

## 基于边的自适应实时三维跟踪

曾晓奇,董子龙,章国锋,华 炜

(浙江大学 计算机科学与技术学院, 杭州 310058)

(zldong@cad.zju.edu.cn)

**摘 要:**针对缺乏纹理特征的物体,提出了一种基于边的自适应实时三维跟踪方法。在已知物体三维模型的情况下,通过基于历史运动信息的物体边缘检测与跟踪,可以有效准确地求解出摄像机的外参。基于并扩展了现有的基于边的实时跟踪算法,其主要工作体现在以下三个方面:1)提出自适应阈值和基于历史信息估计当前帧的运动趋势的方法,从而提高边匹配算法在快速运动时的稳定性;2)提出一种基于随机抽样一致性(RANSAC)的边匹配策略,可以有效剔除误匹配的边,从而提高复杂模型的跟踪稳定性;3)利用抽取轮廓边的算法将边跟踪算法从CAD模型扩展到一般的面片模型。实验结果证明了该方法的鲁棒高效,能够满足增强现实、虚拟装配等应用需求。

**关键词:**边跟踪;实时三维跟踪;轮廓边;随机抽样一致性算法;自适应阈值

**中图分类号:** TP391.41 **文献标志码:** A

## Edge-based adaptive real-time 3D tracking

ZENG Xiao-qi, DONG Zi-long, ZHANG Guo-feng, HUA Wei

(College of Computer Science and Technology, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310058, China)

**Abstract:** In order to effectively handle the tracking of textureless objects, this paper proposed an edge-based adaptive real-time 3D tracking method. While the 3D model of the tracking object was present, the proposed method could robustly detect and track the object edges using historical motion information, and then accurately calculate the extrinsic camera parameters. Contributions of this paper were summarized as follows: 1) utilizing adaptive threshold and historical information for motion prediction, which can improve the robustness of tracking while movement is fast; 2) proposing a RANSAC-based edge matching strategy, which can effectively eliminate outliers to make the tracking of complex objects robust; 3) extending the type of model in edge-based tracking from CAD model to general mesh model by extracting the silhouette from the 3D model. The experimental results demonstrate the robustness and efficiency of this method, which can satisfy the demand of augmented reality and virtual assembly.

**Key words:** edge based tracking; real-time 3D tracking; silhouette; Random Sample Consensus (RANSAC) algorithm; adaptive threshold

## 0 引言

实时三维跟踪需要解决的问题是实时地计算出摄像机相对于它所在场景或者相对于场景中的某个固定物体的位置和方向。此技术对于机器人的导引有着至关重要的作用,比如在制造业中控制机器人手臂精确运动到不同零部件的某个位置,进行特定操作;同时该技术还可以应用到其他的领域,比如在增强现实中将虚拟信息与现实场景无缝地融合在一起。

基于模型的跟踪按照用来跟踪的特征信息主要分成基于特征点的跟踪<sup>[1-4]</sup>和基于边的跟踪<sup>[5-6]</sup>。在自然场景中特征点的检测和匹配都是比较稳定高效的,因此基于特征点的跟踪方法研究比较多。特征点相对于图像上的边来说,优势在于容易区分。特征点丰富的描述量使得相邻两帧之间的特征点匹配很容易进行,并且误匹配较少。另一方面,在图像上抽出来的边不易区分,易导致误匹配从而使得摄像机跟踪失败,但是边的特征比点的特征更稳定,原因在于边对于视角变化、一定范围的光照变化、自遮挡等情况存在不变性。基于以上

两点认识,有人把边信息和纹理信息综合起来进行跟踪,在更多情况下取得好效果,Rosten 和 Vacchetti 等人对此进行了研究和实验<sup>[7-8]</sup>。

