

文章编号:1001-9081(2010)06-1523-04

基于朴素贝叶斯方法的协同过滤推荐算法

李大学, 谢名亮, 赵学斌

(重庆邮电大学 计算机科学与技术学院, 重庆 400065)

(xml_ian@163.com)

摘要:随着电子商务系统用户和商品数目的不断增加,导致整个项目空间上的用户评分数据极端稀疏,严重影响推荐系统的推荐质量。针对这一问题,提出了一种基于朴素贝叶斯方法的协同过滤推荐算法,采用改进的加权朴素贝叶斯方法对没有评分的数据进行预测。通过对未评分数据进行预测,缓解了数据稀疏性,提高了最近邻居项目搜索的准确度。实验结果表明,该算法在一定程度上提高系统的推荐质量。

关键词:协同过滤;推荐系统;朴素贝叶斯方法;互信息;平均绝对误差

中图分类号: TP311 **文献标志码:** A

Collaborative filtering recommendation algorithm based on naive Bayesian method

LI Da-xue, XIE Ming-liang, ZHAO Xue-bin

(College of Computer Science and Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: Collaborative filtering is used extensively in personalized recommendation systems. With the development of E-commerce, the magnitudes of users and commodities grow rapidly, resulting in the extreme sparseness of user rating data. To address the problem a collaborative filtering recommendation algorithm based on naive Bayesian method was proposed. The algorithm used improved weighted Bayesian method to predict the rating of unrated items. Through predicting unrated data, the sparseness of rating data problem had been alleviated and the accurate degree of searching nearest neighbor items had been improved simultaneously. The experiment shows that the measure provides better recommendation results for the system.

Key words: collaborative filtering; recommendation system; naive Bayesian method; mutual information; mean absolute error

0 引言

随着互联网和电子商务的发展,电子商务推荐系统^[1]被广泛应用于电子商务网站,向客户提供商品信息和推荐,帮助用户决定应该购买何种商品,从而将电子商务网站浏览者转变为购买者,提高电子商务网站交叉销售能力以及客户对电子商务网站的忠诚度。协同过滤^[1]作为目前电子商务推荐系统中广泛使用的推荐算法,它基于邻居用户的资料得到目标用户的推荐,推荐的个性化程度较高。协同过滤推荐技术主要分为基于用户的协同过滤推荐和基于项目的协同过滤推荐^[2]。

协同过滤算法一般基于用户-项目评分矩阵^[2-3],当该矩阵非常稀疏时,算法很难找到相似用户或项目(商品),从而使推荐质量受到很大的限制。另一方面,协同过滤不关心商品和用户信息,而这些信息可以有效地提高协同过滤的推荐精度。本文分析了用户-项目评分矩阵中评分数据与用户属性、商品属性之间存在的关联关系,选择对评分值产生影响的属性,利用改进的加权朴素贝叶斯方法统计、分析特征属性集与评分之间的关系来预测缺失数据,然后在此基础上利用传统的协同过滤方法产生推荐结果。由于此方法充分考虑了用户属性、项目属性对评分数据的影响,从而提高了预测数据的准确性,使得数据稀疏性问题得到有效解决。实验结果表明,新算法显著提高了推荐系统的推荐质量。

1 相关工作

1.1 用户-项目评分矩阵分析

协同过滤推荐算法利用用户-项目评分矩阵 $R(m,n)$ 寻找目标用户的最近邻居集合。 $R(m,n)$ 是一个 $m \times n$ 阶矩阵,其中 m 代表 m 个用户, n 列代表 n 个项目,第 i 行第 j 列的元素 R_{ij} 代表用户 i 对项目 j 的评分数值。随着电子商务系统规模的扩大,用户数和项目数不断增大,用户评分数据极端稀疏。在大型电子商务系统中,用户评分的项目一般不会超过项目总数的1%^[4],导致 $R(m,n)$ 中的评分数据极端稀疏。

目前,主要采用以下方法解决数据稀疏性:

1) 将未评分项目的评分值设置为固定评分。通常的做法是将用户未评分项目的评分设置为缺省值或者平均评分。在数据严重稀疏的情况下,这种方法的可信度不高,因为用户对未评分项目的评分不可能完全相同,因此不能从根本上解决问题。

2) 利用相似性对未评分项目的评分进行预测。这种方法根据用户的相似性或项目的相似性,使相同类型的用户评分相同或相似项目的评分相同来减轻数据稀疏问题。但是,在预测评分时,往往局限于某个方面的数据。例如,用户聚类的方法利用用户的相似性,没有考虑项目相似性对评分的影响,而项目聚类的算法正好相反。

在电子商务系统中,用户和商品信息由属性来表示的。例如,用户信息有性别、年龄、职业等属性,商品信息有价格、颜

收稿日期:2009-12-08;修回日期:2010-02-10。

作者简介:李大学(1970-),男,重庆人,高级工程师,主要研究方向:数据挖掘、电子商务、企业信息化; 谢名亮(1981-),男,安徽舒城人,硕士研究生,主要研究方向:数据挖掘、电子商务; 赵学斌(1983-),男,河南濮阳人,硕士研究生,主要研究方向:数据挖掘、电子商务。

色、类别等属性,这些属性信息可以通过显式或隐式的方法获取^[2]。用户购买某一商品的目的通常出于对该商品项所具有的某些属性的喜好,因此用户所购买(评分)的商品项的属性值能够体现用户的兴趣爱好。另一方面,对于某一商品,用户属性相似的用户购买该商品(给予相同评价)的可能性越大,这也是协同过滤的假设条件。我们把影响用户评分的用户属性和项目属性称为特征属性。因此, R 中每一项取值都与用户属性和商品属性组成的特征属性集的取值组合有关。在 K 评分制条件下, R 中的每一项评分值可以抽象为:

$$\{a_{u,1}, a_{u,2}, \dots, a_{u,m}, a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,n}\} \rightarrow C_k \quad (1)$$

其中: $a_{u,k} (1 \leq k \leq m)$ 表示用户特征属性值, $a_{i,j} (1 \leq j \leq n)$ 表示项目特征属性值, $C_k (C_k \in K)$ 表示评分。式(1)表示在特征属性集取值组合的条件下,项目属于评分 C_k 的概率。

因此,可以通过对测试数进行统计分析,计算特征属性集在所有取值组合下属于每个评分的概率并生成统计表 T 。这样,对于缺失的评分 R_{ij} ,首先根据 R_{ij} 得到用户属性和项目属性特征值组合 $a_{i,j}$,再用 $a_{i,j}$ 从统计表 T 中查询概率最大的评分作为预测评分可以有效地解决数据稀疏性问题。通过分析,评分数据稀疏性的问题转变为在特征属性集取值组合条件下的分类问题。鉴于朴素贝叶斯方法在处理大量数据时较高的分类准确性和运算性能^[5],本文主要利用朴素贝叶斯分类方法对未评分数据进行预测,下面给出朴素贝叶斯分类相关知识。

1.2 朴素贝叶斯分类

设每个数据样本用一个 n 维特征向量 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ 表示,分别描述在 n 个属性 A_1, A_2, \dots, A_n 上的值。假定有 m 个类,分别用 C_1, C_2, \dots, C_m 表示,给定一个未知的数据样本 X (即没有类标号),根据贝叶斯定理^[6]:

$$P(C_i | X) = \frac{P(X | C_i)P(C_i)}{P(X)} \quad (2)$$

由于 $P(X)$ 对于所有类为常数,最大化后验概率 $P(C_i | X)$ 可转化为最大化先验概率 $P(X | C_i)P(C_i)$ 。如果训练数据集有许多属性和元组,计算 $P(X | C_i)$ 的开销可能非常大。为实现 $P(X | C_i)$ 的有效估算,基本贝叶斯分类器通常都假设各个类是相互独立的,即各属性的取值是相互独立的。这样有:

$$P(X | C_i) = \prod_{k=1}^n P(x_k | C_i) \quad (3)$$

先验概率 $P(x_1 | C_i), P(x_2 | C_i), \dots, P(x_n | C_i)$ 可以从训练数据集求得。根据此方法,对一个未知类别的样本 X ,可以先分别计算出 X 属于每一个类别 C_i 的概率 $P(X | C_i)P(C_i)$,然后选择其中概率最大的类别作为其类别,即

$$V_{NB}(X) = \operatorname{argmax}_{C_i \in C} P(C_i) \prod_{k=1}^n P(x_k | C_i) \quad (4)$$

