文章编号:1001 - 9081(2011)01 - 0222 - 03
doi:10.3724/SP.J.1087.2011.00222

混合光交换网络中不确定业务下的优化路由方案

张景芳,王　晟,徐世中
(电子科技大学 宽带光纤传输与通信网技术教育部重点实验室, 成都 610054)
(jfzhang2009@gmail.com)

摘　要:在结合了 OCS 和 OBS 优点的混合光交换网络背景下,提出了一种业务矩阵不确定的情况下的优化路由方案。在给定的波长数目下,该方案首先给 OBS 预留若干个波长;然后构建 OCS 虚拓扑;最后利用预留的波长,采用优化方法得到 OBS 路由。以最小化丢包率作为优化网络性能指标。仿真结果表明,在给定波长数目的情况下,与最短路由相比,采用优化路由能有效地减少整个网络的丢包率;同时,为了描述业务矩阵的不确定性,引入了不确定因子。随着不确定因子的减小,优化路由下整个网络的丢包率就越小。

关键词:混合光交换网络;丢包率;OBS 优化路由; 不确定业务需求
中图分类号: TP393　　**文献标志码**:A

Optimal routing for hybrid optical switching networks under traffic demand uncertainties

ZHANG Jing-fang, WANG Sheng, XU Shi-zhong
(*Key Laboratory of Broadband Optical Fiber Transmission and Communication Networks of Ministry of Education, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu Sichuan* 610054, *China*)

Abstract: Based on the Hybrid Optical Switching (HOS) networks, combining the advantages of Optical Circuit Switching (OCS) and Optical Burst Switching (OBS), a new method was proposed to address the problem of designing optimization routing for HOS networks under traffic demand uncertainties. Given the number of wavelength, this paper first reserved several wavelengths for OBS; and then constructed an OCS virtual topology; finally, the reserved wavelengths and optimization method were adopted to achieve OBS routing. In this paper, the network performance optimization metrics is minimizing packet loss probability. The simulation results show that, in the case of the given number of wavelength, this optimal routing method can more effectively reduce packet loss probability of the whole network than the shortest path routing; at the same time, in order to describe the uncertainty of traffic, the authors introduced the uncertainty factor. With the uncertainty factor decreasing, the optimal routing method has less packet loss probability.

Key words: hybrid optical switching network; packet loss probability; optimized OBS routing; traffic demand uncertainties

0　引言

近年来,研究者们为了结合各种基础光交换技术的优点,避免它们的缺陷,提出了混合光交换[1]的概念,即在一个光网络中使用两种或两种以上的基础光交换技术。文献[2 - 3]所提出的是 OCS(Optical Circuit Switching)和 OBS(Optical Burst Switching)的混合。但这种混合只是简单的叠加,从本质上说还是两个独立的交换系统,因此不能有效支持突发性强的业务,未能充分发挥混合光交换的优势。

针对上述混合光交换存在的缺陷,文献[4]提出了一种新型的混合光交换组网方案 HyLABS(Hybrid Lightpath And Burst Switching),该方案结合了 OCS 和 OBS 两种交换技术。这种组网方案有正常模式和溢出模式两种工作模式。正常模式:已经建立起光路的节点对之间的业务在未过载时采用 OCS 进行交换。溢出模式:对于已经建立起光路的情况,当业务的突发变化导致 OCS 光路临时过载时,将过载的溢出业务组装成突发包进行 OBS 交换;若节点对之间未建立起光路,它们的业务也会组装成突发包用 OBS 进行交换。通过正常模式和溢出模式的结合,HyLABS 可以有效地支持突发性强的业务。