在基于边的跟踪中,Drummond 等人<sup>[5]</sup>提出用李群空间的概念来求解摄像机外参,其中寻找采样点的匹配边是最关键的步骤之一,文献[5]根据最近边原则来确定匹配边。如果模型的边信息比较复杂,或者物体运动比较快速,那么寻找匹配边很容易受到干扰,跟踪过程可能失败。本文着重处理在缺少纹理信息的环境下,利用物体的历史运动信息进行稳定的基于边的三维跟踪。本文没有利用特征点的信息,因为在这种环境下的特征点信息不充分且不稳定。

为了解决最近边跟踪的缺陷,稳定地实现边匹配,本文提出了一种基于历史信息的局部自适应边跟踪算法,使得在快速运动的情况下能减少误匹配,从而正确求解出摄像机的位置和方向。

本文算法的流程如图1所示(图1虚线框为本文的主要工作),主要分成两个阶段。

收稿日期:2010-07-02;修回日期:2010-08-31。

基金项目:国家863计划项目(2009AA012107);国家自然科学基金资助项目(60903135)。

**作者简介:**曾晓奇(1984-),男,江西景德镇人,硕士研究生,主要研究方向:实时三维跟踪、增强现实;董子龙(1983-),男,浙江温州人,博士研究生,主要研究方向:实时三维跟踪、增强现实;章国锋(1981-),男,浙江温州人,助理研究员,主要研究方向:摄像机跟踪、三维重建、视频编辑;华炜(1972-),男,江苏南京人,副研究员,主要研究方向:虚拟现实、实时绘制。

1)在初始化阶段。用户交互地将物体模型和其在输入图像中的投影对齐,并通过优化投影误差求解初始帧图像的摄像机外参。摄像机的内参矩阵  $K$  是已知(可以通过定标工具求出<sup>[9]</sup>)。

2)自动跟踪阶段。每一帧的外参都可以根据前一帧的求解结果自动跟踪获取。在实时自动跟踪过程中,最重要的步骤是在图像上为物体模型上的每一个边采样点搜索匹配边,只要匹配结果正确就可以准确地优化摄像机参数。

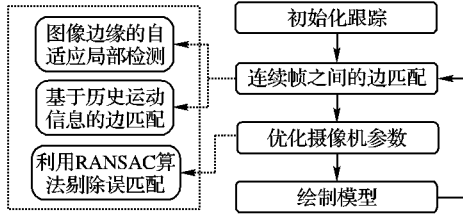


图1 系统流程

## 1 基于历史信息的局部自适应边跟踪

Drummond 等人<sup>[5]</sup>提出的三维跟踪方法的最大优点在于能快速求出前一帧到当前帧的摄像机外参变换矩阵  $M$  (用前一帧的外参右乘  $M$  即得当前帧的外参)。正确地计算出矩阵  $M$  的前提条件是准确地找到采样点到对应匹配边的距离。然而在采样点的法向上搜索最近的梯度不连续点作为匹配边容易产生错误,在复杂场景或快速运动的情况下会产生大量误匹配,增加求解结果的不确定性。为了获得稳定的边匹配,本文提出基于历史信息的局部自适应的边跟踪方法,首先是在局部自适应地检测边缘,即对于不同的采样点选取不同的阈值,这样可以保证边缘检测的稳定性;其次,利用物体的历史运动信息自适应地选择匹配边的搜索方向和位置。

由于边跟踪只要得到模型投影附近的图像边缘信息,因此我们不在整张图上过滤求边,而只在采样点所在边的法向上进行过滤操作。这样可以避免在整幅图像上检测边缘,减少计算量,而对不同的采样点自适应地检测边缘使结果更加稳定。

$$\begin{cases} G_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ +1 & +2 & +1 \end{bmatrix} \\ G_x = \begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 \\ +2 & 0 & -2 \\ +1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1)$$

