

文章编号:1001-9081(2010)11-2914-03

求全局最优的类电磁机制算法

尚云^{1,2}, 何雪妮¹, 雷虹¹

(1. 兰州职业技术学院 信息工程系, 兰州 730070; 2. 西安电子科技大学 计算机学院, 西安 710071)

(shangy08@yahoo.com.cn)

摘要:针对类电磁机制算法中数据溢出、计算量过大的问题,改进了电量计算公式和合力计算公式,引入了函数值最小下界,增加了粒子过滤公式,从而得到一种新类电磁机制算法。从测试标准测试函数与经典类电磁算法的比较可看出,新算法收敛速度快,并从数值上验证了该算法的可行性和有效性。

关键词:吸引-排斥;全局优化;类电磁机制

中图分类号: TP18; TP301.6 **文献标志码:** A

Electromagnetism-like mechanism algorithm for global optimization

SHANG Yun^{1,2}, HE Xue-ni¹, LEI Hong¹

(1. Department of Information Engineering, Lanzhou Voc-tech College, Lanzhou Gansu 730070, China;

2. School of Computer Science and Technology, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

Abstract: A new Electromagnetism-like Mechanism (EM) algorithm was proposed in this paper in order to prevent data overflow and reduce the computation load. The formulas of the particle charge and the total force vector were improved. The lower bound of objective function and the formulas of the particle charge filtration were introduced. The standard test functions were tested and the new algorithm was compared with EM algorithm, which proved that the new algorithm converges faster. Furthermore, the numerical results show that the approach is efficient and valid.

Key words: attraction-repulsion; global optimization; Electromagnetism-like Mechanism (EM)

0 引言

随着计算技术的快速发展,全局优化领域中启发式算法迅速发展,解决了传统确定性优化算法^[1]对目标函数要求较高,对复杂约束优化无能为力问题。

类电磁机制 (Electromagnetism-like Mechanism, EM) 算法^[2-3]是一种基于种群的启发式全局优化算法,其寻优机制是模拟电磁场中带电粒子之间的吸引-排斥机制^[4],使得种群中的粒子朝着最优粒子的方向移动,最终找到全局最优解。对部分标准测试函数进行测试,显示了算法的有效性。

EM算法最初是针对变量有界的最小化问题提出的,问题形式如下^[5]:

$$\min f(\mathbf{x}) \quad (1)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{x} \in S$$

其中: $S = [l, u] = \{l_k \leq x_k \leq u_k \mid k = 1, 2, \dots, n\}$, n 为问题的维数, u_k 和 l_k 分别为第 k 维的上下边界, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$ 为决策变量, $f(\mathbf{x})$ 为目标函数。

模拟电磁场中带电粒子的吸引与排斥机制的做法已经使得 EM 算法具有比较优异的优化性能,但这种简单的、直接的模拟中还有可以改进的空间,可以进一步提高 EM 算法的收敛速度,扩大其应用范围。近年来在收敛性分析、参数设计以及与其他算法的有效结合等方面都有了较深入的研究,EM 算法对函数没有连续性等要求,由于其算法的隐式并行性、鲁棒性等特点使其成为一种简单有效的全局优化算法。2008 年文献^[6]改进 EM 算法求解旅行商问题;2009 年文献^[7]

8]混合类电磁机制算法分别解决了单机调度问题、排课问题;2010 年文献^[9]混合类电磁算法解决车辆路线问题。EM 算法为保证尽可能不丢失总极值点,每次迭代都取很多粒子,计算量相当大,在理论上很难保证迭代过程是否一定能求得总极值;且计算粒子合力时会产生数据溢出问题。本文改进粒子电量、合力公式有效解决以上问题,数据模拟验证了改进后算法的有效性。

1 改进的类电磁机制算法

1.1 改进电量公式

下文约定 m 为种群规模(粒子数)。

标准 EM 算法中电量的计算公式为:

$$q_i = \exp\left(-m \frac{f(\mathbf{x}_i) - f(\mathbf{x}_{\text{best}})}{\sum_{k=1}^m (f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}_{\text{best}}))}\right) \quad (2)$$

其中 \mathbf{x}_{best} 为每次局部搜索后产生的种群中目标函数值最优的粒子。该粒子可能在产生过程中出现以下问题:

1) \mathbf{x}_{best} 需每次迭代时重新产生,重复产生,导致占用空间量增大。

2) 某次重新产生的 \mathbf{x}_{best} , 可能使 $f(\mathbf{x}_{\text{best}}) \geq f(\mathbf{x}_i)$, 此时, $f(\mathbf{x}_i) - f(\mathbf{x}_{\text{best}}) \leq 0$, 那么:

$$-m \frac{f(\mathbf{x}_i) - f(\mathbf{x}_{\text{best}})}{\sum_{k=1}^m (f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}_{\text{best}}))} \geq 0$$

