

文章编号:1001-9081(2010)11-3040-04

# 基于预测与排序的大容量可逆水印算法

蒋 华, 邓 雄, 刘燕丽, 刘同来

(桂林电子科技大学 计算机与控制学院, 桂林 541004)

(jianghua@guet.edu.cn)

**摘要:**针对大多数情况下可逆水印算法需要位图的情况,提出了一个不需要位图的可逆水印算法。该算法使用一种新的基于高效排序的全邻预测算法,经过排序以后形成预测误差集合,可以在很低失真度的情况下嵌入数据。实验的结果表明,该算法优于现有的可逆水印算法,并可以在具有较小失真度的情况下嵌入大量的数据。

**关键词:**大容量; 可逆水印; 排序; 全邻预测; 直方图平移

中图分类号: TP309 文献标志码:A

## High capacity reversible watermarking algorithm based on prediction and sorting

JIANG Hua, DENG Xiong, LIU Yan-li, LIU Tong-lai

(School of Computer and Control, Guilin University of Electronics Technology, Guilin Guangxi 541004, China)

**Abstract:** Concerning most of the existing reversible watermarking algorithms need a location map, this paper presented a reversible watermarking algorithm for images without using a location map. This algorithm employed full-enclosing prediction based on a new high efficient sorting technique and results in a forecast error set after sorting, which could embed data with a low distortion. The experimental results clearly indicate that this scheme is superior to most of the existing reversible watermarking algorithms and can embed large data with low distortion.

**Key words:** high capability; reversible watermarking; sorting; full-enclosing prediction; histogram shifting

## 0 引言

最早关于可逆水印的思想可追溯到1994年Barton提交申请的专利<sup>[1]</sup>; Tian<sup>[2]</sup>利用可逆整数小波变换,将1比特信息嵌入扩展后的高频小波系数(像素对差值)中; Alattar<sup>[3]</sup>选取相邻的几个像素为一个变换单元嵌入水印; Sachnev等人<sup>[4]</sup>是选取相邻的4个像素为一个单元嵌入水印; Thodi等人<sup>[5]</sup>选取一个简单的LOCO-I预测算子对图像内的像素值进行预测,将预测误差扩展后嵌入水印; Chang和Lu<sup>[6]</sup>扩展当前像素与它前面几个像素均值的差值,将水印嵌入扩展的差值中; Kamstra等人<sup>[7]</sup>利用嵌入信息前后可逆小波变换的低频系数(或像素对中值)保持不变的特性,构造了一个以低频系数为定义域的度量函数; Thodi等人<sup>[8]</sup>将调整直方图的思想引入特征值扩展算法中; Yang等人<sup>[9]</sup>提出了一种基于整数离散余弦变换和压扩技术的可逆水印; Wang等人<sup>[10]</sup>针对二维矢量图进行了可逆水印研究。

本文通过分析全邻预测、直方图平移、排序、溢出问题、双嵌入和阈值的确定等,使用一种新的基于高效排序的全邻预测算法,并经过排序以后形成预测误差集合,可以在保持很低的失真度的情况下嵌入数据,达到了良好的可逆水印效果,并经过实验验证其有效性和可用性。

## 1 算法

### 1.1 全邻预测原理

预测如图1所示的坐标为 $u_{i,j}$ 的像素点的灰度值,参考了

其8个相邻像素点的灰度值( $v_{i-1,j+1}, v_{i,j+1}, v_{i+1,j+1}, v_{i-1,j}, v_{i+1,j}, v_{i-1,j-1}, v_{i,j-1}, v_{i+1,j-1}$ );包括 $u_{i,j}$ 的9个像素点组成一个单元,用来嵌入1比特的数据。图像中全部的像素点分为两个集合:米字集合,用于嵌入数据;圆点集合,用作计算预测器。因此,该算法叫米字嵌入算法。一个单元的米字嵌入算法的编码过程如下:

先以像素点 $(i,j)$ 为中心的9个像素点,如果最大像素值和最小像素值相差较小,满足:

$$NP_{\max} - NP_{\min} < T \quad (1)$$

其中: $NP_{\max}$ 和 $NP_{\min}$ 分别为相邻9像素的最大像素值和最小像素值; $T$ 为阈值。如果式(1)成立,则把像素点 $(i,j)$ 称为“好”像素点,是可以嵌入水印信息的;否则称为“坏”像素点不可以嵌入水印。然后全部“好”像素点依据其8个相邻像素点预测计算,它的预测值 $u'_{i,j}$ 由式(2)求出:

$$u'_{i,j} = (v_{i-1,j+1} + v_{i,j+1} + v_{i+1,j+1} + v_{i-1,j} + v_{i+1,j} + v_{i-1,j-1} + v_{i,j-1} + v_{i+1,j-1}) / 8 \quad (2)$$