本文利用 Sobel 算子<sup>[10]</sup>求取图像上每个像素的梯度值(式(1)是求图像上  $y$  方向和  $x$  方向偏导的两个算子)。首先,用 Sobel 算子计算法向上每一个像素的梯度,如果梯度模值大于某个自适应的阈值(见 1.1 节),就可能是边缘上的一个点。这样得到的边缘通常比较粗,需要用局部最大值进行瘦边操作。如果一个像素的梯度模值大于在它的梯度方向的两个相邻像素的梯度模值,且该像素的模值通过了该采样点的自适应边检测,则认为这个像素对于该采样点来说处在边上。

### 1.1 自适应的边检测

图像上的边检测对于边匹配有着至关重要的作用,其中最难的问题是如何设置一个合适的阈值来判断 Sobel 过滤得到的图片上某个像素是否为边像素。一般来说,静态场景中所有像素点用固定的一个或几个阈值就可以得到较好的结果。但当场景或者摄像机运动起来,图片会存在一定的运动模糊,在这些模糊区域通过 Sobel 算子求出来的梯度模值将

会很小。如果只通过固定的阈值判断边像素,阈值太小则在非模糊区域有很大的噪声影响,阈值太大则模糊区域的边将无法检测出来,如图 2(a)。

由于运动模糊的程度和采样点的速度相关,速度越快,模糊越严重。对于某一个采样点,假设当前帧为第  $n$  帧,且已经求出第  $n-1$  帧和第  $n-2$  帧投影矩阵分别记为  $P_{n-1}$  和  $P_{n-2}$ ,这两帧中采样点的投影坐标  $C_{n-1}$ ,  $C_{n-2}$  可由式(2)求得。以第  $n-2$  帧到第  $n-1$  帧采样点在法向  $\vec{n}$  上(第  $n-1$  帧该采样点所在边的法向)运动的绝对距离作为该采样点在  $\vec{n}$  上的速度。

$$C_{n-1} = P_{n-1} X_w, \quad C_{n-2} = P_{n-2} X_w \quad (2)$$

$$V = \min\{|\overrightarrow{C_{n-2}C_{n-1}} \cdot \vec{n}|, V_m - 1\} \quad (3)$$

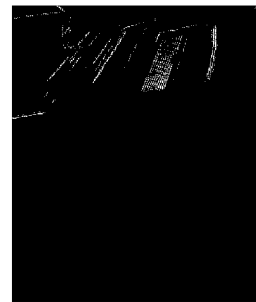
其中  $V_m$  是本文考虑的范围内的速度的上限,单位是像素,实验中一般设定为 25。

然后按照式(4)得到适应于该采样点的边的过滤阈值:

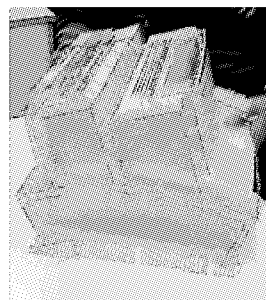
$$T = \begin{cases} T_s, & V < \lambda \\ (V_m - V)/(V_m - \lambda) \times T_d, & V \geq \lambda \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $0 < \lambda < V_m$ ,  $T_s$  为静态阈值,  $T_d$  为动态阈值的最大值。实验中一般设定  $T_s$  为 120,  $T_d$  为 60,  $\lambda$  为 3。需要说明的是  $V_m$ 、 $T_s$ 、 $T_d$ 、 $\lambda$  是与实际的数据相关的,所以根据不同的数据应该采用不一样的值。

图 2(a)为 Sobel 过滤得到的图片,梯度模值归一化到 0 到 255 作为亮度值;图 2(b)是按照自适应阈值找到所有可见采样点的匹配边的示例;而图 2(c)是按照固定阈值找采样点的匹配边的示例。很明显,自适应阈值比固定阈值的效果好很多。



(a) Sobel过滤后的边图(没用阈值提取边)