文献[4]中测试了 HyLABS 网络的性能,突出了 HyLABS 在丢包率方面的良好表现,但是 HyLABS 网络的资源配置方案极为简单:在给定的业务量矩阵下,先采用 HLDA (Heuristic Logical Design Algorithm)[5] 建立 HyLABS 网络的 OCS 虚拓扑,然后根据最短路算法建立 OBS 拓扑。这种配置方案有两个缺陷:1)最短路由方案容易导致链路负载不均衡,导致数据包阻塞率增大;3)资源配置方式是在给定的业务量矩阵下,没有考虑到业务量的动态变化,当业务量发生突发变化时,溢出业务的增加必然导致 OBS 交换时突发包丢失率严重,导致网络整体丢包率偏高,延时增大。

因此,本文提出了一套在需求矩阵不确定的情况下配置优化路由的方法。本文中,我们将研究在服从一定概率分布的不确定业务矩阵背景下,以最小化网络丢包率为优化目标的 HyLABS 优化路由设计方案。

收稿日期:2010 - 07 - 14;**修回日期**:2010 - 09 - 07。
基金项目:国家 863 计划项目(2007AA01Z242);国家 973 计划项目(2007CB307104)。
作者简介:张景芳(1985 -),男,福建莆田人,硕士,主要研究方向:光网络优化;　王晟(1972 -),男,四川成都人,教授,博士,主要研究方向:宽带网络;　徐世中(1972 -),男,四川成都人,副教授,博士,主要研究方向:宽带网络。

1　不确定业务矩阵模型

在波分复用(Wavelength Division Multiplexing, WDM)光网络的鲁棒设计方法中,很重要的一个环节就是确定业务模型。在传统的设计方法中业务矩阵都是确定的,并提前给出。但是由于高速增长和变化的业务,很难准确估计业务矩阵。文献[6]中指出,在实际网络中,光网络作为骨干网,骨干网中节点对的业务量是一个呈高斯分布的随机变量,即相应的业务量矩阵中的元素为呈高斯分布的随机变量 X_{ij},假设已知均值 μ_{ij},标准差 σ_{ij}。实际情况中业务量矩阵中的随机变量不可能为负值。因此,需要对其概率密度函数 $f(x_{ij})$ 做如下调整:

$$f(x_{ij}) = \begin{cases} \dfrac{1}{\varphi(\mu_{ij})}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{ij}}\exp\left[-\dfrac{(x_{ij}-\mu_{ij})^2}{2\sigma_{ij}^2}\right], & x \geqslant 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \tag{1}$$

其中:

$$\varphi(\mu_{ij}) = \int_{-\infty}^{\mu_{ij}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{x_{ij}^2}{2}\right]\mathrm{d}x \tag{2}$$

为调整值,以确保对于概率密度函数 $f(x_{ij})$ 有:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x_{ij})\,\mathrm{d}x = 1 \tag{3}$$

2　优化路由模型

本文业务矩阵是不确定且服从高斯分布的随机变量矩阵。因此,有必要将随机变量转变为具体的数据。在转换过程中,考虑到随机变量的特性,即有均值 μ_{ij} 和标准差 σ_{ij},我们用不确定因子 η_{ij} 来描述两者的关系:

$$\varphi\left[\frac{x_{ij}-\mu_{ij}}{\sigma_{ij}}\right] = \eta_{ij} \tag{4}$$

给定不确定因子 η_{ij},根据式(4)可以计算出每个节点对的业务量 x_{ij},即可得到业务量需求矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}(x_{ij})_{N\times N}$。本文所提出的路由优化方案是:首先预留给 OBS 若干个波长,采用 HLDA[5] 建立 HyLABS 网络的 OCS 虚拓扑,然后利用预留的波长,采用以下的优化方案对 OBS 路由进行配置。

定义 OBS 网络拓扑图为 $G = (V, E)$,其中 $V = \{v_1, v_2, \cdots, v_N\}$ 为节点集合,$N = |V|$;$E = \{l_1, l_2, \cdots, l_M\}$ 为单向光纤链路集合 $M = |E|$;如果节点 v_i 的一个出端口和节点 v_j 的一个入端口通过链路 l_k 连接,则 v_i 和 v_j 分别表示链路 l_k 的头节点和尾节点,因此,$head(i) = \{l_k \mid v_i$ 为 l_k 的头节点$\}$ 表示指向节点 v_i 的链路集合;$tail(i) = \{l_k \mid v_i$ 为 l_k 的尾节点$\}$ 表示由 v_i 节点出发,指向其他节点的链路集合。

