通过迭代地执行式(3)直至收敛, 就可以获得对应的模值点。

$$y_{j+1} = \frac{\sum_{i=1}^n G\left(\frac{x_i - y_j}{h}\right)x_i}{\sum_{i=1}^n G\left(\frac{x_i - y_j}{h}\right)} \quad (3)$$

1.1.2 mean shift 算法在图像平滑中的应用

图像由空间信息和色彩信息两部分表示, 得到 d 维的样本 $X, d = p + 2 (p = 1$ 为灰度空间, $p = 3$ 为彩色图像)。由此得到空间—色彩均值漂移滤波器的特征向量定义为 $X = [x^s, x^c]^T$, x^s 为空间坐标, x^c 为颜色特征。因为位置空间和色彩空间相互独立, 核函数分解为两个空间核函数之积, 即:

$$G(x) = G_s(x^s) G_c(x^c) \quad (4)$$

分别用 x_i 和 $z_i (i = 1, \dots, n)$ 表示原始和平滑后的图像, 运用 mean shift 算法对图像进行平滑。对每一个像素点:

1) 初始化 $j = 1$, 并且使 $y_{i,1} = x_i$;

2) 在空间带宽 h_s 范围内计算在当前位置的均值, 其中 h_s 为空间带宽, h_c 为颜色带宽:

$$y_{i,j+1} = \frac{\sum_{k=1}^m x_k g\left(\left\|\frac{y_{i,j}^s - x_k^s}{h_s}\right\|^2\right) g\left(\left\|\frac{y_{i,j}^c - x_k^c}{h_c}\right\|^2\right)}{\sum_{k=1}^m g\left(\left\|\frac{y_{i,j}^s - x_k^s}{h_s}\right\|^2\right) g\left(\left\|\frac{y_{i,j}^c - x_k^c}{h_c}\right\|^2\right)} \quad (5)$$

3) $m_G(y_{i,j}) = y_{i,j+1} - y_{i,j}$;

4) 重复2) ~ 3) 直到 $\|m_G(y_{i,j})\| < \varepsilon$, 得到收敛点 $z_{i,c} = y_{i,c}$;

5) 赋值 $z_i = (x_i^s, y_{i,c}^c)$ 。

1.2 运用 K 均值算法进行初始分割

在本文中, 首先对各像素点按照其颜色信息进行聚类, 进行初始分割。在这一步骤中, 要求聚类过程具有较高的运算效率, 并且可以满足初始分割的精度要求。本文运用 K 均值算法对图像进行初始分割, 过程如下:

1) 初始化。在本文中, 运用 K 均值算法对图像进行初始分割, 仅仅是要根据图像的颜色信息, 将颜色相近的像素点划分到同一类中去, 而不是要对图像进行精确的分割。在初始分割以后, 还要根据图像的颜色和空间信息, 进行区域合并, 从而得到最终的分割结果。在类别数目的选择时, 选择固定的聚类数目即可满足初始分割的要求, 并具有较高的运算效率。

在运用 K 均值算法对图像进行聚类分析时, 聚类中心的选择是影响聚类结果好坏的另一重要因素。在本文中, 我们选择像素颜色值的 K 等分点 (K 为聚类数目) 作为初始聚类中心, 对图像进行聚类分析。对于彩色图像 f , 聚类数目 K , 定义各通道颜色的最小值和最大值为:

$$\min_i = \min(\min(f(:, :, i))) \quad (6)$$

$$\max_i = \max(\max(f(:, :, i)))$$

则初始聚类中心为:

$$C = [c_{i,k}]_{3 \times K}; i = 1, 2, 3; k = 1, \dots, K \quad (7)$$

其中 $c_{i,k} = \min_i + k \times (\max_i - \min_i) / (K + 1)$ 。

2) 对图像进行采样, 运用 K 均值进行聚类。对于大小为 $m \times n$ 的图像, 共有 mn 个数据点, 对这样庞大的数据进行聚

类需要消耗一定的时间。本文首先对图像的像素点进行采样, 随机选择原图像中的部分 (本文选择 1/10) 像素点进行聚类, 得到相应的聚类中心。

3) 对采样剩下的像素点, 按照距离将各像素点划分到距其最近的聚类中心所对应的类别中去。

1.3 区域合并策略

运用 K 均值算法对图像进行初始分割, 由于只利用了图像的颜色信息, 得到的是一个过分割的结果, 区域之间仍然存在许多相似性。在下面的部分中, 我们将给出一种新的区域合并策略, 对初始分割结果进行合并, 得到最终的分割结果。