(b) 采用自适应阈值计算的边匹配



(c) 采用固定静态阈值得到的边匹配

图2 自适应阈值计算边匹配

### 1.2 基于历史运动信息的边跟踪

当根据最近边原则来搜索匹配边时,如果当前帧采样点附近存在很多干扰边,或者根本不存在正确的匹配边,那么很容易得到错误的边匹配,使得求解  $M$  失败。如果考虑物体的运动信息,在时序上保持匹配边的一致性,可以使边跟踪在复杂的模型和运动下更稳定。

为了利用时序信息增加边匹配的正确性,本文将极小时间段里的运动看成是匀加速直线运动,据此估计当前帧的采

样点在屏幕上的运动趋势,然后按此趋势搜索匹配边。

按照式(2)可得第  $n-1$  帧采样点实际的运动方向  $\vec{C}_{n-2}C_{n-1}$ ,由该向量和边法向可得第  $n-1$  帧采样点实际运动的法向  $\vec{N}_{n-1}$  和距离  $d_{n-1}$  ( $d_{n-1} > 0$ )。同理可得第  $n-2$  帧的实际运动法向  $\vec{N}_{n-2}$  和位移  $d_{n-2}$  (若  $\vec{N}_{n-1} \cdot \vec{N}_{n-2} < 0$  则令  $d_{n-2} = -d_{n-2}$ )。假设当前帧的位移为  $d_n$ ,按照匀加速的概念可得:

$$d_n = 2d_{n-1} - d_{n-2} \quad (5)$$

在当前帧所在边的两个法向上检测所有可能匹配边,其中在与  $\vec{N}_{n-1}$  点积大于 0 的法向上的匹配边到采样点的距离为正值,另一个法向上的距离为负值。在这些边中选择距离值与  $d_n$  最接近的那条边作为匹配边。

图 3 所示为最近边匹配和基于历史信息的边匹配的对比。图 3(b) 比图 3(a) 求得的匹配更准确。考虑到相对运动可能突然停止或者运动不规则,本文没有完全依赖历史运动信息计算匹配边得到  $M$ ,而是当按照历史信息计算出的  $M$  的正匹配采样点比按照最近边计算出来的  $M$  的正匹配采样点少时,仍然使用最近边匹配求出的  $M$ 。关于如何计算  $M$  的正匹配采样点,在 1.3 节中介绍。

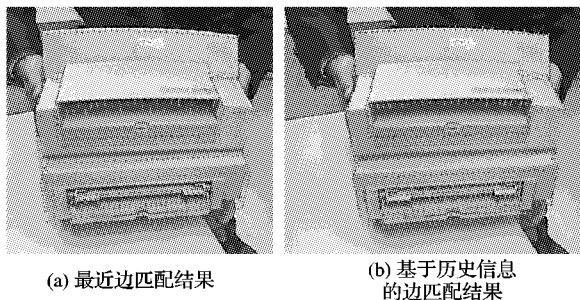


图 3 匹配结果对比

### 1.3 利用 RANSAC 算法剔除误匹配

为了让误匹配尽可能少地影响结果,本文采取 RANSAC 的方法剔除误匹配点。具体做法是计算出所有采样点的匹配边后,按照 RANSAC 算法从所有采样点中随机选出一些点按照文献[5]的方法计算  $M$ ,然后用  $M$  判断所有采样点中有多少个采样点符合  $M$ ,即满足这个  $M$  的正匹配采样点个数。进行若干次这样的随机选点计算  $M$  和计算相对于该  $M$  的正匹配点个数后,取相对于该  $M$  的正匹配点个数最多的那个  $M$  作为前一帧到当前帧的运动矩阵。而这里最关键的步骤就是如何判定一个采样点对于一个  $M$  来说是否为正匹配。