由式(3)求出像素点 $u_{i,j}$ 的预测误差 $d_{i,j}$ :

$$d_{i,j} = u_{i,j} - u'_{i,j} \quad (3)$$

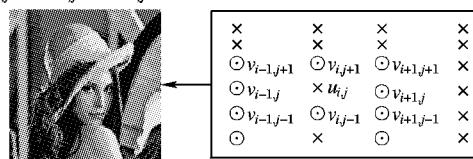


图1 全邻预测模式

由式(4)扩展这个预测误差:

$$D_{i,j} = 2d_{i,j} + b \quad (4)$$

收稿日期:2010-04-28;修回日期:2010-07-25。 基金项目:广西自然科学基金资助项目(0991071)。

作者简介:蒋华(1963-),男,河南信阳人,教授,博士,主要研究方向:信息安全; 邓雄(1981-),男,湖北武汉人,硕士研究生,主要研究方向:数字水印、图像处理; 刘燕丽(1982-),女,河南安阳人,硕士研究生,主要研究方向:信息安全、遥感图像处理。

其中:  $D_{i,j}$  为扩展以后的预测误差, 是依据直方图平移算法调整;  $b$  为嵌入的 1 比特。经过嵌入以后, 原始像素点的灰度值  $u_{i,j}$  由式(5) 变为  $U_{i,j}$ :

$$U_{i,j} = D_{i,j} + u'_{i,j} \quad (5)$$

解码过程如下:

$$U_{i,j} = D_{i,j} - u_{i,j} \quad (6)$$

$$b = D_{i,j} \bmod 2 \quad (7)$$

$$d_{i,j} = [D_{i,j}/2] \quad (8)$$

像素点的原始值由式(9) 求出:

$$u_{i,j} = U_{i,j} - d_{i,j} \quad (9)$$

## 1.2 直方图平移算法的应用

在本文算法中有另两个阈值  $T_n$  和  $T_p$ ,  $T_n$  是负的,  $T_p$  是正的。由预测误差组成的可扩展集合  $E$  的元素值大小在  $[P_{\text{Cros}}, P_{\text{Dot}}]$  范围内, 依据式(4) 可以在空间域内进行扩展而不会产生上溢或下溢; 平移出那些数值大小不在  $[P_{\text{Cros}}, P_{\text{Dot}}]$  数值范围内的预测误差, 为扩展留出空间; 集合  $S$  是可平移预测误差的集合。然而, 在空间域内由于上溢或者下溢误差, 在它们邻近的区域里, 不移出或者扩展这些预测误差。本文算法的嵌入容量为  $|E| + |L|$ , 其中  $L$  为位图的大小, 调整预测误差的直方图平移编解码算法如下:

$$D_{i,j} = \begin{cases} 2d_{i,j} + b, & d_{i,j} \in [T_n, T_p] \\ d_{i,j} + T_p + 1, & d_{i,j} > T_p, T_p \geq 0 \\ d_{i,j} + T_n, & d_{i,j} < T_n, T_n < 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$d_{i,j} = \begin{cases} [D_{i,j}/2], & D_{i,j} \in [2T_n, 2T_p + 1] \\ D_{i,j} - T_p - 1, & D_{i,j} > 2T_p + 1, T_p > 0 \\ D_{i,j} - T_n, & D_{i,j} < 2T_n, T_n < 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} b = D_{i,j} \bmod 2 \\ D_{i,j} \in [2T_n, 2T_p + 1] \end{cases} \quad (12)$$

其中: 阈值  $T_n$  和  $T_p$  控制集合  $E$  和  $S$  的比例, 从而控制嵌入容量。失真度大小取决于直方图的形状和这两个阈值: 可扩展集合  $E$  的失真度取决于每一个像素点的灰度值; 而可平移集合  $S$  的失真是由  $d > T_p + 1$  和  $d < T_n$  引起的, 其大小与  $T_n$  和  $T_p$  有关。总的失真度与可平移集合  $S$  的总数量有关。