1.3.1 距离度量

区域距离度量是进行区域合并的一个重要标准, 距离度量准则直接决定着区域合并的结果和最终的分割结果。一般来说, 两个区域进行合并的必要条件是: 两个区域在颜色上相近, 空间上相邻, 并且其邻接处没有显著的边缘出现。定义区域间的颜色距离和边缘距离如下。

颜色距离:

$$D_{ij}^c = \frac{|r_i| \cdot |r_j|}{|r_i| + |r_j|} \left\| \bar{\mu}_i - \bar{\mu}_j \right\|^2 \quad (8)$$

边缘距离:

$$D_{ij}^e = \left\| Ave(i) - Ave(j) \right\| \quad (9)$$

其中: $|r_i|, |r_j|$ 分别代表第 i 和 j 区域中包含的像素个数; $\bar{\mu}_i$ 和 $\bar{\mu}_j$ 代表两个区域的颜色均值; $\|\cdot\|$ 表示欧式距离; $Ave(i)$ 和 $Ave(j)$ 表示两个区域边缘处对应的像素的均值。

在区域合并的过程中, 采用颜色距离度量区域间的相似性有利于对小区域优先进行合并, 采用边缘距离有利于对有平缓过渡边缘的区域优先进行合并。本章结合区域间的颜色和边缘距离, 提出一种新的距离度量方法如式(10)所示。由于颜色距离 D^c 和边缘距离 D^e 的量级不同, 将两者直接进行结合并不能得到令人满意的结果, 对于分割过程中分别得到的颜色相似性矩阵和边缘相似性矩阵, 首先进行排序, 对得到的序号矩阵 D^c_sort 和 D^e_sort 进行运算, P 用来调整颜色距离和边缘距离各自的作用大小。

$$D = P \times D^c_sort + (1 - P) \times D^e_sort \quad (10)$$

1.3.2 区域合并停止准则

在区域合并的过程中, 何时停止区域合并才能取得合理的合并结果一直是一个十分关键的问题, 并且直接决定着图像分割的结果。使用阈值的方法终止合并会使合并受到局部区域间距离的影响, 阈值的选取也需要根据不同的图像进行调整。使用指定区域数目的方法终止合并则需要根据不同的需求手工调整区域数目。叶齐祥等人^[4]综合考虑了图像合并过程中信息损失和图像中保留的区域数量之间的关系, 提出了一种自动停止区域合并的准则。该方法不需要手工调整区域数目, 可以在区域合并的过程中, 自动地停止区域合并过程, 但对于一些图像, 特别是一些较为平滑的图像, 易造成过合并现象。本文在其基础上进行了改进, 提出了一种新的区域合并的停止准则。

首先定义一个表示图像区域颜色散度的函数, 来表示图像中每个区域的总的颜色不统一程度。当图像内的区域合并到 kl 个时, 其颜色的散度定义为:

$$J_l = \frac{\sum_{r=0}^{K_l} J_r^c}{J_l} = \frac{\sum_{r=0}^{K_l} \sum_{i=0}^{N_r} \left\| \hat{x}_i^r - \hat{x}_{mean}^r \right\|}{\sum_{i=0}^N \left\| \hat{x}_i - \hat{x}_{mean} \right\|} \quad (11)$$

其中: J_w 代表一个区域内的颜色散度, J_t 代表图像内总的颜色散度; N 表示总的像素数, N_r 代表第 r 个区域内的像素数; \tilde{x}_i^r 代表第 r 区域内的第 i 个像素的颜色值, $\tilde{x}_{\text{mean}}^r$ 代表第 r 个区域的颜色均值。

假定原来图像的每一个初始区域只包含一种颜色,此时,每一个区域内的所有像素的颜色值等于这个区域的颜色均值,这时图像的区域颜色散度为0,即 $J_t = 0.0$ 。随着区域的不断合并,图像的区域颜色散度 $J_t(0.0 \sim 1.0)$ 会不断增加。当图像内的所有区域合并成一个区域时, J_t 达到1。在区域合并的过程中,当某一个区域合并前后, J_t 的变化较大时,说明该区域的合并会使图像的散度明显增大,该区域就不应该被合并,此时区域合并过程终止。