在计算矩阵  $M$  时会以采样点到它匹配边的距离和到匹配边的法向作为已知条件,所以如果某个采样点相对于求出来的  $M$  是正匹配点,那么  $M$  使这个采样点运动的方向应该会和它在图像上检测出来的到匹配边的法向同向,即点积大于零。 $M$  使这个采样点在法向上的运动距离和实际在法向上检测出来的到匹配边的距离应该一致,于是这就成为本文判断某个采样点是否为一个  $M$  的正匹配的依据。图 4 为  $M$  和采样点  $A$  的关系。 $A$  在图像上检测到的到匹配边的距离为  $d_1$ ,法向为  $\vec{n}$ ,而  $M$  会使得  $A$  运动到  $A'$ ,运动方向为  $\vec{AA'}$ 。本文的策略是: $A$  是  $M$  的正匹配点当且仅当  $\vec{AA'} \cdot \vec{n} \geq 0$  并且  $|\vec{AA'} \cdot \vec{n} - d_1| < T_1$ ,其中  $T_1$  是表示点  $A$  是否为正匹配点的阈值。

## 2 算法实现和实验结果

CAD 模型直接包含轮廓边的信息,然而一般的面片模型(如图 5(a)所示)包含很多面片,而这些面片的边大多数不会在图像上(如图 5(c)所示)检测出来。在图像上能检测到的

是被称为轮廓边的一些边,所以必须从面片模型上抽取这些轮廓边(如图 5(b)所示),然后在这些轮廓边之中的可见边上进行采样才能完成摄像机跟踪。

从面片模型上提取出的轮廓边<sup>[11]</sup>很多是跟视点相关的,而这些边在不同的摄像机外参下能否被提取出来取决于视线和该边所在面的法向的夹角的判定条件。由于视点相关的边时隐时现,不利于边的匹配和求解结果的稳定,本文的轮廓边提取只利用那些跟视点无关的边,即:1)当某条边只被一个面所有,那么该边为轮廓边;2)当某条边的两个邻接面的夹角在一定范围内,那么这条边为轮廓边。

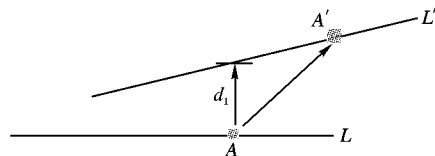


图 4 采样点  $A$  到匹配边距离  $d_1$ ,而转换矩阵  $M$  会使得  $A$  运动到  $A'$

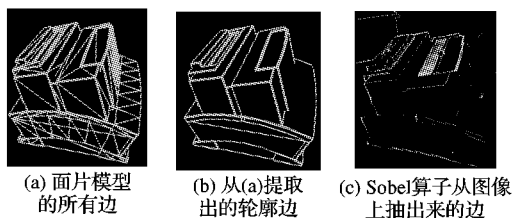


图 5 轮廓边信息

本文所有的实验使用的是罗技(Logitech) C905 摄像头,运行帧率 20 ~ 30 fps,计算机配置为 Intel Core Quad CPU Q8200 @ 2.33 GHz, 2 GB 内存,系统在单核上运行。本文测试了两个序列:跟踪四方盒子和虚拟装机。各个模块的运行时间如表 1 所示,最大的时间花销在 RANSAC 计算  $M$  上,这是由于边跟踪的复杂性,难免有许多误匹配。