通过文献[7]所提出的溢出业务估计方法,结合业务量矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}(x_{ij})_{N\times N}$,可以估计出溢出矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}(\lambda_{ij})_{N\times N}$,$\lambda_{ij}$ 表示从源节点 v_i 到目的节点 v_j 的溢出业务量,已知从源节点 v_i 到目的节点 v_j 的数据包持续时间 μ_{ij},可用 $\rho_{ij} = \lambda_{ij} \times \mu_{ij}$ 表示源节点 v_i 到目的节点 v_j 的归一化溢出负载。$B^{(k)}$ 表示一个突发包在链路 k 上的丢包率,$x_{ij}^{(k)}$ 表示从源节点 v_i 到目的节点 v_j 的溢出业务是否通过链路 l_k,所以 $x_{ij}^{(k)}$ 取 0(没通过 l_k)或 1(通过 l_k)。因为 OCS 中不会发生丢包,所以全网突发包的丢包率即为 OBS 中的丢包率,表示为:

$$B_N = \frac{\sum_{k\in E}\left(B^{(k)} \times \sum_{i\neq j}\rho_{ij}x_{ij}^{(k)}\right)}{\sum_{i\neq j}\rho_{ij}} = \frac{\sum_{k\in E}B^{(k)} \times \rho^{(k)}}{\sum_{i\neq j}\rho_{ij}} \tag{5}$$

其中,$\rho^{(k)}$ 表示经过链路 l_k 的归一化溢出负载之和。因为要得到溢出业务流的统计特性十分困难,所以假设突发包的到达过程服从泊松分布,W 为链路 l_k 上预留的波长数目,由 Erlang-B 公式得:

$$B^{(k)} = Erl(\rho^{(k)}, W) = \frac{(\rho^{(k)})^W/W!}{\sum_{i=0}^{W}(\rho^{(k)})^i/i!} \tag{6}$$

因此,优化目标函数为:

$$\min B_N = \frac{\sum_{k\in E}B^{(k)} \times \rho^{(k)}}{\sum_{i\neq j}\rho_{ij}} \tag{7}$$

约束条件:

$$\sum_{l_k\in tail(v)} x_{ij}^{(k)} - \sum_{l_k\in head(v)} x_{ij}^{(k)} = \begin{cases} 1, & v = i \\ -1, & v = j \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

$$\forall i, j, v, i \neq j \tag{8}$$

$$\sum_{l_k\in tail(v)} x_{ij}^{(k)} \leqslant 1;\ \forall i, j, v, i \neq j \tag{9}$$

$$\sum_{l_k\in head(v)} x_{ij}^{(k)} \leqslant 1;\ \forall i, j, v, i \neq j \tag{10}$$

$$\rho^{(k)} = \sum_{ij}\rho_{ij} \times x_{ij}^{(k)};\ \forall i, j, v, i \neq j \tag{11}$$

$$x_{ij}^{(k)} = 0, 1;\ \forall i, j, v, i \neq j \tag{12}$$

其中式(7)为目标函数,优化目标为网络的整体丢包率;式(8)~(10)为节点流量守恒的约束条件。

3　优化路由求解

因为目标函数的分母 $\sum_{i\neq j}\rho_{ij}$ 是常数,而分子 $B^{(k)} \times \rho^{(k)}$ 却不是变量 $\rho^{(k)}$ 的线性函数,所以目标函数不是 $\rho^{(k)}$ 的线性函数。因此,本文利用分段线性近似方法[8-10]近似目标函数(7)。定义费用函数 $c(\rho, W)$ 如下:

$$c(\rho, W) = B \times \rho = Erl(\rho, W) \times \rho \tag{13}$$

其中,B 表示链路负载为 ρ 时的丢包率,显然,当 $\rho = \rho^{(k)}$ 时,$B = B^{(k)}$。假如按 ρ 把费用函数分为 K 段,即 $\rho \in [\rho_0 = 0, \rho_1)$,$[\rho_1, \rho_2), \cdots, [\rho_{K-1}, \rho_K]$,则费用函数近似为:

$$\hat{c}(\rho, W) = \frac{c(\rho_m, W) - c(\rho_{m-1}, W)}{\rho_m - \rho_{m-1}}(\rho - \rho_{m-1}) + c(\rho_{m-1}, W);\ \rho_{m-1} \leqslant \rho \leqslant \rho_m, m = 1, 2, \cdots, K \tag{14}$$

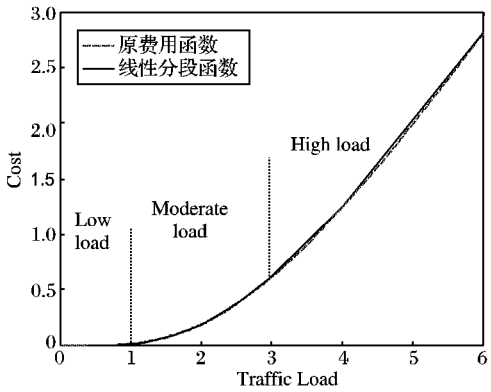


图 1　$W = 4$ 时线性近似费用函数

图 1 为 $W = 4$ 时费用函数曲线,本文将负载分为三种负载:$\rho \leqslant 1$ 为轻负载;$1 < \rho \leqslant 3$ 为中负载;$3 < \rho \leqslant 6$ 为重负载。可以看出,在轻负载情况和重负载的情况下,费用函数值趋于直线,现在选择 $K = 7$,ρ 分为 $[0,1)$,$[1,1.5)$,$[1.5,2)$,$[2,2.5)$,$[2.5,3)$,$[3,4)$,$[4,6]$,如图 1 所示,当 $K = 7$ 时,分段函数已经非常接近费用函数。

给定参数 η_{ij}，采用 CPLEX 软件[11]对该模型进行求解。因为 $x_{sd}^{(k)}=0$ 或1，所以该模型求解得到的任意源目节点对之间的 OBS 路径只有唯一一条。

4 仿真结果及其分析

仿真拓扑使用 NSFNET，如图2 所示，这个拓扑包括 14 节点，21 链路。每个核心节点对应一个边缘节点，每条链路上都包括一对双向光纤，每根光纤内有若干个波长信道，单波长信道传输速率 10 Gbps，其中用一个波长信道作为控制信道，其余波长信道作为数据信道。假定核心节点全部具有波长变换能力，突发包调度采用 LAUC-VF 算法。

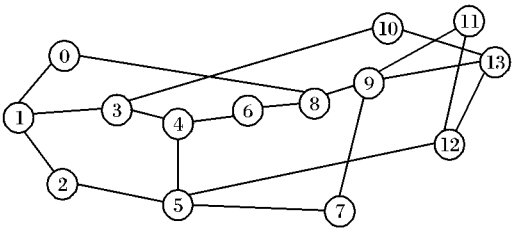


图2 NSFNET 拓扑

边缘节点 IP 业务流服从 Poisson 分布，IP 包的长度固定为 8 Kb，突发包汇聚长度服从均值为 800 Kb（相当于 100 个 IP 包）的指数分布，突发包单位偏移时间为 20 ms，另外还假设物理链路上每条光纤的长度相等，因此平均传播时延也相等。由于 IP 包的长度固定，因此边缘节点光缓存队列和汇聚队列均可用 IP 包的数量来衡量，假定每个光缓存队列最多可缓存 100 个 IP 包。