## 1.3 排序算法的应用

本文全邻算法中的圆点集合与米字集合是相互独立的, 为了在不降低视觉效果的前提下嵌入更多的数据, 嵌入数据到单元的顺序需要改变。因此, 按照相邻像素点的关系, 这些单元由排序方法重新排列; 局部变量  $\mu_{i,j}$  的值可由其相邻像素点的  $v_{i,j+1}, v_{i,j-1}, v_{i+1,j}, v_{i-1,j}$  的灰度值求出:

$$\mu_{i,j} = \sum_{k=1}^8 (\Delta V_k - \Delta V_{\bar{k}})^2 / 8 \quad (13)$$

$$\Delta V_1 = |v_{i-1,j+1} - v_{i,j+1}|$$

$$\Delta V_2 = |v_{i,j+1} - v_{i+1,j+1}|$$

$$\Delta V_3 = |v_{i+1,j+1} - v_{i+1,j}|$$

$$\Delta V_4 = |v_{i+1,j} - v_{i+1,j-1}|$$

$$\Delta V_5 = |v_{i+1,j-1} - v_{i,j-1}|$$

$$\Delta V_6 = |v_{i,j-1} - v_{i-1,j-1}|$$

$$\Delta V_7 = |v_{i-1,j-1} - v_{i-1,j}|$$

$$\Delta V_8 = |v_{i-1,j} - v_{i-1,j+1}|$$

$$\Delta V_{\bar{k}} = \frac{\Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \Delta V_4 + \Delta V_5 + \Delta V_6 + \Delta V_7 + \Delta V_8}{8}$$

为了提高数据嵌入的容量, 利用式(12) 求出的局部变量  $\mu$  实现了最佳排序, 局部变量  $\mu_{i,j}$  有以下特征:

- 1) 在嵌入前后其值不变;
- 2) 其值与所在单元预测误差的值成正相关关系, 其值越小说明预测误差越小。

设  $d_{\text{sort}}$  是全部  $d_{i,j}$  经过排序以后的序列, 直方图平移算法利用阈值  $T_n$  和  $T_p$  嵌入数据, 单元按照局部变量的升序进行排列; 具有较小局部变量值的单元更有利于数据的嵌入。因此, 嵌入过程从具有最小局部变量值的单元开始, 然后嵌入到下一个单元, 直到嵌入数据的最后一位。集合  $E$  和集合  $S$  中负载  $P = |E|$  的具有较小局部变量单元应用了直方图平移算法, 负载  $P$  的大小也与阈值  $T_n$  和  $T_p$  有关。为了提取嵌入的数据和恢复原始图像, 需要记录一些关于最后一个调整单元的位置(或者嵌入容量)和阈值。

## 1.4 上溢与下溢

溢出问题是直方图平移算法中预测误差出现的问题, 必须把集合  $E$  和  $S$  中产生上溢或者下溢误差的单元删除, 以下是用来查找这样单元的公式:

$$0 \leq D_{i,j} + u'_{i,j} \leq 255 \quad (14)$$

其中:  $D_{i,j}$  是采用直方图平移算法, 进行平移或者扩展方式嵌入数据以后的调整误差(见 1.2 节)。不确定的单元是那些嵌入数据以后导致上溢或者下溢的没有变化单元。一些调整以后的单元可能与那些嵌入了数据的不确定单元产生重叠。假设  $S_p$  是全部不确定单元的集合,  $S_{op}$  是嵌入数据以后全部与  $S_p$  重叠单元的集合。位图可以容易地解决这个重叠问题; 位图采用不同的标志区别  $S_p$  和  $S_{op}$ 。

由直方图平移算法的规则可知, 每一个单元是使用一种叫两步变换的技术来确定的, 其中每一步都尝试嵌入一比特的数据。本文不是采用一个随机的比特值, 这个比特值是确定的和精确的: 1 表示正的  $d$  值, 而 0 表示负的  $d$  值(在这种情况下输出信号有最大的失真)。测试的每一步必须满足式(14)。这个编码器测试( $ET$ ) 可能产生以下 3 种结果。

$ET(a)$  如果当前单元经过了两次变换, 则不需要位图进行调整。

$ET(b)$  如果当前单元在第二次变换中由于上溢者下溢导致的重叠误差, 只经过了一次变换; 在调整的位图里标记这个单元为 0。这种类型的单元组成的集合标记为  $S_{op}$ 。这种类型的单元在调整以后与集合  $S_p$  的单元重叠。

$ET(c)$  如果当前单元一次也没有调整过, 则在数据嵌入阶段不可以使用这些单元。在位图里标记这个单元为 1, 这样的单元组成的集合标记为  $S_p$ , 解码器测试过程如下所示:

$DT(a)$  如果被解码的单元是只能调整一次的, 则调整位图是不需要的, 因为这个单元在编码阶段是可被调整两次的, 所以没有被标记, 属于  $ET(a)$  的类型。

$DT(b)$  如果被解码的单元完全不可以调整, 则必须参考位图, 因为这个单元在编码阶段是属于可以调整一次的或者完全不可以调整的类型。如果调整的位图比特是 0, 则当前的像素点属于  $ET(b)$  的类型。解码器必须提取单元的原始值。然而, 如果调整的位图比特是 1, 则这个单元在编码阶段不是可以调整的而保持不变, 属于  $ET(a)$  的类型。

作为一个例外, 一些可扩展的单元属于集合  $S_{op}$ , 而不属于集合  $E$ 。嵌入一定比特的值(0 表示正的  $d$ , 1 表示负的  $d$ ) 到

这些单元,可以把它们从类型  $ET(b)$  变成类型  $ET(a)$ 。这种变化在编码阶段不会带来任何困难。然而,在解码阶段,这样的单元按照参考位图的标准是不可以分类的;因为这样的无法分类情况将导致位图的混乱。

为了解决在解码器端出现的这种不准确性,在编码过程中,全部属于  $ET(b)$  类型的可扩展单元中:全部正的  $d$  嵌入 1, 全部负的  $d$  嵌入 0;全部属于集合  $S_{op}$  的可扩展单元标记为  $S_{ope}$ ;全部属于  $ET(b)$  类型的可平移单元按照直方图平移算法进行平移。

### 1.5 双重嵌入方案

双重水印嵌入方案涉及米字嵌入算法和圆点嵌入算法,从而达到几乎双倍的嵌入容量,最大的嵌入容量可以达到 1 比特 / 像素(只使用米字嵌入算法的嵌入容量达到 0.5 比特 / 像素);米字嵌入算法和圆点嵌入算法在本质上是类似的。米字嵌入算法用圆点集合计算预测误差,用米字集合嵌入数据。米字集合里的像素点  $u_{i,j}$  有 8 个相邻的像素点:  $v_{i-1,j+1}$ 、 $v_{i,j+1}$ 、 $v_{i+1,j+1}$ 、 $v_{i-1,j}$ 、 $v_{i+1,j}$ 、 $v_{i-1,j-1}$  和  $v_{i+1,j-1}$ ;它们都属于圆点集合。预测值  $u'_{i,j}$  是用 8 个相邻像素点的灰度值为参数依据式(2)计算出来的;然后在预测误差  $d_{i,j}$  里嵌入数据。依据米字算法嵌入数据以后,米字集合  $u_{i,j}$  的像素点灰度值变成  $U_{i,j}$ ;类似的,圆点集合的像素点  $v_{i,j}$  的灰度值用属于米字集合的 8 个相邻像素点  $U_{i-1,j+1}$ 、 $U_{i,j+1}$ 、 $U_{i+1,j+1}$ 、 $U_{i-1,j}$ 、 $U_{i+1,j}$ 、 $U_{i-1,j-1}$ 、 $U_{i,j-1}$ 、 $U_{i+1,j-1}$  的灰度值按照圆点嵌入算法而来的。另外,依据

圆点和米字算法把负载  $P$  分为大小差不多的  $P_{cross}$  和  $P_{dot}$  两个集合。

### 1.6 阈值的确定

正如本文前面阐述的,阈值有很多种组成形式。然而,为了获得最优的信噪比,有必要依据所要嵌入的负载选择合适的阈值。为了负载获得更优的信噪比,可以通过迭代调整的方法找到这种合适的阈值,也可以通过直方图获得合适的阈值。

## 2 编码器与解码器

图 2 ~ 3 为编码与解码过程的框图。在嵌入数据以前,全部的像素点分为两个集合:米字集合与圆点集合(图中箭头所示的米字形和圆点,在图 2 编码器的左边)。米字嵌入算法和圆点嵌入算法的负载分别是  $P_{cross}$  和  $P_{dot}$ 。米字嵌入算法描述如下:

- 1) 找到全部符合米字嵌入算法要求的单元。
- 2) 对于每一个单元计算如下数值:
  - a) 用式(2)计算出预测值  $u$ ;
  - b) 用式(3)计算出预测误差  $d$ ;
  - c) 用式(13)计算出局部变量  $\mu$ 。
- 3) 依据  $\mu$  对单元进行排序,生成预测误差  $d_{sort}$  的排序序列。跳过  $d_{sort}$  的最前面 38 个最低有效位(Least Significant Bit, LSB)数值,把预测误差的原始 34 位 LSB 添加到集合  $S_{LSB}$ ,并且把  $S_{LSB}$  作为负载的一部分。