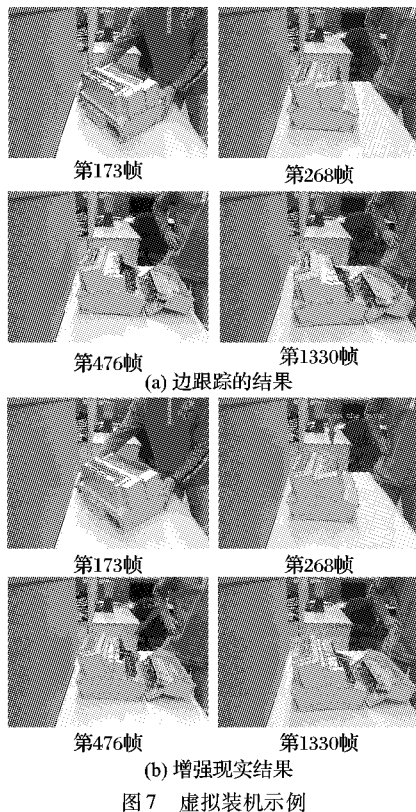
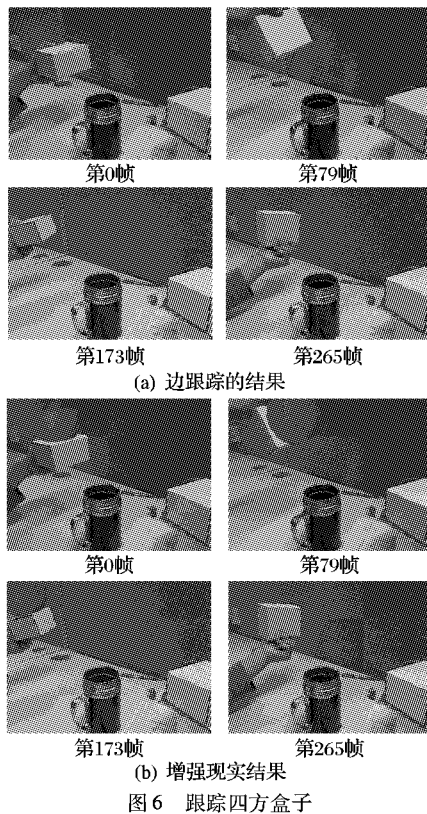
表 1 各个跟踪模块的运行时间 ms

跟踪模块	四方盒子	虚拟装机
OpenGL 边消隐计算可见边	大约 4	大约 4
寻找所有采样点的匹配边	大约 6	大约 10
RANSAC 算法计算 $M$	大约 20	大约 33
总计	大约 30	大约 47

四方盒子的跟踪结果见图 6,虽然盒子上几乎没有什么特征,但是根据边缘信息,可以稳定地跟踪盒子。图 6(b)在盒子上附加虚拟的茶壶模型,验证了求解结果的精度;而且利用盒子的三维模型,还可以正确地处理遮挡(见图 6(b)第 265 帧)。图 7 显示一个简单虚拟装配示例——更换打印机的墨盒:打开盖子、更换墨盒和关闭盖子。

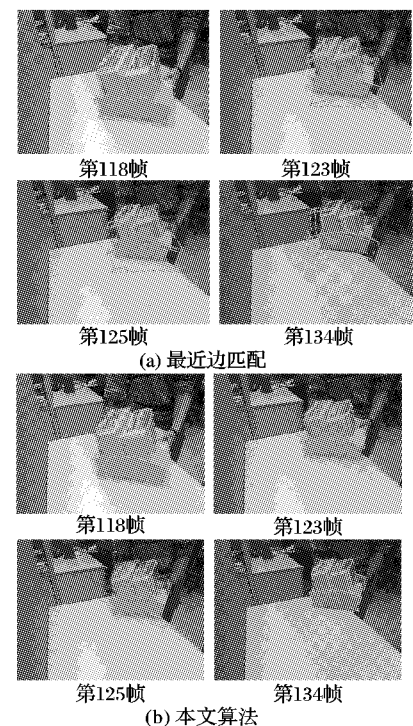
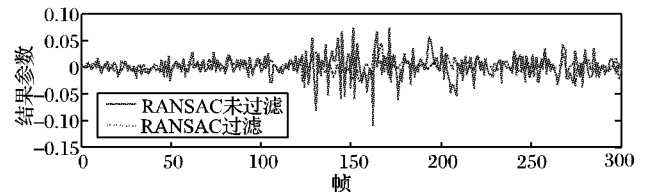
对于 RANSAC 的作用,本文在图 8 中用一组实验数据进行说明。图 8(a)是没有 RANSAC 过滤误匹配的跟踪结果,可以看出,随着误匹配带来的误差不断累积,跟踪结果越来越偏离真实物体;而(b)加上 RANSAC 过滤误匹配后得到的结果和真实物体一直保持一致,没有出现什么偏差。图 9 画出了 RANSAC 过滤前后的结果数据对比,其中实线为未经过 RANSAC 过滤得到的结果参数之一(每一帧要求的是 6 个参数<sup>[5]</sup>)随着帧数变动而变动的图,其方差为  $5.3313E-004$ 。而点虚线为经过 RANSAC 过滤后得到的该参数的变动图,其方差为  $9.8414E-005$ ,明显小于前者,也就是说 RANSAC 使得求解得到的参数在前后帧之间更加平滑。另外五个参数的对比情况类似,由于篇幅有限未在此画出。这组实验数据充

