

文章编号:1001-9081(2010)04-0982-03

基于论据系统的带权定性概率推理机

廖士中¹, 李翔坤^{1,2}, 高培焕¹

(1. 天津大学 计算机科学与技术学院, 天津 300072; 2. 大连东软信息学院 计算机科学与技术系, 辽宁 大连 116023)

(lixiangkun@neusoft.edu.cn)

摘要:定性概率推理是不确定性推理领域的一种重要方法。将定性概率推理的论据系统方法和抽象系统方法二者合而为一,在定性概率推理机(QPR)的基础上提出基于论据系统的带权定性概率推理机(WQPR)。首先扩展了带权定性概率网的定义,讨论了带权定性影响的对称性;其次将带权定性概率推理融入到论据系统中,提出WQPR推理系统,相比QPR能够在更精确的尺度进行不确定性推理,并证明了系统的正确性与完备性。

关键词:定性概率推理;论据系统;带权定性概率推理机;不确定性推理

中图分类号: TP181 **文献标志码:** A

Weighted qualitative probabilistic reasoner based on argument system

LIAO Shi-zhong¹, LI Xiang-kun^{1,2}, GAO Pei-huan¹

(1. School of Computer Science and Technology, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Department of Computer Science and Technology, Dalian Neusoft Institute of Information, Dalian Liaoning 116023, China)

Abstract: Qualitative Probabilistic Reasoner (QPR) is an important approach for reasoning under uncertainty. Two methods of qualitative probabilistic reasoning of systems of argumentation and systems of abstraction were united into one system and a Weighted Qualitative Probabilistic Reasoner (WQPR) based on argumentation system and QPR was presented. Firstly give a patch to the weighted qualitative probabilistic network and discuss the symmetry property of weighted qualitative influences; secondly integrate the inference with qualitative probabilistic influence into the argumentation system, present a WQPR inference system with a high inference accuracy compared to QPR, and also give the proof of soundness and completeness for the WQPR system.

Key words: Qualitative Probabilistic Reasoner (QPR); argument system; Weighted Qualitative Probabilistic Reasoner (WQPR); reasoning under uncertainty

0 引言

定性概率推理是20世纪90年代初发展起来的一种不确定性推理方法,相对定量方法,其表达简单,推理高效,目前已经成为不确定性推理领域的一个强大的分支。定性概率推理的方法主要有:模型抽象,如定性概率网(Qualitative Probabilistic Networks, QPN)模型^[1]及其扩展模型带权定性概率网(Weighted Qualitative Probabilistic Networks, WQPN)^[2]、增强的定性概率网^[3-5](Enhanced Qualitative Probabilistic Networks, EQPN)等,将贝叶斯网中的概率值抽象成使用定性因果影响表示,通过传播影响的方式进行定性概率推理;极小值系统^[6],采用数量级概率的形式进行表示和推理;论据系统方法^[7-9],构建逻辑公式定性表示概率或概率的变化,通过逻辑推理演算评估每个论据的效用。

WQPN是一种抽象的定性概率推理模型,是对QPN模型的扩展,给QPN中每条边的定性影响增加权重值来表示影响的强度等级,比QPN具有更精确的推理效果。定性概率推理(Qualitative Probabilistic Reasoning, QPR)^[8,9]是一个定性概率推理的论据系统框架,它综合了模型抽象(QPN)与逻辑推理的方法,继承了二者的优点,具有很强的表达与推理能力,可用于诊断、预测、不确定信息处理、决策制定等。

本文首先讨论了WQPN中定性影响的对称性,扩展了WQPN的定义;其次扩充了QPR系统的功能,将带权定性概率推理融入到QPR系统中,提出扩展后的WQPR,能够在更

精确的尺度进行不确定性推理;最后证明了WQPR系统的正确性与完备性。

1 带权定性概率网

带权定性概率网(WQPN)是针对QPN无法区分定性影响的强弱关系问题提出的一种加强式的定性概率推理模型。该模型在QPN的基础上为每个影响增加一个权重度量,以提高影响力的表示精确度,权重高,则影响力强,反之则弱。以二值变量为例,正带权定性影响的定义如下。