假设网络任意节点对之间都存在业务，则网络中共存在 182 个源目的节点对，节点对之间的业务量以 10 Gbps 为单位，首先产生均值矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}(\mu_{ij})_{N\times N}$ 和标准差矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}(\sigma_{ij})_{N\times N}$：$\mu_{ij}$ 为(0.5,0.9) 上的随机值，σ_{ij} 为(0,0.1)上的随机值。然后生成 10 个网络业务量矩阵：182 个源目的节点对业务量。对于这每个业务矩阵，其中的每个业务元素服从均值为 μ_{ij}，标准差为 σ_{ij} 正态分布的随机值。

η_{ij} 统一取 p 值，当 p 取不同值时，将得到不同的优化路由。对于每套路由，用 OPNET 仿真后，可得到 10 个业务矩阵的丢包率，并与最短路径算法得到的丢包率进行比较。图3 表示 p 取不同值时不同的业务矩阵丢包率的情况。从图中可以明显看出，采用优化路由方案的丢包率明显低于采用最短路由时的丢包率。

对于某个矩阵 $\boldsymbol{T}$，用 $b_{\mathrm{OR}}^{(T)}$ 表示优化路由的丢包率，$b_{\mathrm{SP}}^{(T)}$ 表示最短路算法的丢包率，则优化路由（Optimized Routing，OR）相对于最短路算法的增益表示为：

$$\frac{b_{\mathrm{SP}}^{(T)}-b_{\mathrm{SP}}^{(T)}}{b_{\mathrm{SP}}^{(T)}}\times 100\%$$

对于 m 个不同的业务矩阵，平均增益为：

$$\frac{\sum_{T} b_{\mathrm{SP}}^{(T)}-\sum_{T} b_{\mathrm{SP}}^{(T)}}{\sum_{T} b_{\mathrm{SP}}^{(T)}}\times 100\%$$

表1 表示 p 取不同值时各个业务矩阵下 OBS 网络中采用优化路由方案相对于采用最短路路由方案的增益。

表1 OR 方案相对于采用最短路路由方案的增益表 %

OR	矩阵序号										Average
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
OR (p = 0.9)	38.07	44.67	40.36	33.38	38.37	39.09	34.12	40.00	38.63	40.36	38.71
OR (p = 0.7)	46.40	48.50	50.90	42.69	46.75	49.41	44.41	49.51	46.38	47.06	47.20
OR (p = 0.5)	47.14	49.82	51.64	42.93	46.75	50.42	44.64	49.76	46.38	47.29	47.68
OR (p = 0.3)	54.42	59.77	57.85	49.74	53.16	54.62	49.92	54.77	54.25	51.64	54.01
OR (p = 0.1)	53.87	59.77	58.12	48.98	53.63	55.44	49.17	55.56	55.05	52.39	54.20
OR (p = 0.01)	54.42	60.38	56.78	50.26	53.86	54.09	49.67	55.82	55.59	53.91	54.48

随着 p 的减小，10 个不同矩阵的增益均值不断提高。因为和 p 值保持一致，不确定因子 η_{ij} 也随着 p 值的减小而减小。同时，在确定 x_{ij} 时，根据式(4)，均值或方差的比重就增加。即在优化路由时，考虑负载均衡的比重增加，从而有效减少网络丢包率。因此，不确定因子 η_{ij} 越小，相对于不考虑负载均衡的最短路由方案的增益就越好。