分说明 RANSAC 算法使得求解的摄像机参数更加稳定。



最后,本文对经典算法(最近边匹配)和本文所提出的算法在快速运动情况下的跟踪结果进行了对比。在图 10 的这组实验数据中可以清楚看出经典算法在物体运动过快时难以正确跟踪物体。图 10(a)结果显示经典算法在跟踪的过程中由于难以正确检测出快速运动情况下图像上的边,加上快速运动时的边匹配错误,从而导致跟踪失败。图 10(b)的结果显示本文所提出的自适应阈值和基于历史运动信息的跟踪能

正确处理快速运动的情况。另外把两组实验的数据进行了对比,如图 11 所示。



可以看出,在快速运动的情况下,经典算法无法准确检测和找对匹配边,导致求出来的结果参数在第 118 帧到第 140

帧之间出现剧烈震荡。而本文所提算法的结果却相对平稳得多。最近边匹配的数据的方差为  $4.3505E-004$ , 自适应边匹配得到的数据的方差为  $9.0207E-005$ 。由此可见不管是从图 10 的实验结果还是从图 11 的数据变化上看, 本文提出的方法都比经典算法更加鲁棒。

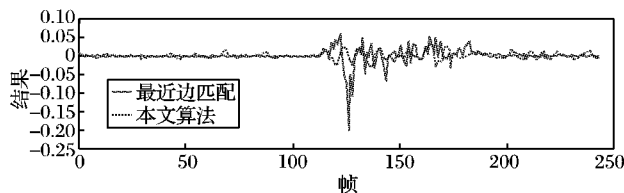


图 11 最近边匹配与本文算法实验对比

### 3 结语

三维跟踪是机器人视觉、增强现实的应用的重点技术, 本文继承并改进了针对缺少纹理的物体的三维跟踪方法, 之前的工作者一般忽视时序运动信息的重要性, 本文则利用物体的历史运动信息设定自适应的边缘检测阈值, 并估计物体的运动趋势, 从而得到更加鲁棒的边跟踪结果。在此基础上, 我们利用 RANSAC 来剔除错误的边匹配, 使求解的摄像机参数更加稳定。在增强现实和虚拟装配的例子中, 验证了该方法的稳定性和鲁棒性。然而, 从跟踪结果可以看出摄像机的参数还存在一定程度的误差, 有时候还有明显的抖动, 因此, 考虑将来在时序上引入一些平滑性约束来消除这些抖动。同时, 也希望能把基于边的三维跟踪和基于特征点的三维跟踪结合在一起, 得到更稳定的跟踪结果。

#### 参考文献:

- [1] TOMASI C, KANADE T. Shape and motion from image streams under orthography: A factorization method[J]. *International Journal of Computer Vision*, 1993, 9(2): 137–154.
- [2] FITZGIBBON A W, ZISSERMAN A. Automatic camera recovery for closed or open image sequences [C]// *Proceedings of European*

*Conference on Computer Vision*. Freiburg, Germany: Springer-Verlag, 1998: 311–326.