在图1中,给出了对图2中的初始分割结果进行区域合并的过程中,随着区域合并的进行,对应的图像颜色散度变化的曲线。图2为对初始分割结果进行区域合并时,在图1所示的颜色散度曲线上不同点停止区域合并对应的图像分割结果,图(a)为原始彩色图像,图(b)为初始聚类结果,图(c)为在c点停止区域合并过程对应的分割结果,图(d)为在d点停止区域合并过程的分割结果,图(e)为在e点停止区域合并过程的分割结果。在本文中,我们给定一个图像颜色散度的变化阈值 J_t , 当某一区域合并前后,图像区域的颜色散度变化大于 J_t 时,则自动停止区域合并过程,阈值参数 J_t 的选择将在结果分析中给出。

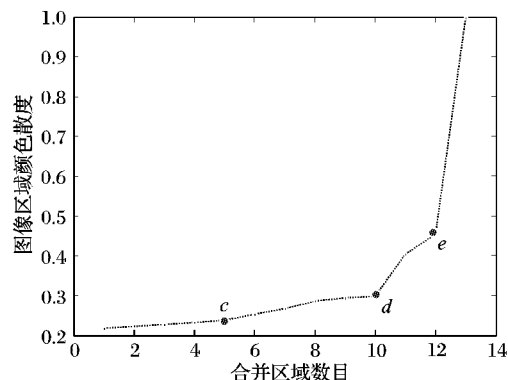


图1 图像颜色散度曲线

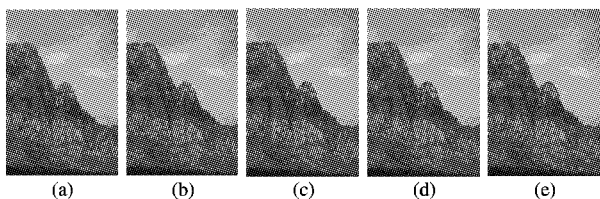


图2 图像颜色散度曲线上不同点终止区域合并对应的分割结果

1.3.3 区域合并过程

经过聚类以后,各像素点按照颜色值被划分到不同的类别中去,假设聚类类别数为 $K1$ 。由于聚类仅仅考虑了图像的颜色信息,会导致空间上不相邻的区域被划分到同一类中去。在区域合并之前,要根据区域的邻接关系,将空间上不相邻的区域标记为不同的类别,得到 $K2$ 个区域,一般情况下,有 $K2 \geq K1$ 。对聚类后得到的初始分割结果,我们采用邻接图^[5]来描述区域间的关系,经过以下两步的处理,得到最终的分割结果。

1) 根据区域面积,合并图像中面积较小的区域。对图像在颜色空间进行聚类,由于没有考虑像素点的空间信息,会产生大量的面积较小的区域。我们设置一面积阈值,将面积小

于阈值的区域合并到与其颜色距离最小的邻接区域中去,大大减少了区域的数量,距离度量采用式(8)给出的颜色距离。

2) 对经过步骤1)合并后剩余的区域,根据式(10),采用分级合并的算法完成最后的分割。即:每次都是合并图像中距离最相近的两个区域,形成一个新的区域,新区域和其他区域的邻接关系和距离也随之调整,区域合并的终止采用上面定义的停止准则。

2 仿真结果及分析

2.1 定性分析

对于彩色图像分割算法的性能好坏目前还没有一个统一的评估方法。一般来说,图像分割结果的好坏,都是由人眼主观判定的。将本文算法的分割结果与 Berkeley 图像数据库^[6]中人眼分割的结果进行比较,对本文算法进行评估。

在图3中,列出了运用本文算法对 Berkeley 图像数据库中一些图片的分割结果,作为比较,同时列出了运用 mean shift 算法的分割结果及人眼分割的结果。可以发现,运用 mean shift 算法对图像进行分割,受带宽参数选择的影响,在图像的不同区域会产生过分割或欠分割。对于不同特点的彩色图像,运用本文算法均可以提取出图像中的主要区域,并同