对于每个属性 A_k ,如果 A_k 是离散属性,则 $P(x_k | C_i) = s_{ik} / s_i$,其中 s_{ik} 是在属性 A_k 中具有 x_i 的类 C_i 的训练样本数, s_i 是 C_i 中的训练样本数;如果 A_k 是连续属性,把每一个连续的属性离散化,然后用相应的离散区间替换连续属性值,通过计算类 C_i 的训练记录落入 x_k 对应的区间的比例来计算条件概率 $P(x_k | C_i)$ 。

1.3 加权朴素贝叶斯模型

朴素贝叶斯分类方法认为所有条件属性对决策属性的分类重要性是相同的,然而事实并非如此,不同因素对分类的影响是有差别的。因此,研究人员提出了将特征加权算法与朴素

贝叶斯分类器相结合,对不同的属性根据其分类重要性赋予不同的权值,使朴素贝叶斯扩展为加权朴素贝叶斯,以提高分类器的性能,其加权朴素贝叶斯模型^[7]为:

$$V_{NB}(X) = \operatorname{argmax}_{c \in C} P(c) \prod_{i=1}^n P(x_i | c)^{w_i} \quad (5)$$

其中: w_i 表示属性 A_i 的权值,属性的权值越大,该属性对分类的影响就越大。本文利用信息论^[8]中相关知识计算权值 w_i 。

在信息论中,熵是变量不确定性的度量。某个变量 D 的熵 $H(D)$ 被定义为:

$$H(D) = - \sum_{i=1}^n p_i \lg(p_i) \quad (6)$$

在信息论中,互信息是一种计算变量之间共有信息的度量,变量 D, Y 的互信息被定义为:

$$I(D, Y) = \sum_{a \in D} \sum_{b \in Y} P(a, b) \lg \frac{P(a, b)}{P(a)P(b)} \quad (7)$$

互信息可以表示变量之间的相关性,互信息越大,表示变量之前的相关性越强,且满足 $0 \leq I(D, Y) \leq \min(H(D), H(Y))$ 。因此,我们利用互信息度量属性 a_i 和类 c 的关联程度,下面给出一个与互信息成正比的加权公式:

$$w(a_i, c) = \frac{I(a_i, c)}{\operatorname{avg}(H(a_i), H(c))} \quad (8)$$

其中: $\operatorname{avg}(a, b)$ 表示 a, b 的平均值,显然 $0 \leq w(a_i, c) \leq 1$ 。归一化处理后得到以下加权公式:

$$w = \frac{w(a_i, c)}{\sum_{b \in A_i} w(b, c)} \quad (9)$$

容易发现 $0 \leq w_i \leq 1$,对于某一属性来说, w_i 的值越大,表示属性的重要性越强。

2 推荐算法设计

2.1 评分预测

为了有效解决用户评分稀疏性问题,本文利用加权朴素贝叶斯方法预测用户-项目评分矩阵 R 中缺失数据,具体算法如下。

算法1 基于加权朴素贝叶斯的评分预测算法。

输入:用户-项目评分矩阵 R ,项目集 $I = \{i_1, i_2, \dots, i_M\}$,用户集 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_N\}$,评分标签 $C = \{C_1, C_2, \dots, C_K\}$ 。
输出:填充后的用户-项目评分矩阵 R 。

1) 选择特征属性和确定评分标签。分别从用户属性和项目属性中选择 m, n 项属性组成特征属性集 $A = \{A_{u,1}, A_{u,2}, \dots, A_{u,m}, A_{i,1}, A_{i,2}, \dots, A_{i,n}\}$ 。