定义1^[2] 正带权定性影响。设 $A, B \in V(G)$, $A \rightarrow B \in A(G)$, A 对 B 有 ξ 程度的正影响,记作 $S^{+\xi}(A, B)$,当且仅当:

$$\Pr(b \mid ax) - \Pr(b \mid \bar{a}x) = \xi; 0 < \xi \leq 1$$

其中: $X = \pi_c(B) \setminus \{A\}$,表示 B 的所有非 A 的父节点; x 是 X 的任一取值; ξ 是影响的权重,取概率之差的均值。

负带权影响 $S^{-\xi}(A, B)$ 是当其中概率之差的均值为 $-\xi$ 时,零影响与不确定影响的定义与QPN中的相同, S^0 表示概率之差是0, $S^?$ 表示概率之差不确定,可能为正,也可能为负。

文献[2]中讨论了带权影响的传递性和复合性,未考虑带权影响的对称性。由于对称性是进行诊断推理的必要属性,因此本文先讨论带权影响的对称属性。在WQPN中,与QPN相同,每条边的影响和它的反(逆着弧方向的影响)的符号是一致的,即正影响的反仍是正影响,负影响的反仍是负影响,零影响的反是零影响,不确定影响的反是不确定影响。但是,影响的权重不保持对称性,即 $S^{+\xi}(A, B)$ 并不意味着 $S^{+\xi}(B,$

收稿日期:2009-10-15;修回日期:2009-12-23。 基金项目:天津市应用基础研究计划项目(07JCYBJC14600)。

作者简介:廖士中(1964-),男,四川绵阳人,教授,博士生导师,主要研究方向:定性推理、人工智能; 李翔坤(1978-),女,辽宁营口人,讲师,博士研究生,主要研究方向:定性概率推理、人工智能; 高培焕(1965-),女,辽宁大连人,高级工程师,主要研究方向:人工智能。

A)。为了满足推理的需要,定义逆着弧方向的影响的权重。

定义2 逆着弧方向的正带权定性影响。设 $A, B \in V(G), A \rightarrow B \in A(G), B$ 对 A 有 μ 程度的正影响,记作 $S^{+\mu}(B, A)$, 当且仅当

$$\Pr(a \mid bx) - \Pr(a \mid \bar{b}x) = \mu; 0 < \mu \leq 1$$

其中: $X = \sigma_c(A) \setminus \{B\}$, 表示 A 的所有非 B 的子节点; x 是 X 的任一取值; μ 是影响的权重,取概率之差的均值。

逆着弧方向的负影响的权重 $S^{-\mu}(B, A)$ 与上面的定义类似,只须把概率之差改为 $-\mu$ 。扩展后的 WQPN 定义如下。

定义3 扩展的带权定性概率网。WQPN = $\langle G, \Omega \rangle$, 其中 $G = (V(G), A(G))$ 是一个有向无环图, $V(G)$ 和 $A(G)$ 分别代表图的变量(节点)集与边集。 Ω 代表 $A(G)$ 中各条边的带权定性影响集合,对 $A(G)$ 中的每一条边 $A \rightarrow B \in A(G)$, 都有 $S^{\delta(\xi, \mu)}(A, B)$, 其中 $\delta \in \{+, -, 0, ?\}, \langle \xi, \mu \rangle$ 表示影响的权重, $0 \leq \xi, \mu \leq 1, S^{\delta\xi}(A, B)$ 且 $S^{\delta\mu}(B, A)$ 。当 $\delta \in \{0, ?\}$ 时, $\xi = \mu = 0$, 此时通常省略权重。

这样,当沿着弧方向进行推理时,使用弧的正方向的影响 δ 及其权重 ξ ; 当逆着弧方向进行推理时,使用弧的反方向的影响 δ 及其权重 μ 。

带权定性影响的传递性与复合性的定义见表1中 \otimes 运算符与 \oplus 运算符的定义^[2]。

表1 带权影响的 \otimes 和 \oplus 运算符

\otimes	$+\xi$	$-\xi$	0	?	\oplus	$+\xi$	$-\xi$	0	?
$+\omega$	$+\xi+\omega$	$-\xi+\omega$	0	?	$+\omega$	$+\xi+\omega$	(2)	$+\omega$?
$-\omega$	$-\xi+\omega$	$+\xi+\omega$	0	?	$-\omega$	(1)	$-\xi+\omega$	$-\omega$?
0	0	0	0	0	0	$+\xi$	$-\xi$	0	?
?	?	?	0	?	?	?	?	?	?