人眼的分割结果具有较好的一致性。在本文中,针对 K 均值算法在图像分割中存在的问题,我们将 mean shift 算法与 K 均值算法相结合,对图像进行初始分割,而后根据给出的区域合并策略对初始分割结果进行合并,得到最终的分割结果。其中,运用 mean shift 算法对图像进行平滑,可以大大减少初始分割后得到的区域的数量,从而提高区域合并过程的速度,进而提高整个算法的运行速度。若单独采用 K 均值算法对图像进行初始分割,运用本文给出的区域合并策略对初始分割结果进行合并,同样可以获得较好的分割结果,但是运算速度不如本文算法快。此外,本文给出的区域合并策略,根据区域间的颜色和边缘距离定义了距离度量准则,并给出了一种区域合并的停止准则,具有较好的适应性,将其与 mean shift 算法相结合,同样可以获得较好的分割结果。

2.2 定量分析

为了定量地评价实验结果,本文采用文献[6]给出的分割性能评价方法,并将本文算法与其他4个常见的算法进行比较:Jseg 算法^[7]、mean shift 算法^[8]、Ncut 算法^[9]和 Ms-cut 算法^[10]。不同算法的性能比较结果如表1所示。可以看出,相对于一些常见的彩色图像分割算法,本文算法具有更小的分割误差,也就是说运用本文算法可以获得与人眼更一致的分割结果。

表1 不同分割算法性能比较

算法	分割误差
Jseg	0.1996
mean shift	0.1870
Ncut	0.2811
Ms-cut	0.2557
本文算法	0.1673

为了分析本文算法的运算效率,在 Pentium 4, 主频 3.00 GHz, 512 MB 内存的个人电脑上,运行 Matlab 程序对彩色图像进行分割,为了比较,运用 mean shift 算法对相同图像进行分割,对图像进行 mean shift 分割采用的是 VC++ 编写的

EDISON 软件^[9]。将本文算法分为四个阶段:mean shift 滤波阶段、K 均值聚类阶段、根据面积进行的合并过程一以及根据区域相似性进行的合并过程二。从 Berkeley 图像库中随机选择 50 幅彩色图像进行实验,对于大小为 240 × 160 的彩色图像,表 2 给出了本文算法不同阶段的运行时间、总的运行时间,以及 mean shift 算法的运行时间。

可以看出,算法的前 3 个阶段具有较快的运行速度,而根据区域间的相似性进行区域合并消耗的时间大约占了程序总

的运行时间的一半。根据区域间的相似性进行区域合并时,每次合并相似性最高的两个区域,然后更新相应的邻接图和相似性矩阵,在此过程中需要多次执行循环语句。我们知道,Matlab 语言作为一种解释型语言,在执行循环语句时的速度同编译型的 C++ 语言有很大的差距,若运用运算效率更高的 C++ 语言编译本文算法,必将大大提高运行的速度。由此可见,本文算法虽然结合了不同的图像分割算法,但在运行效率上并没有显著地降低。