2) 数据预处理。将训练样本和测试样本进行缺失值填充和离散化。

3) 评分标签概率计算。对每个 $C_k (C_k \in C)$ 计算概率 $P(C_k)$,并保存在评分标签概率表 T_c 中。

4) 加权朴素贝叶斯概率及属性权值计算。根据训练样本集,针对每个属性 A_k 的属性值 a_i ,每个类别 c ,计算类别 c 条件下 a_i 的权值 w_i 和 a_i 的概率 $P(a_i | c)$,并将结果分别保存在加权朴素贝叶斯概率表 T_w 和属性权值表 T_p 中。 w_i 使用式(8)计算, $P(a_i | c)$ 用 m 估计^[5]方法计算条件概率:

$$P(a_{ik} | c) = \frac{n_c + mp}{n + m} \quad (10)$$

其中: n 是类 c 中实例总数, n_c 是类 c 中训练样本取值为 a_i 的样本总数, m 是等价样本大小的参数, p 是概率的先验估计。

5) 分类表计算。利用评分标签概率表、加权朴素贝叶斯

概率表、属性权值表,根据式(5)计算并生成分类表 $T = \{A_{u,1}, A_{u,2}, \dots, A_{u,m}, A_{i,1}, A_{i,2}, \dots, A_{i,n}, P_{c,1}, P_{c,2}, \dots, P_{c,K}\}$ 。其中, $A_{u,1}, A_{u,2}, \dots, A_{u,m}$ 表示用户特征属性; $A_{i,1}, A_{i,2}, \dots, A_{i,n}$ 表示项目特征属性; $P_{c,1}, P_{c,2}, \dots, P_{c,K}$ 表示在上述特征值条件下的取得评分值 $C_k (C_k \in C)$ 的概率。

6) 评分预测。对于用户-项目评分矩阵中缺失的每个评分 R_{ij} , 查询该评分对应的用户属性和项目属性并得到属性值集合 $a = \{a_{u,1}, a_{u,2}, \dots, a_{u,m}, a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,n}\}$ 。 a 可能不唯一, 存在两种情况:

① a 只有一种组合, 直接用 a 从分类表中查询匹配的评分值作为 R_{ij} 的预测评分。

② a 存在多种组合, 这是因为 a 的属性值中存在 $d (d \geq 1)$ 个属性取多个值的情况。例如, 某一部电影属于多个类别, 当把类别作为特征属性时, 由于类别属性值不唯一, 使得 a 不唯一, 为特征属性取值的组合。对于这种存在多个组合的情况, 分别从分类表 T 中查询每个组合的类别概率值以及对应的评分, 再从中选择概率最大的评分作为 R_{ij} 的预测评分。

2.2 计算推荐集

在得到填充的用户-项目评分矩阵 R 后, 按照以下算法计算推荐集。

算法2 加权朴素贝叶斯协同过滤推荐算法。

输入: 用户-项目评分矩阵 R , 项目集 $I = \{i_1, i_2, \dots, i_M\}$, 用户集 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_N\}$, 推荐集元素个数 p , 目标用户 u 。

输出: 推荐集 I_{rec} 。

1) 用户相似性计算。使用相关相似性^[3]计算两两用户之间的相似性并将结果保存在用户相似性矩阵 $R_{sim}(N, N)$ 中 (R_{sim} 是 $N \times N$ 方阵, N 表示 N 个用户, 其元素的值以主对角线为轴对称分布, 即 $sim_{k,m} = sim_{m,k}$)。相关相似性计算公式如下:

$$sim(i, j) = \frac{\sum_{c \in C_{ij}} (R_{i,c} - \bar{R}_i)(R_{j,c} - \bar{R}_j)}{\sqrt{\sum_{c \in C_{ij}} (R_{i,c} - \bar{R}_i)^2} \sqrt{\sum_{c \in C_{ij}} (R_{j,c} - \bar{R}_j)^2}} \quad (11)$$