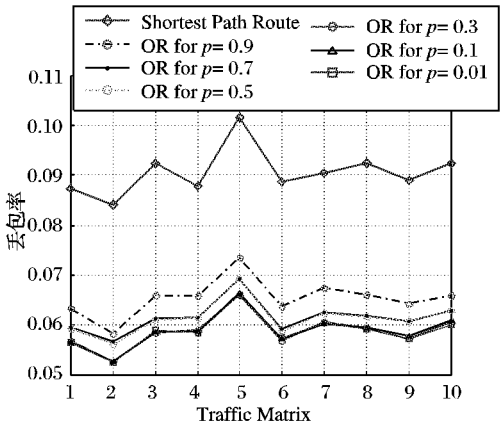


图3 p 取不同值时各个业务矩阵的丢包率

仿真结果表明，优化路由方案在高斯分布的业务模型下，具有良好的性能，能减少网络的阻塞，相对于最短路算法，当业务量不确定因子越小时，优化路由方案的增益越好。

5 结语

本文介绍了一种用于混合光交换组网方案 HyLABS 的不确定业务下的优化路由方案，该方案优化了 HyLABS 网络的 OBS 路由。与采用最短路由方案相比较，采用优化路由方案能有效降低 HyLABS 网络的整体丢包率。在计算溢出业务量时，虽然做了溢出业务量的到达过程为 Poisson 过程的假设，但是由于优化路由模型包含了负载均衡的思想，因此，即使溢出业务不是 Poisson 过程，得到的路由方案也能有效地改善网络的整体丢包率。本文的后续工作将进一步改进影响 HyLABS 网络丢包率的其他关键技术，例如 HyLABS 网络的溢出判决机制、突发汇聚算法、资源预留等，使 HyLABS 网络丢包率进一步降低，以尽可能减低整个网络的丢包率以满足给定的性能指标要求。

参考文献：

[1] GAUGER C M, KUHN P J, BREUSEGEM E V, *et al.* Hybrid optical network architectures: bringing packets and circuits together[J]. IEEE Communications Magazine, 2006, 44(8): 36 – 42.

（下转第 265 页）

5　实验结果与分析

图 3 展示了从一组长度为 80 s,其间共有 4 艘船舶经过的视频帧序列中提取背景的效果。从提取到的背景图片可以看出,算法较好地就就解决了慢速移动对象对背景提取的影响。而且相对于光流法,本文的算法具有很高的时间效率。

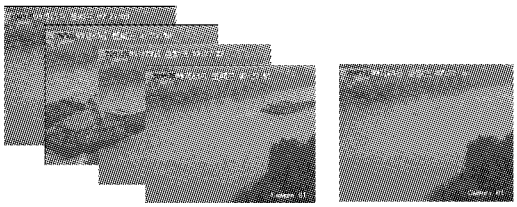
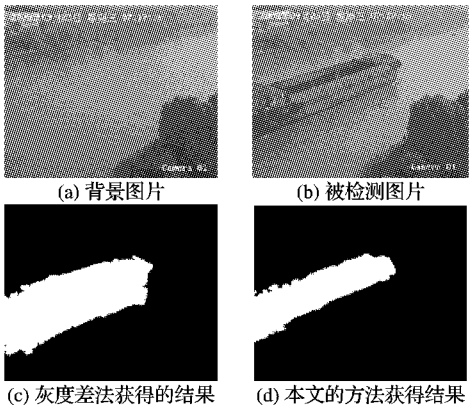


图 3　从复杂河道环境中提取背景

图 4 展示了在相同背景图像和被检测图像的情况下,分别使用灰度差法和本文方法进行对象检测的实验对比结果。可以看出本文的算法较好地解决了船舶在水面的阴影对船舶对象检测的影响。



(a) 背景图片　(b) 被检测图片

(c) 灰度差法获得的结果　(d) 本文的方法获得结果

图 4　与灰度差法对船舶阴影的处理效果对比

6　结语

本文提出了一种针对内河航道监控视频的对象分割方法。应用本文的算法,对不同河段、白天的不同时间的监控视频进行了测试,发现对于绝大多数的视频,背景重构与更新都可以取得比较好的效果。相对于帧差法,本算法分割得到的船舶对象比较完整;相对于光流法,本文的算法有较高的时间效率。但是对于有船队经过的视频段,背景重构仍然不能取得好的效果;对于晚上光线暗淡情况下获取的视频,算法也不能很好地工作。

参考文献:

[1]　HORN B K, SCHUN B G. Determining optical flow [J]. Artificial Intelligence, 1981, 17(1/3): 185 – 203.