则:

收稿日期:2010-05-07;修回日期:2010-05-18。

作者简介:尚云(1979-),女,甘肃兰州人,讲师,硕士研究生,主要研究方向:运筹学、最优化;何雪妮(1978-),女,甘肃兰州人,讲师,硕士,主要研究方向:数据挖掘、数字图像;雷虹(1978-),女,甘肃康县人,讲师,硕士,主要研究方向:数字传媒、电化教育。

$$\exp\left(-m \frac{f(\mathbf{x}_i) - f(\mathbf{x}_{\text{best}})}{\sum_{k=1}^m (f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}_{\text{best}}))}\right) \in [1, +\infty)$$

数据产生溢出,电量趋于无穷,无意义。

为改变连续占用空间和数据可能溢出问题,引入函数下界值 $f_{\text{下界}}$,估计 $f_{\text{下界}} \ll f_{\min}$,则改进电量计算公式为:

$$q_i = \exp\left(-m \frac{f(\mathbf{x}_i) - f_{\text{下界}}}{\sum_{k=1}^m (f(\mathbf{x}_k) - f_{\text{下界}})}\right); q_i \in (0, 1) \quad (3)$$

1.2 改进合力公式

标准 EM 算法中,定义合力计算公式为:

$$\mathbf{F}_i = \sum_{j \neq i}^{SIZE_N} \begin{cases} (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \frac{q_i q_j}{\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|^2}, & f(\mathbf{x}_j) < f(\mathbf{x}_i) \\ (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \frac{q_i q_j}{\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|^2}, & f(\mathbf{x}_j) \geq f(\mathbf{x}_i) \end{cases} \quad (4)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, SIZE_N$ 。

分析式(4)可能产生如下问题:

1) 式中将所有的 q_j 对 q_i 的力都考虑,运算量较大,且当部分 q_j 过于小时仍旧考虑其微小的作用,意义不大,浪费了时间空间效率。

2) 当某次产生的 \mathbf{x}_j 与 \mathbf{x}_i 距离相当近时,则在计算过程中 $(\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|^2)^{-1}$ 势必会造成计算溢出。

针对上述可能会出现的问题,首先设计粒子过滤公式将部分 q_j 点过滤,提高算法可行性。设计当 $q_j < \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N q_k$ 时, F_j 不考虑,即 $F_j = 0$ 。加入该条件后,电量过于小的粒子的作用力忽略不计,不但减小了计算量而且使算法效率有较大提高。然后保留分母中一个因数 $\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|$,将另一个因数设计为:

$$\exp\left(\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|}{\sum_{k=1}^N \|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_j\|}\right)$$

解决数据溢出问题。将合力公式最终改进如式(5):

$$\mathbf{F}_{ij} = \begin{cases} \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|} \cdot \frac{q_i q_j}{\exp\left(\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|}{\sum_{k=1}^N \|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_j\|}\right)}, & f(\mathbf{x}_j) < f(\mathbf{x}_i) \\ \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j}{\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|} \cdot \frac{q_i q_j}{\exp\left(\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|}{\sum_{k=1}^N \|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_j\|}\right)}, & f(\mathbf{x}_j) \geq f(\mathbf{x}_i) \end{cases} \quad (5)$$

合力为 $\mathbf{F} = \sum_{j \neq i}^N \mathbf{F}_{ij}$ 。

将公式合理性具体分析如下:

1) 表示力的方向。当 $f(\mathbf{x}_j) < f(\mathbf{x}_i)$ 时,用 $\frac{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)}{\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|}$ 表示 \mathbf{x}_j 吸引 \mathbf{x}_i ; 当 $f(\mathbf{x}_j) \geq f(\mathbf{x}_i)$ 时, $\frac{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{\|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|}$ 表示 \mathbf{x}_j 排斥 \mathbf{x}_i 。

2) q_i, q_j 做分子,即为电量越大,所受合力越大。

3) 分母部分 $\exp\left(\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|}{\sum_{k=1}^N \|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_j\|}\right) \in (1, e)$ 表示距离越

大, $\exp\left(\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|}{\sum_{k=1}^N \|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_j\|}\right)$ 越大,整个分式值越小, \mathbf{F} 越小,且不会溢出。

将合力公式经过如上改动, $\left(\exp\left(\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|}{\sum_{k=1}^N \|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_j\|}\right)\right)^{-1}$ 与