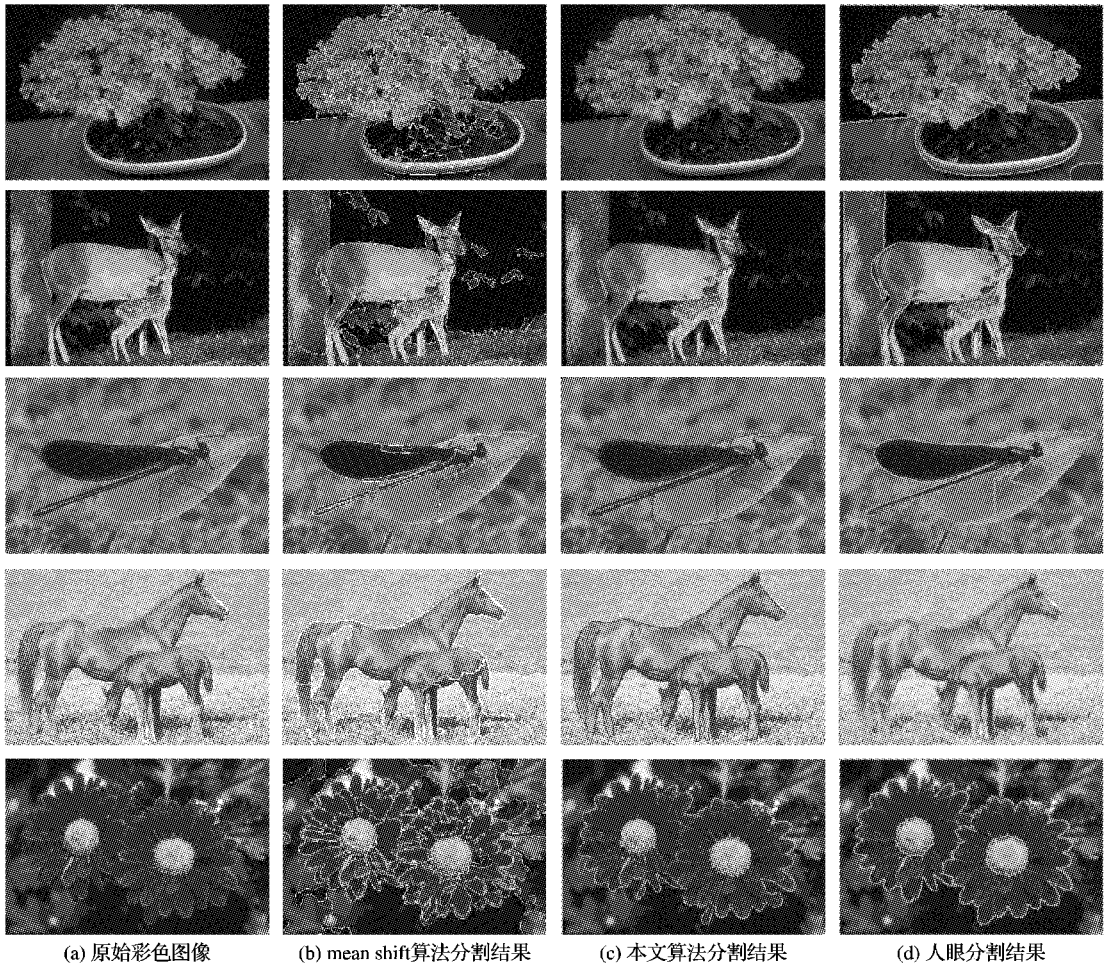


图3 仿真结果比较

表 2 算法运行时间比较

算法		时间/s
本文 算法	滤波	1.326 2
	聚类	0.451 0
	合并过程一	0.769 6
	合并过程二	2.926 6
	总时间	5.473 4
mean shift 算法		2.398 8

2.3 参数选择

在本文算法中,有以下参数需要事先手动来设置:

1) 运用 mean shift 对图像进行平滑时,两个带宽参数 h_s 和 h_r 。为了实现对图像的细节和纹理区域的有效平滑,并且不丢失图像中一些面积较小的目标,本文选择 $h_s = 7, h_r = 12$ 。

2) 运用 K 均值对图像进行聚类时聚类数目 K 的选择,在本文中,对于绝大多数图像,选择固定的聚类数 $K = 5$ 就可以获得满意的结果。

3) 根据面积对区域进行合并时面积阈值的选择。为了尽可能地减小合并后的区域数目,并保证不会因单纯根据面积对区域进行合并产生误分割,本文选择 200 作为面积的阈值。

4) 在提出的区域合并停止准则中,在某一区域合并前后,颜色散度允许的变化的阈值 J_t 。实验发现,该阈值应该选择与合并前的区域数目相关的一个值,并且不同区间的区域数目,相应的比例因子也有所不同。本文中,选择 $J_t = W/Num$,其中 Num 为合并前的区域数目,对于不同区间的区域数目 Num ,对应的比例因子 W 的选取如表 3 所示。

表 3 比例因子 W 的选取

区域数(Num)	W
1 ~ 9	0.5
10 ~ 19	1.0
20 ~ 39	1.5
40 ~ 59	2.0
> 60	2.5

3 结语

针对基于聚类的图像分割算法与基于区域的图像分割算法各自存在的优缺点,本文提出了一种基于 K 均值聚类与区域合并的彩色图像分割算法。仿真结果表明,通过结合不同的图像分割算法,可以有效地提高图像分割的效果。对于大多数的自然彩色图像,当不同目标间颜色差异较为明显时,运用本文算法可以有效地对其进行分割,获得与人眼分割相一致的结果。此外,本文算法中的参数都是事先设置好的,在分割过程中不需要手动调整,可以实现无监督的图像分割。

参考文献:

- [1] 林开颜, 吴军辉, 徐立鸿. 彩色图像分割方法综述[J]. 中国图象图形学报, 2005, 10(1): 1-10.
- [2] CHEN T-W, CHEN Y-L, CHIEN S-Y. Fast image segmentation based on K-means clustering with histograms in HSV color space [C]// MMSP 2008: Image/Video Processing and Coding. [S. l.]: IEEE, 2008: 322-325.
- [3] CHENG YIZONG. Mean shift, mode seeking, and clustering[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1995, 17(8): 790-799.
- [4] 叶齐祥, 高文, 王伟强, 等. 一种融合颜色和空间信息的彩色图像分割算法[J]. 软件学报, 2004, 15(4): 522-530.