- [3] POLLEFEYS M, KOCH R, VAN GOOL L. Self calibration and metric reconstruction in spite of varying and unknown camera parameters [C]// *International Conference on Computer Vision*. Washington, DC: IEEE Computer Society, 1998: 90–96.
- [4] VACCHETTI L, LEPETIT V, FUA P. Fusing online and offline information for stable 3d tracking in real-time [C]// *Proceedings of Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2003: 241–248.
- [5] DRUMMOND T, CIPOLLA R. Real-time visual tracking of complex structures [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, 24(7): 932–946.
- [6] KLEIN G, MURRAY D. Full-3D edge tracking with a particle filter [C]// *Proceedings of British Machine Vision Conference*. Berlin: Springer-Verlag, 2006: 1119–1128.
- [7] ROSTEN E, DRUMMOND T. Fusing points and lines for high performance tracking [C]// *Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision*. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2005: 1508–1515.
- [8] VACCHETTI L, LEPETIT V, FUA P. Combining edge and texture information for real-time accurate 3D camera tracking [C]// *Proceedings of the 3rd IEEE and ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality*. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2004: 48–57.
- [9] BOUGUET J Y. Camera calibration toolbox for matlab [EB/OL]. [2010–03–25]. [http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/)
- [10] Sobel operator [EB/OL]. [2010–06–30]. [http://en.wikipedia.org/wiki/Sobel\\_operator](http://en.wikipedia.org/wiki/Sobel_operator).
- [11] ISENBERG T, FREUDENBERG B, HALPER N, *et al.* A developer's guide to silhouette algorithms for polygonal models [J]. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 2003, 23(4): 28–37.

(上接第 19 页)

例阈值选取的不同, 边界点的选取能体现出更多的层次性。但是由于选取高曲面变分点计算斥力场在本质上是一种不均匀的简化, 导致斥力场的准确性降低, 使得算法 2 在选取较少的高曲面变分点计算斥力场时生成的骨架出现许多不连通的骨架段, 在结果上和算法 1 相比不太理想, 仍需要改进。但是, 作为另一种新的简化边界点计算斥力场的方法, 算法 2 对以后的算法研究仍具有一定的启发意义。

#### 参考文献:

- [1] CORNEA N D, SILVER D, MIN P. Curve-skeleton properties, applications and algorithms [J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2007, 13(3): 530–548.
- [2] CHUANG J H, TSAI C, KO M C. Skeletonization of three-dimensional object using generalized potential field [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1241–1251.
- [3] CORNEA N D, SILVER D, YUAN X R. Computing hierarchical curve-skeletons of 3D objects [J]. *The Visual Computer*, 2005, 21(11): 945–955.
- [4] HAMEIRI E, SHIMSHONI I. Estimating the principal curvatures

and the Darboux frame from read 3D range data [C]// *Proceedings of 1st International Symposium on 3D Data Processing Visualization and Transmission*. New York: IEEE, 2002: 258–267.

- [5] WU FU-CHE, MA WAN-CHUN, LIANG R H, *et al.* Domain connected graph: the skeleton of a closed 3D shape for animation [J]. *The Visual Computer*, 2006, 22(2): 117.
- [6] TAGLIASACCHI A, ZHANG HAO, COHEN-OR D. Curve skeleton extraction from incomplete point cloud [J]. *ACM Transactions on Graph*, 2009, 28(3): 71.
- [7] PAULY M, GROSS M, KOBELT L. Efficient simplification of point-sampled geometry [C]// *Proceedings of the Conference on Visualization*. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2002: 163–170.
- [8] PAULY M, KEISER R, GROSS M. Multi-scale feature extraction on point-sampled surfaces [EB/OL]. [2010–02–20] <http://kucg.korea.ac.kr/Seminar/2003/src/PA-03-30.files/frame.htm>.
- [9] FANG S F, CHEN HONGSHENG. Hardware accelerated voxelization [J]. *Computers and Graphics*, 2000, 24(3): 433–442.
- [10] LEYMARIE F. 3D shape representation via the shock scaffold [D]. Providence, USA: Brown University, 2003.