库仑定律 $\frac{1}{4\pi k} \cdot \frac{1}{r^2}$ 作用相当,为力的比例系数。

1.3 改进的类电磁机制算法

求解无约束单目标全局优化问题的新类电磁机制算法——NEM 算法:

第 1 步 初始化。从已知可行域 S 中服从均匀分布的随机选取 $SIZE_N$ 个点作为初始粒子,这些初始粒子构成初始种群,然后计算出每个粒子的目标函数值,并将当前目标函数值最优的粒子记为 \mathbf{x}_{best} 。

第 2 步 局部搜索。对初始种群 $X(0)$ 进行局部搜索,重新计算种群中每个粒子的目标函数值 $f(\mathbf{x}_i), i = 1, 2, \dots, SIZE_N$,并找到当前目标函数值最优的粒子仍记为 \mathbf{x}_{best} 。

第 3 步 计算合力。对种群 $X(t)$ 中每个粒子,依据式(3),计算粒子所带电量,依据式(5),计算合力。

第 4 步 移动粒子。对种群 $X(t)$ 中每个粒子,沿着合力移动到新的位置,令 $t = t + 1$ 。

第 5 步 若满足终止条件,则算法停止,并输出种群中的目标函数值最小的粒子作为问题的近似解;否则,转第 2 步。

2 数据实验

2.1 收敛曲线

图 1 给出了 Griewank 函数 EM 算法和 NEM 算法的收敛曲线。

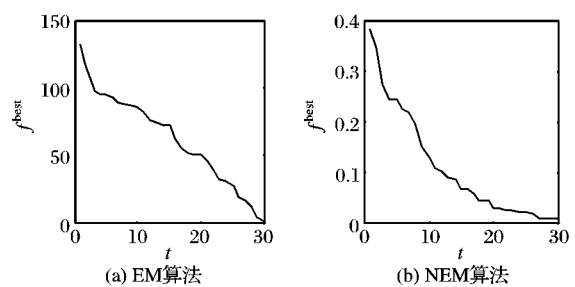


图 1 EM 算法和 NEM 算法收敛曲线

从上述结果可以看出 NEM 算法可以快速地逼近测试函数的全局极小点,是一种非常有效的新算法。

2.2 数值模拟

为了验证 NEM 算法的有效性,本节采用对 7 个标准的无约束单目标优化问题的测试函数进行仿真实验。具体测试规则为:对每个测试函数,用 EM 算法、NEM 算法分别独立运行 25 次,记录算法运行中求得的最优解的目标函数值, $f_{\text{EM}}^{\text{best}}$ 表示标准 EM 算法的最优值, $f_{\text{NEM}}^{\text{best}}$ 表示 NEM 算法的最优值; $f_{\text{EM}}^{\text{avg}}$ 表示标准 EM 算法的平均目标函数值, $f_{\text{NEM}}^{\text{avg}}$ 表示 NEM 算法的平均目标函数值。

算法终止条件:对每个测试函数,采用求解精度和最大迭

代次数终止算法^[10]。在最大代数 T_{\max} 内,采用精度终止条件, $f_i^{\text{best}} - f_{i-1}^{\text{best}} \leq 10^{-8}$ 时停止;否则,算法运行到 T_{\max} 次,停止。

为了测试结果的有效可比性,在运行过程中采用与标准 EM 算法中相同的参数设置。表 1 中规定出所有测试函数的相关参数:种群规模 M ,最大迭代次数 T_{\max} ,目标函数维数 N ,每次迭代过程中局部搜索的最大搜索次数 S_{\max} ,局部搜索参数 $\delta \in (0,1)$ 。

所有的测试在 Intel Pentium processor 1.86 GHz 配置的个人电脑上完成,算法使用 Matlab 7.1 编码。

表 1 测试函数及相关参数

函数名称	N	M	T_{\max}	S_{\max}	δ
Griewank	2	30	100	20	$1.0E-3$
Levy	10	20	75	5	$1.0E-3$
Perm(4,0.005)	4	20	150	10	$1.0E-3$
Powersum	4	40	200	10	$1.0E-3$
Rastrigin	2	20	50	10	$5.0E-3$
Shekel	4	40	150	10	$1.0E-3$
Trid(20)	2	40	500	150	$1.0E-3$