表1中:1) 若 $\xi \geq \omega$, 则 $+\xi+\omega$, 否则 $-(\omega-\xi)$; 2) 若 $\xi \geq \omega$, 则 $-(\omega-\xi)$, 否则 $+\xi+\omega$ 。其中,若 $\xi + \omega > 1$, 则令 $\xi + \omega = 1$ 。

2 带权定性概率推理机

定性概率推理机是采用论据系统的方式进行定性概率推理的系统,通过定义一种逻辑推理语言,将逻辑演算的方法与 QPN 中定性推理的方法相结合,把 QPN 中定性影响的运算和传播集成于逻辑推理之中。本文将采用论据系统方式进行定性概率推理,扩展 QPR 的表示与推理功能,将 WQPN 的推理融入其中,生成一个带权重的定性概率推理机 WQPR。

WQPR 的推理过程分为三个步骤:

- 1) 创建逻辑语言库 Δ , Δ 中存储所有逻辑公式 p 的三元组 $\langle i; p; s \rangle$;
- 2) 根据给定的证据使用推理关系 \vdash_{wqpr} 进行演算推理,建立 q 的所有论据 A_q^d ;
- 3) 选取多个论据中的最小有效论据进行平均,得出最终推理结果 $\langle q, \langle sign, w \rangle \rangle$ 。

2.1 逻辑语言数据库

设有原子命题集合 φ , 连词集合 $\{\rightarrow\}$, 由如下两个规则构建逻辑推理语言—— wff :

- 1) 如果 $l \in \varphi$, 则 l 是一个简单合式公式 $swff$;
- 2) 如果 l, m 是 $swff$, 则 $l \rightarrow m$ 是一个蕴含合式公式 $iwff$ 。

其中 $iwff$ 中的“ \rightarrow ”符号表示它连接的两个公式间的一个约束, l 表示祖先或原因, m 表示结果, 分别对应于 WQPN 中弧两端的父节点与子节点。

所有的 wff 集合构建一个逻辑语言库 Δ , Δ 中包含一系列的三元组 $\langle i; l; s \rangle$, 其中 i 代表唯一标识该三元组的键值, l 是一个 wff 公式, s 是表示 l 的概率信息的符号。如果 $l \in swff$, s 是一对值组合 $\langle sign, w \rangle$; 如果 $l \in iwff$, 则 s 是一个三值组合

$\langle sign, \xi, \mu \rangle$, 其中 $sign \in \{+, -, 0, ?\}$, 是表示公式的概率变化的符号, w, ξ, μ 表示概率变化的权重, 当 $sign \in \{+, -\}$ 时, $0 < w, \xi, \mu \leq 1$, 当 $sign \in \{0, ?\}$ 时, $w = \xi = \mu = 0$ 。

其中 $\{+, -, 0, ?\}$ 的含义分别是: “+”表示公式的概率增加; “-”表示公式的概率减小; “0”表示公式的概率不变; “?”表示公式的概率变化不确定。对应 $swff$ 的符号中的 w 表示该公式的概率变化权重, 对应 $iwff$ 的符号中的 ξ 表示顺着蕴含方向的概率变化的权重, μ 表示逆着蕴含方向的概率变化的权重。

2.2 证明理论

定义4 论据。一个论据是一个三元组 $\langle p, G, s \rangle$ 。 $\Delta \vdash_{wqpr} \langle p, G, s \rangle$ 表示由逻辑语言库 Δ 推理得到的公式 p 的概率变化信息是 s , G 是推理过程中用到的数据库一系列公式的键值集合, $s = \langle sign, w \rangle$, 其中 $sign$ 代表 p 的概率变化的符号, w 表示概率变化的权重。