其中: C_{ij} 表示用户 i 和用户 j 共同评价的项目集合, $R_{i,c}$ 和 $R_{j,c}$ 分别表示用户 i, j 对项目 c 的评分, \bar{R}_i 和 \bar{R}_j 分别表示用户 i, j 的平均评分。

2) 计算用户 u 的未评分项目集 $N_K = I - I_K (1 \leq k \leq M)$, I 为项目集, I_K 为用户 u 已评分项目集。

3) 根据 $R_{sim}(N, N)$ 选择目标用户 u 的最近邻居集合 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_p\}$, 使得 $u \notin U$ 且 $sim(u, u_1)$ 最大, $sim(u, u_2)$ 次之, 以此类推。

4) 根据目标用户 u 的最近 p 邻居集合 U 计算相应的推荐集。对于用户 u 的未评分项目集 N_K 中的每一项 i , 利用以下公式预测用户对项目的评分值^[9]。

$$P_{u,i} = \bar{R}_u + \frac{\sum_{u_k \in U} sim(u, u_k) (R_{u_k,i} - \bar{R}_{u_k})}{\sum_{u_k \in U} (|sim(u, u_k)|)} \quad (12)$$

其中: $sim(u, u_k)$ 表示用户 u 与其最近邻居用户 u_k 之间的综合相似性, $R_{u_k,i}$ 表示用户 u_k 对项目 i 评分, \bar{R}_u 和 \bar{R}_{u_k} 分别表示用户 u, u_k 对项目的平均评分。

5) 对 N_K 中元素的预测评分按照从大到小的顺序进行排序, 取前 p 个项目组成推荐集 $I_{rec} = \{i_1, i_2, \dots, i_p\}$ 推荐给目标用户 u 。

3 实验分析

3.1 实验数据集及度量标准

MovieLens (<http://www.grouplens.org>) 是一个基于 Web 的研究型推荐系统, 通过用户对电影的评分 (5 分制) 进行电影推荐, 注册用户必须至少对他所拥有的电影中的 15 部进行评价才可使用该系统。因此, 该站点所拥有的注册用户每一个人都至少对 15 部电影进行过评价。目前, 该站点的用户已经超过 45 000 人, 用户评分过的电影超过 6 600 部。

本文随机从该数据集中分别抽取 200、400、600 位用户的评分数据组成 3 个数据集, 分别记为 TD200、TD400、TD600, 表 1 给出了这 3 个数据集各自的用户数量、电影数量、评分数量、稀疏等级^[5]分布情况。在每个数据集中, 实验训练集占数据集的 80%, 测试数据占数据集的 20%。

从用户属性中选择 Gender、Age、Occupation 作为特征属性, 从项目属性中选择 Release Date、Category 作为特征属性, 组成特征属性集 $A = \{\text{Gender, Age, Occupation, Release Date, Category}\}$ 。

表1 实验数据集

数据集	用户数量	电影数量	评分数量	稀疏等级
TD200	200	1 412	19 981	0.929 7
TD400	400	1 543	44 317	0.928 1
TD600	600	1 625	66 277	0.932 0

采用平均绝对偏差 (Mean Absolute Error, MAE)^[3] 评价算法效果, 通过计算预测的用户评分与实际的用户评分之间的偏差来度量预测的准确性, 设预测的用户评分集合表示为 $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, 对应的实际用户评分集 $\{q_1, q_2, \dots, q_n\}$, n 为测试集的大小, 则平均绝对误差定义为^[2]:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |p_i - q_i|; i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

MAE 越小, 评分预测越准确, 推荐质量越高。

3.2 实验结果及分析

1) 算法 MAE 比较。

实验对本文算法 (Proposed-CF)、结合用户背景信息的协同过滤推荐算法 (UBI-CF)^[10] 及基于项目评分预测的协同过滤推荐算法 (IRP-CF)^[11] 3 种方法进行比较和分析。实验数据集选择 TD600, 邻居数据从 5 增加到 30 (间隔为 5), 分别计算 MAE。实验结果如图 1 所示。