表 2 标准 EM 算法和 NEM 算法测试结果

测试函数	已知		EM		NEM	
	x^{best}	f^{best}	$f_{\text{EM}}^{\text{avg}}$	$f_{\text{EM}}^{\text{best}}$	$f_{\text{NEM}}^{\text{avg}}$	$f_{\text{NEM}}^{\text{best}}$
Griewank	(0,0)	0	0.0896	0.0032	0.0083	0.00014
Levy	(1, ..., 1)	0	0.1426	0.0003	0.0715	0.00036
Perm(4,0.005)	(1,2,3,4)	0	0.2541	0.0033	0.1831	0.00011
Powersum(4)	(1,2,3,4)	0	0.0001	0.0000	0.0303	0.00039
Rastrigin	(0,0)	2.0000	1.9566	-1.9871	-1.9685	-2.0000
Shekel	(4,4,4,4)	-10.1532	-9.7320	-10.1532	-7.3417	-10.1532
Trid(20)	(20,38,54,68,80,90,98,104,108,110,110,108,104,98,90,80,68,54,38,20)	-1520.0000	-133.2567	-177.6124	-636.0705	-653.27040

3 结语

本文设计了一个新的全局优化算法,对 EM 算法存在的问题进行了如下改进:1) 在规定粒子电量时,考虑了粒子最优值反复计算问题,引入了函数值下界,以增强算法的有效性,且防止了数据溢出的可能;2) 对单个粒子的合力计算方法进行了修正,重新定义了粒子合力公式,增加了粒子过滤公式,在不影响寻优效果的情况下,有效地减少了算法的计算量,提高了算法的效率。数值实验结果表明,改进后算法求解无约束全局优化问题时的性能得到了提高,具有更快的收敛速度和更高的解的精度。

参考文献:

- [1] HORST R, TUY H. Global optimization: deterministic approaches [M]. 3rd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1996.
- [2] BIRBIL S I, FANG S C. A multi-point stochastic search method for global optimization [C]// Proceedings of the 4th International Symposium on Operations Research and Its Applications. [S. l.]: World Publishing Corporation, 2002: 15-80.
- [3] BIRBIL S I, FANG S C. An electromagnetism-like mechanism for global optimization [J]. Journal of Global Optimization, 2003, 25 (3): 263-282.

对 7 个标准测试函数分别用两种算法 25 次测试后结果如表 2。表 2 表明了标准 EM 算法和 NEM 算法对 7 个测试函数的仿真结果。从表 2 可以看出,对 7 个测试函数,NEM 算法和 EM 算法均能在最大代数次数内找到问题的全局相等或近似最优解。

函数 Griewank、Levy、Rastrigin、Trid(20) 为一般测试函数,包含单峰的、容易的、中等难度的、困难的,Rastrigin 函数得到了与已知最优解相等的最优解,Griewank、Levy 函数均得到了近似最优解,Trid(20) 函数与已知最优解相差较大,4 个函数的最优解均优于标准 EM 算法。Shekel 函数得到了相等最优解,且不劣于标准 EM 算法。Perm(4,0.005)、Powersum(4) 函数均为高维的非常难的问题,Perm(4,0.005) 函数包含许多局部极小点,NEM 算法得到了优于标准 EM 算法且十分接近已知最优解的值,Powersum(4) 函数的全局极小点在一个平缓的谷底,NEM 略劣于标准 EM 算法。对于可行域较大的 Griewank 函数,该函数可行域为 $-600 \leq x_i \leq 600 (i=1,2)$, NEM 算法找到全局最优解所用的最短时间为 1.1 s。函数 Levy、Rastrigin、Shekel 均有多个局部最优解 NEM 算法在 25 次运行中均找到了其全局最优解。

- [4] 谈欣柏. 大学物理[M]. 天津: 天津大学出版社, 2000: 139-146.
- [5] HORST R, PARDALOS P M, THOAI N V. 全局优化引论[M]. 黄红选, 译. 北京: 清华大学出版社, 2003: 10-17.
- [6] JAVADIAN N, ALIKHANI M G, MOGHADDAM R T. A discrete binary version of the electromagnetism-like heuristic for solving traveling salesman problem [C]// Proceedings of the 4th international conference on Intelligent Computing: Advanced Intelligent Computing Theories and Applications. Berlin: Springer-Verlag, 2008: 123-130.
- [7] CHANG P C, CHEN S H, FAN C Y. A hybrid electromagnetism-like algorithm for single machine scheduling problem [J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(2): 1259-1267.
- [8] TURABIEH H, ABDULLAH S, MCCOLLUM B. Electromagnetism-like mechanism with force decay rate great deluge for the course timetabling problem [C]// Proceedings of the 4th International Conference on Rough Sets and Knowledge Technology. Berlin: Springer-Verlag, 2009: 497-504.
- [9] YURTKURAN A, EMEL E. A new hybrid electromagnetism-like algorithm for capacitated vehicle routing problems [J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(4): 3427-3433.
- [10] TÖM A, ALI M M, VIITANEN S. Stochastic global optimization: problem classes and solution techniques [J]. Journal of Global Optimization, 1999, 14 (4): 437-447.