其中 \vdash_{wqpr} 是结果关系运算符, 包含的推理规则如下:

- 1) $Ax \frac{\Delta \vdash_{wqpr} \langle S_i, \{i\}, S_g \rangle}{\Delta \vdash_{wqpr} \langle S_i, \{i\}, S_g \rangle} (i; S_i; S_g) \in \Delta$
- 2) $\rightarrow E \frac{\Delta \vdash_{wqpr} \langle S_i, G, S_g \rangle \Delta \vdash_{wqpr} \langle S_i \rightarrow S_i', G', S_g' \rangle}{\Delta \vdash_{wqpr} \langle S_i', G \cup G', imp_{elim}(S_g, S_g') \rangle}$
- 3) $\rightarrow R \frac{\Delta \vdash_{wqpr} \langle S_i', G, S_g \rangle \Delta \vdash_{wqpr} \langle S_i \rightarrow S_i', G', S_g' \rangle}{\Delta \vdash_{wqpr} \langle S_i, G \cup G', imp_{rev}(S_g, S_g') \rangle}$

其中 Ax 规则是推理的“起步”规则, 它将逻辑语言库中的三元组 $\langle i; S_i; S_g \rangle$ 创建为 S_i 的一个论据 $\langle S_i, \{i\}, S_g \rangle$, 论据的符号为 S_g , 推理公式的键值 i 构成论据的键值集合 $\{i\}$ 。

规则1 根据 S_i 的论据和 $S_i \rightarrow S_i'$ 的论据推导 S_i' 的论据, 其中 imp_{elim} 函数的定义见定义5。

定义5 imp_{elim} 函数。 $S_g \times S_g' \rightarrow S_g''$, 如果 $S_g = \langle s, w \rangle$, $S_g' = \langle r, \xi, \mu \rangle$, 则 $S_g'' = \langle s' \otimes r^{\xi}, \mu \rangle$, 其中 \otimes 运算符同表1中的 \otimes 运算符。

规则2 根据 S_i' 的论据和 $S_i \rightarrow S_i'$ 的论据推导 S_i 的论据, 其中 imp_{rev} 函数的定义见定义6。

定义6 imp_{rev} 函数。 $S_g \times S_g' \rightarrow S_g''$, 如果 $S_g = \langle s, w \rangle$, $S_g' = \langle r, \xi, \mu \rangle$, 则 $S_g'' = \langle s' \otimes r^{\mu}, \xi \rangle$, 其中 \otimes 运算符同表1中的 \otimes 运算符。

2.3 推理全局结果

由前面的证明理论可以看出如果两个公式 p 和 q 之间能够建立一条推导路径, 如 $\{p \rightarrow c_1, c_1 \rightarrow c_2, \dots, c_n \rightarrow q\}$, 其中公式 p 称为公式 q 的原因, 公式 q 称为公式 p 的结果, 则可以由 p 的论据推理出 q 的论据, 或由 q 的论据推理出 p 的论据。由于 p 与 q 之间可能存在多条推导路径, 因此论据 $\langle q, G, S_g \rangle$ 的源是所有生成该论据的公式列表 G 中的 $swff$, q 则称为该论据的目的。为了得到 p 或 q 的最终全局论据 $\langle q, G, S_g \rangle$, 需要考虑以下两个问题:

1) 为了避免推导路径是环路的情况下推理过程形成无穷循环, Parsons 定义了最小论据^[8], 即论据中的每一个蕴含公式 $iwff$ 只出现一次, 这样限制路径中每条弧只能被包含一次;

2) 为了避免两个相互独立的公式之间生成论据, Parsons 定义了两个公式间的 d 分离属性, 与 QPN 中节点间的 d 分离属性^[10] 含义相同。

定义7^[9] 两个公式的 d 分离属性。两个公式 p 与 q 是 d 分离的当且仅当对所有生成的 p 是源 q 是目的的论据, 存在公式 r 使得下面三个条件中的任意一个成立:

- 1) p 是 r 的原因, r 是 q 的原因, 且数据库 Δ 中存在 r 的一个 $swff$ 项;
- 2) p 和 q 都是 r 的结果, 且数据库 Δ 中存在 r 的一个 $swff$ 项;
- 3) p 和 q 都是 r 的原因, 且不存在论据 $\langle r, G, S_g \rangle$, 在 G 中出现的 $swff$ 公式是 r 的结果。

如果论据 A 的任意一个源与 q 都不是 d 分离的,则称论据 $A = (q, G, S_g)$ 为有效论据^[9]。

至此, WQPR 得到的所有最小的有效论据都是正确的论据。

最后如果公式 p 和 q 之间有多条推导路径,则推理可能得到多个正确的论据,需要使用平均函数 Flat 对多个结果进行累加运算,获得公式的概率变化的最终全局结果。

定义8 Flat 函数。设 $A_q^d = \{(q, G_i, S_{g_i}) \mid \Delta \vdash wqpr(q, G_i, S_{g_i})\}$, 令 $A_q^d = \{A \in A_q^d \mid A \text{ 是最小有效论据}\}$, 则 Flat 函数的定义如下: $A_q^d \rightarrow \langle q, v \rangle$, v 表示 q 的全局概率变化结果:

$$v = \oplus_i \{S_{g_i} \mid (q, G_i, S_{g_i}) \in A_q^d\}$$

其中 \oplus 运算符同表 1 中的 \oplus 运算符。

2.4 WQPR 示例

以文献[5]中关于使用抗生素的 QPN(图1(a))为例,建立 QPR 的 wff 库 Δ_1 (图1(b))与相应的 WQPN(图2(a))和 WQPR 的 wff 库 Δ_2 (图2(b))。

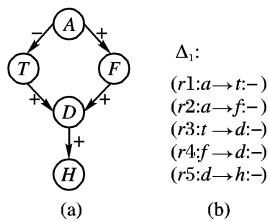


图1 抗生素的 QPN 与 QPR 的 wff 数据库 Δ_1

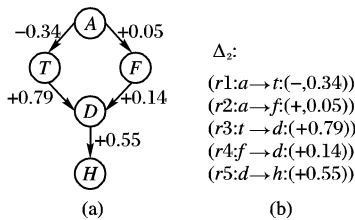


图2 抗生素的 WQPN 与 WQPR 的 wff 数据库 Δ_2

当观察到证据 $\text{Pr}(a)$ 增加时,通过 QPR 得到的 h 的最终论据是 $\langle h, ? \rangle$,即当 a 的概率增加时, h 的概率变化不确定。

而通过 WQPR 推理,当 $\text{Pr}(a)$ 增加时, Δ_2 中会增加一个 wff: $(f1: a: (+, 0.7))$,推理产生如下两个最小有效论据:

$$\Delta_2 \vdash wqpr(h, \{f1, r1, r3, r5\}, (-, 0.148))$$

$$\Delta_2 \vdash wqpr(h, \{f1, r2, r4, r5\}, (+, 0.004))$$

使用 Flat 函数合并上面两个论据,得到 $\langle h, (-, 0.144) \rangle$,说明当 a 的概率增加时, h 的概率将减少,减少的权重是 0.144。可见, WQPR 在一定程度上提高了推理的精确度。

3 正确性与完备性

从前面的论述中可以看出,给定一些公式 p 的概率信息,使用推理关系 $\vdash wqpr$ 能够正确和完备地推导出与 p 相关的所有原因和结果的论据。

3.1 正确性

定理1 WQPR 系统中使用规则 1 和规则 2 构建与使用 Flat 函数平均得到的最终论据对应的概率理论是正确的。

证明 只需证明 imp_{elim} 函数、 imp_{rev} 函数和 Flat 函数对应的概率理论是正确的。

imp_{elim} 函数和 imp_{rev} 函数的定义使用的是 WQPN 中影响的传递运算符 \otimes , Flat 函数的定义中使用的是 WQPN 中影响的复合运算符 \oplus ,而 \otimes 与 \oplus 运算符的概率理论的正确性已在文献[2]中论证,此处不再引证。证毕。