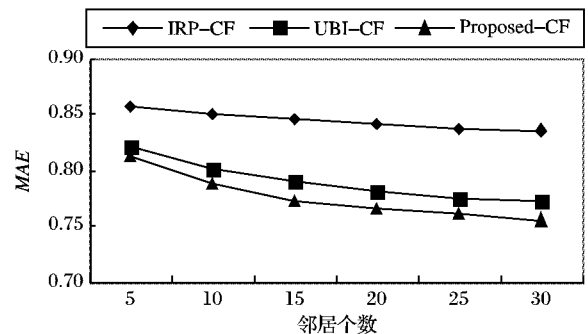


图1 推荐算法的 MAE 比较

从图 1 可以看出, 本文提出的算法具有较小的 MAE。IRP-CF 算法利用与目标项目相似性最高的若干个项目的评分数据作为未评分项目的评分, 因为算法利用共同评分项目计算相似性, 在评分数据极端稀疏的情况下, 共同评分数据很少, 使得对用户-项目评分矩阵中缺失的数据的预测准确度不

高,最终影响推荐系统的质量。UBI-CF 算法通过建立用户背景的相似度模型,补充用户-项目评分矩阵中缺失的数据,使推荐质量有所提高,然而该算法仅考虑用户的背景数据之间的潜在相似性,没有考虑项目属性的影响以及利用统计数据,因此对缺失数据预测的精度有所降低。而本文提出的算法,充分考虑用户属性和项目属性的相似对用户评分的影响,在统计计算的基础上做出评分预测,使得预测的评分比较准确,最终使算法的 MAE 得到降低。

2) 数据集样本量成倍增加对算法性能的影响。

由表 1 可知,TD200、TD400、TD600 的评分数量分别为 19981、44317、66277,其比例约为 1:2:3。本组实验在这 3 个数据集上运行 Proposed-CF 并计算相应的 MAE。实验结果如图 2 所示。

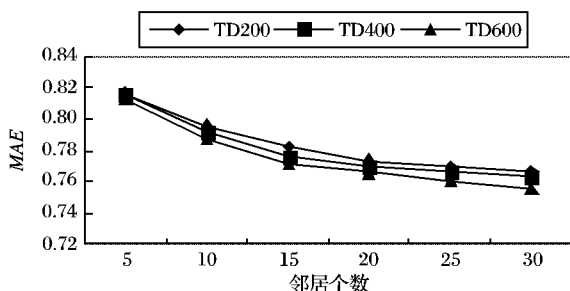


图2 数据集大小对算法的影响

从图 2 可以看出,Proposed-CF 在 TD600 上 MAE 最小,TD400 上次之,而在 TD200 上的 MAE 最大,并且随着数据集的样本量成倍增加,Proposed-CF 算法的 MAE 逐渐减小。经分析认为,这是由于样本容量的增加,朴素贝叶斯预测的准确性随之小幅提高,使得对评分的预测更加准确,推荐质量也随之提高。由此可知,本文提出的算法是比较有效的。

4 结语

针对传统的协同过滤算法面临着用户评分数据稀疏性问题,本文利用加权朴素贝叶斯方法,将评分的稀疏性问题转化

为评分预测问题。在预测用户评分时,由于综合考虑了用户特征属性和项目特征属性的相似性对评分的影响,使得对未评分数据的预测更加准确,较好地解决了用户-项目矩阵稀疏性问题。实验结果表明,在用户评分数据极端稀疏的情况下,该算法显著提高了推荐系统的推荐质量。

参考文献:

- [1] SCHAFER J B, KONSTAN J A, RIEDL J. E-commerce recommendation applications [J]. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 2001, 5(1/2): 115-153.
- [2] PHUONG N D, PHUONG T M. Collaborative filtering by multi-task learning [C]// *Proceedings of the IEEE International Conference*. Washington, DC: IEEE, 2008: 227-232.
- [3] SARWAR B, KARYPIS G, KONSTAN J, *et al.* Analysis of recommendation algorithms for E-commerce [C]// *Proceedings of the 2nd ACM Conference on Electronic Commerce*. New York: ACM Press, 2000: 158-167.
- [4] SARWAR B, KARYPIS G, KONSTAN J, *et al.* Item-based collaborative filtering recommendation algorithms [C]// *Proceedings of the 10th International World Wide Web Conference*. New York: ACM Press, 2001: 285-295.
- [5] 朱明. 数据挖掘[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2002: 76-80.
- [6] HARRY Z, SHENG S L. Learning weighted naive Bayesian with accurate ranking [C]// *Proceedings of 4th IEEE International Conference on Data Mining*. Washington, DC: IEEE, 2004: 567-570.
- [7] 邓维斌, 黄菊江, 周玉敏. 基于条件信息熵的自主式朴素贝叶斯分类算法[J]. *计算机应用*, 2007, 27(4): 888-891.
- [8] 刘乐乐, 田卫东. 基于属性互信息熵的量化关联规则挖掘[J]. *计算机工程*, 2009, 35(14): 38-40.
- [9] 邓爱林, 左子叶, 朱扬勇. 基于项目聚类的协同过滤推荐算法[J]. *小型微型计算机系统*, 2004, 25(9): 1665-1670.
- [10] 吴一帆, 王浩然. 结合用户背景信息的协同过滤推荐算法[J]. *计算机应用*, 2008, 28(11): 2972-2974.
- [11] 邓爱林, 朱扬勇, 施伯乐. 基于项目评分预测的协同过滤推荐算法[J]. *软件学报*, 2003, 14(9): 1621-1628.

(上接第 1507 页)

DCT 得到的各分块系数矩阵的直流系数分量构成三阶张量, 然后通过 Tucker 分解将水印信息扩散到 R、G、B 分量, 并将 Tucker 分解过程中获取的核心张量和正交矩阵作为接受者提取水印信息的密钥。通过实验结果表明, 本文方法对于压缩、滤波、噪声攻击等都具有一定的鲁棒性。

参考文献:

- [1] COX I J, MILLER M L. Electronic watermarking: The first 50 years [C]// *Proceedings of IEEE Fourth Workshop on Multimedia Signal Processing*. Washington, DC: IEEE, 2001: 225-230.
- [2] COX I J, KILIAN J, LEIGHTON T, *et al.* Secure spread spectrum watermarking for multimedia [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1997, 6(12): 1673-1687.
- [3] AL-GINDY A, AL-AHMAD H, QAHWAJI R, *et al.* Watermarking of colour images in the DCT domain using Y channel [C]// *2009 IEEE/ACS International Conference on Computer Systems and Applications*. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2009: 1025-1028.
- [4] JADHAV S D, BHALCHANDRA A S. Digital color image watermarking by means of blind source separation [C]// *INCACEC 2009*. Washington, DC: IEEE, 2009: 1-4.
- [5] KUTTER M, WINKLER S. A vision-based masking model for spread-spectrum image watermarking [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2002, 11(1): 16-25.
- [6] BRAUDAWAY G W. Protecting publicly-available images with an invisible image watermark [C]// *Proceedings of the International Conference on Image Processing*. Washington, DC: IEEE Computer Society, 1997: 524-527.
- [7] WANG H, AHUJA N. A tensor approximation approach to dimensionality reduction [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2008, 76(3): 217-229.
- [8] 张丽梅, 乔立山, 陈松灿. 基于张量模式的特征提取及分类器设计综述[J]. *山东大学学报: 工学版*, 2009, 39(1): 6-14.
- [9] LU H, PLATANIOTIS K N, VENETSANOPOULOS A N. Uncorrelated multilinear discriminant analysis with regularization and aggregation for tensor object recognition [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2009, 20(1): 103-123.
- [10] DUAN F, ABBOTT D, CHAPEAU-BLONDEAU F. The application of saturating detectors to a DCT-domain watermarking scheme [J]. *Fluctuation and Noise Letters*, 2008, 8(1): 69-79.
- [11] 王颖, 肖俊, 王蕴红, 等. 数字水印原理与技术[M]. 北京: 科学出版社, 2007.