图 2 双重编码原理流程

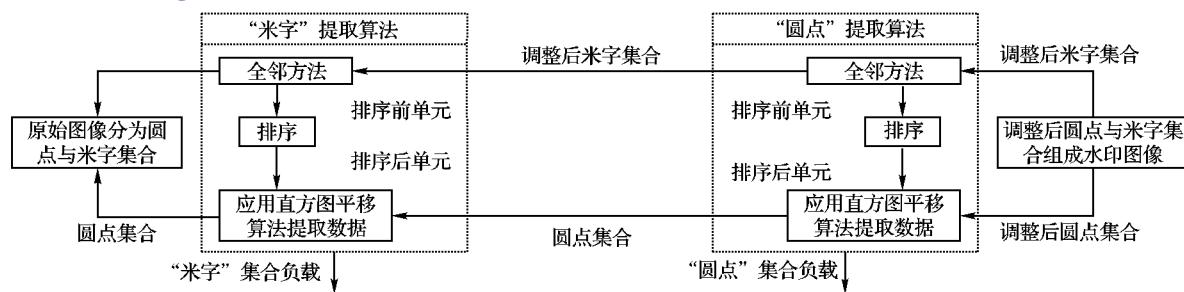


图 3 双重解码原理流程

- 4) 利用排序序列  $d_{sort}$  依据负载  $P_{cross}$  找到合适的阈值  $T_{ncross}$ (负的阈值) 和  $T_{pcross}$ (正的阈值)。
- 5) 有的单元分为可扩展的集合和可平移的集合,建立对应位图  $L$ ,每一个单元从  $d_{sort}$  的第 35 位开始。
- 6) 负载  $P_{cross}$  和用直方图平移编码算法得到的可扩展集合  $E$  的位图  $L$ (见 1.2 节)。按照 1.4 节的方法调整  $S_{ope}$  集合的全部单元,经过调整的预测误差属于集合  $D$ 。
- 7) 利用式(5)求出调整的像素点的值  $U$ ,形成调整的米字集合。
- 8) 在 3) 中,利用二进制表示的阈值  $P_{cross}$ 、 $P_{dot}$  和负载大

小  $|P_{cross}|$ , 得到预测误差最前面的是经过调整的 34 个 LSB。

## 3 实验

本文实验环境为 Matlab,把本文算法与 Vasiliy Sachnev 的算法和 Thodi 的算法使用  $512 \times 512$  的灰度级的图像(丽娜和狒狒)进行比较。本文算法相对于 Thodi 等人的算法有了很大的调整。另一方面,本文算法由于使用排序技术,直方图技术和更小局部变量的预测误差具有更优化的调整,也具有很小的位图。表 1 列出了不同负载的位图大小和阈值的测试结果,表 2 列出了不同算法嵌入的容量和失真度的测试结果。

结果表明本文算法只需要很小的位图,甚至不需要位图;即使需要位图,相对于负载来说它的大小也可以忽略不计。

表 1 测试图像的位图大小和负载

负载(比特/像素)	丽娜( $T = 16$ )		狒狒( $T = 32$ )	
	阈值	位图	阈值	位图
	$T_n$	$T_p$	$T_n$	$T_p$
100 Kb/0.38	2	1	0	-2 2 0
150 Kb/0.57	-3	3	0	-6 5 2
200 Kb/0.76	-5	5	0	-9 8 115
220 Kb/0.83	-6	6	2	-15 15 1253
230 Kb/0.87	-8	7	6	-25 25 5602
250 Kb/0.95	-12	12	9	— — —

表 2 丽娜图像用不同算法嵌入的容量和失真度对比

容量/(比特/像素)	失真度		
	本文算法	文献[4]算法	文献[8]算法
0.10	57.35	53.68	48.89
0.20	52.86	47.67	44.93
0.30	48.75	45.03	42.31
0.40	46.35	43.84	39.87
0.50	43.67	41.63	37.85
0.60	42.71	36.87	34.86
0.70	38.90	36.21	34.64
0.80	37.56	35.67	32.57
0.90	36.83	34.53	32.74
1.00	—	—	—