3.2 完备性

定义9^[9] 完备性。如果一个论据系统能够计算公式 p 的所有原因(包括原因的原因)和结果(包括结果的结果)的概率变化符号及其权重,则称该论据系统得到的论据是完备的。

定理2 对于任意一个公式, WQPR 系统构建与平均后得到的论据是完备的。

证明 从 $\vdash wqpr$ 的定义入手,需要证明 WQPR 中任意一个公式 p 的所有原因和结果的概率变化符号及权重都能通过应用合适的推理规则得到。

首先证明所有结果的完备性。假设一个证据三元组 $(i: p: (\text{sign}, w))$ 加入到数据库 Δ 中, p 有两种类型的结果,一种是 p 的直接结果,即 p 是蕴含公式的原因,这种情况下可以直接使用推理规则中的 E 规则推导出结果的概率变化符号和权重;另一种是 p 的间接结果,即 p 通过两个或多个蕴含公式相关联的结果,这种情况下可以多次递归使用证明规则中的 E 规则推导出结果的符号和权重。

其次证明所有原因的完备性。同样, p 有两种类型的原因,一种是 p 的直接原因,即 p 是蕴含公式的结果,可以直接应用 R 规则推导出原因的符号和权重;另一种是 p 的间接原因,即 p 通过两个或多个蕴含公式相关联的原因,这时可以多次递归使用 R 规则推导出原因的符号和权重。

综上所述,通过递归地应用 E 规则和 R 规则足以推导出任意一个公式 p 的所有原因和结果的概率变化符号及权重。

证毕。

4 结语

采用论据系统进行定性概率推理是一种将逻辑演算与定性抽象相结合进行表示和推理的方法,相对 QPN 和带权 QPN 等抽象模型具有表达自然清晰,易扩展,推理简单,无不一致性结果等特点。本文提出使用论据系统的方法进行带权定性概率推理,扩展了 Parsons 的 QPR 系统,提出带权定性概率推理机 WQPR 系统,把带权定性影响的性质集成到论据系统的推导过程中,提高了推理的精度,并证明了系统的正确性与完备性。

参考文献:

- [1] WELLMAN M P. Fundamental concepts of qualitative probabilistic networks [J]. Artificial Intelligence, 1990, 44(3): 257-303.
- [2] 胡笑旋, 杨善林, 马溪俊. 带权重的定性贝叶斯网[J]. 小型微型计算机系统, 2007, 28(2): 283-286.
- [3] RENOOIJ S, PARSONS P, PARDIECK P. Using kappas as indicators of strength in qualitative probabilistic networks [C]// Proceedings of the Seventh European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty, LNCS 2711. Berlin: Springer, 2003: 87-99.
- [4] YUE K, YAO Y, LI J, et al. Qualitative probabilistic networks with reduced ambiguities [J]. Applied Intelligence, 2008, 29(8): 156-160.
- [5] RENOOIJ S, GAAG L C. Enhanced qualitative probabilistic networks for resolving trade-offs [J]. Artificial Intelligence, 2008, 172(12/13): 1470-1494.
- [6] GOLDSZMIDT M, PEARL J. Qualitative probabilities for default reasoning, belief revision and causal modeling [J]. Artificial Intelligence, 1996, 84(1/2): 57-112.
- [7] BENFERHAT S, DUBOIS D, PRADE H. Argumentative inference in uncertain and inconsistent knowledge bases [C]// Proceedings of the Ninth Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1993: 411-419.
- [8] PARSONS S. A proof theoretic approach to qualitative probabilistic reasoning [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 1998, 19(3/4): 265-297.
- [9] PARSONS S. On precise and correct qualitative probabilistic inference [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2004, 35(2): 111-135.
- [10] KOUWEN F, RENOOIJ S, SCHOT P. Inference in qualitative probabilistic networks revisited [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2009, 40(5): 708-720.