- [5] ALAIN T, PHILIPPE C. Regions adjacency graph applied to color image segmentation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(4): 735-744.
- [6] MARTIN D, FOWLKES C, MALIK J. A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics[C]// International Conference on Computer Vision, 2001. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2001, 2: 416-423.
- [7] DENG Y, MANJUNATH B S. Unsupervised segmentation of color-texture regions in images and video[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2001, 23(8): 800-810.
- [8] DORIN C, PETER M. Mean shift: A robust approach toward feature space analysis[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(5): 603-619.
- [9] SHI J, MALIK J. Normalized cuts and image segmentation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(8): 888-905.
- [10] COUR T, BENEZIT F, SHI J. Spectral segmentation with multi-scale graph decomposition[C]// CVPR'05: Proceedings of Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2005: 1124-1131.

(上接第 353 页)

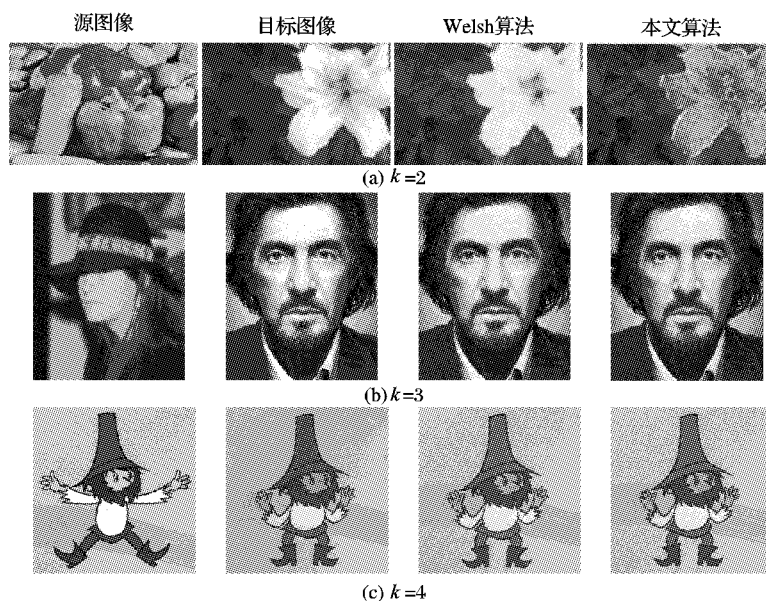


图4 不同聚类数下本文算法与 Welsh 算法仿真效果比较

参考文献:

- [1] 滕升华. 黑白影像的彩色化研究[D]. 北京: 中国科学院电子学研究所, 2006.
- [2] LEVIN A, LISCHINSKI D, WEISS Y. Colorization using optimization[C]// Proceedings of ACM SIGGRAPH. New York: ACM, 2004: 689-694.
- [3] WELSH T, ASHIKHMIN M, MUELLER K. Transferring color to grayscale images[C]// Proceedings of ACM SIGGRAPH. New York: ACM, 2002: 277-280.
- [4] YUWING T, JIAYA J, CHIKEUNG T. Local color transfer via probabilistic segmentation by expectation-maximization[C]// Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern

- Recognition, San Diego, USA: IEEE, 2005: 747-754.
- [5] XU L. How many clusters: A YING-YANG machine based theory for a classical open problem in pattern recognition[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. [S. l.]: IEEE, 1996: 1546-1551.
- [6] XU L, JORDAN M I. On convergence properties of the EM algorithm for Gaussian mixtures[J]. MIT Press Journals, 1996, 8(1): 129-151.
- [7] RUDERMAN D L, CROMIN T W, CHUANCHIN C. Statistics of cone responses to natural images: Implications for visual coding[J]. Optical Society of America, 1998, 15(8): 2036-2045.
- [8] SWAIN M, BALLARD D. Color indexing[J]. International Journal of Computer Vision, 1991, 7(1): 11-32.