## 4 结语

本文的可逆水印算法是一些高效算法和一些性能良好的新技术的综合。使用一种新的基于高效排序的全邻预测算法:一个经过排序以后的预测误差集合,可以在保持很低的失真度的情况下嵌入数据。实验的结果表明,本文算法优于 Thodi、Vasiliy Sachnev 等人<sup>[4,8]</sup>的算法,在可逆水印中增加嵌入容量,以及减少失真度方面进行了一些有益的研究和探索。

## 参考文献:

- [1] BARTON J M. Method and apparatus for embedding authentication information within digital data: US, 5646997[P], 1997-07-01.  
 [2] TIAN J. Reversible watermarking by difference expansion [C]//

(上接第 3039 页)

第一个像素的灰度值为  $p_1$ , 改变其值为  $p'_1$ , 即  $p'_1 = (p_1 + 100) \bmod 256$ , 其他像素的灰度值保持不变。得到两幅相应的加密图像, 计算其 NPCR 和 UACI 分别为 99.51% 和 33.38%, 非常接近其理论值, 说明该加密方案有较强的抵御差分攻击的能力。

## 4 结语

本文提出了一种新的基于分段非线性映射的混沌流加密方案, 该方案以 Logistic 映射的输出作为分段参数, 以 Henon 映射的输出经运算后得到迭代次数, 分段非线性映射的输出与明文相加取模后得到密文, 提高了密文的不可预测性。安全性分析表明该方案的密钥空间大, 可抵抗利用统计特性、差分特性进行的攻击, 并具有较好的实时性。

## 参考文献:

- [1] ZHANG LINHUA, LIAO XIAOFENG, WANG XUEBING. An im-

Multimedia and Security Workshop at ACM Multimedia. New York: ACM Press, 2002: 19–22.

- [3] ALATTAR A M. Reversible watermark using difference expansion of triplets [C]// ICIP 2003: 2003 IEEE International Conference on Image Processing. Washington, DC: IEEE, 2003: I-501–4.
- [4] SACHNEV V, KIM H J, NAM J, et al. Reversible watermarking algorithm using sorting and prediction [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2009, 19(7): 989–999.
- [5] THODI D M, RODRIGUEZ J J. Reversible watermarking by prediction-error expansion [C]// 6th IEEE Southwest Symposium on Image Analysis and Interpretation. Washington, DC: IEEE, 2004: 21–25.
- [6] CHANG C C, LU T C. A difference expansion oriented data hiding scheme for restoring the original host images [J]. The Journal of Systems & Software, 2006, 79(12): 1754–1766.
- [7] KAMSTRA L, HEIJMANS H. Reversible data embedding into images using wavelet techniques and sorting [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(12): 2082–2090.
- [8] THODI D M, RODRIGUEZ J J. Expansion embedding techniques for reversible watermarking [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(3): 721–730.
- [9] YANG BIAN, MARTIN S, WOLFGANG F, et al. Integer DCT-based reversible watermarking for images using companding technique [C]// Proceedings of the SPIE, 2004, 5306: 405–415.
- [10] WANG XIAOTONG, SHAO CHENGYONG, XU XIAOGANG, et al. Reversible data-hiding scheme for 2-D vector maps based on difference expansion [J]. IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2007, 2(3): 311–320.
- [11] 张志明, 周学广. 采用奇异值分解的数字水印嵌入算法[J]. 微计算机信息, 2006, 7(2): 69–71.
- [12] LEE S, YOO C D, KALKER T. Reversible image watermarking based on integer-to-integer wavelet transform [J]. IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2007, 2(3): 321–330.
- [13] 陈开英, 胡永健, 李建伟. 利用差值扩展进行可逆数据隐藏的新算法[J]. 计算机应用, 2008, 28(2): 455–459.
- [14] 田华伟, 赵耀, 倪蓉蓉. 一种抵抗插值误差的数字水印方法[J]. 解放军理工大学学报: 自然科学版, 2009(3): 242–247.
- [15] 李恩, 吴敏, 熊永华. 一种基于双混沌映射的加密算法设计与应用[J]. 计算机应用研究, 2009, 26(4): 1512–1514.
- [16] BEHINA S, AKHSHANI A, AHADPOUR S, et al. A fast chaotic encryption scheme based on piecewise nonlinear chaotic maps [J]. Physics Letters A, 2007, 366(4/5): 391–396.
- [17] KWOK H S, TANG W S. A fast image encryption system based on chaotic maps with finite precision representation [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2007, 32(4): 1518–1529.
- [18] SHANNON C E. Communication theory of security system [J]. Bell System Technical Journal, 1949, 28(1): 656–715.