[2]　SMITH S M, BRADY J M. ASSET-2: Real-time motion segmentation and shape tracking [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1995, 17(8): 814 – 820.

[3]　NERI A, COLONNESE S, RUSSO G, *et al.* Automatic moving object and background separation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 66(2): 219 – 232.

[4]　MEIER T, NGAN K N. Automatic segmentation of moving objects for video object plane generation [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 1998, 8(5): 525 – 538.

[5]　NIETHAMMER M, TANNENBAUM A, ANGENENT S. Dynamic active contours for visual tracking[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(4): 562 – 579.

[6]　SHI YONGGANG, KARL W C. A real-time algorithm for the approximation of level-set-based curve evolution [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(5): 645 – 656.

[7]　RIDDER C, MUNKEL O, KIRCHNER H. Adaptive background estimation and foreground detection using Kalman-filtering[C]// Proceedings of the International Conference on Recent Advances in Mechatronics. Berlin: Springer-Verlag, 1995: 193 – 199.

[8]　WREN C R, AZARBAYEJANI A, DARRELL T, *et al.* Pfinder: Real-time tracking of the human body[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(7): 780 – 785.

[9]　TOYAMA K, KRUMM J, BRUMITT B, *et al.* Wallflower: Principles and practice of background maintenance[C]// Proceedings of the 8th IEEE International Conference on Computer Vision. New York: IEEE, 1999: 255 – 261.

[10]　HARITAOGLU I, HARWOOD D, DAVIS L. W4: Real-time surveillance of people and their activities[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(8): 809 – 830.

[11]　GUTCHESS D, TRAJKONIC M, COHEN-SOLAL E, *et al.* A background model initialization algorithm for video surveillance [C]// Proceedings of the 8th IEEE International Conference on Computer Vision. New York: IEEE, 2001: 733 – 740.

[12]　MAGEE D. Tracking multiple vehicle using foreground, background and motion models [J]. Image and Vision Computing, 2004, 22(2): 143 – 155.

[13]　侯志强, 韩崇昭. 基于像素灰度归类的背景重构算法[J]. 软件学报, 2005, 16(9): 1568 – 1576.

[14]　郑锦, 李波. 面向室外视频监控的背景重构算法[J]. 电子学报, 2009, 37(8): 1854 – 1859.

[15]　YILMAZ A, LI X, SHAH M. Contour-based object tracking with occlusion handling in video acquired using mobile cameras[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(11): 1531 – 1536.

(上接第 224 页)

[2]　XIN CHUNSHENG, QIAO CHUNMING, YE YINGHUA, *et al.* A hybrid optical switching approach[C]// IEEE Global Communications Conference. New York: IEEE, 2003: 3808 – 3812.

[3]　LEE G M, CHOI J K, WYDROWSKI B, *et al.* Optical hybrid switching combined optical burst switching and optical circuit switching [C]// International Conference on Information Networking. Berlin: Springer, 2004: 740 – 749.

[4]　WANG YESHUANG, WANG SHENG, XU SHIZHONG, *et al.* A new hybrid optical network design consisting of lightpath and burst switching[C]// International Conference on Advanced Computing Technologies. New York: IEEE, 2009: 1873 – 1876.

[5]　RAMASWAMI R, SIVARAJAN K N. Design of logical topologies for wavelength-routed optical networks[J]. IEEE Journal on Select Areas in Communications, 1996, 14(5): 840 – 850.

[6]　MITRA D, WANG QIONG. Stochastic traffic engineering for demand uncertainty and risk-aware network revenue management[J]. IEEE/ACM Transactions on Networking, 2005, 13(2): 221 – 233.

[7]　DOR N M. Guide to the length of buffer storage required for random (Poisson) input and constant output rates[J]. IEEE Transactions on Electronic Computers, 1967, 16(5): 683 – 684.

[8]　BELLMAN R. On the approximation of curves by line segments using dynamic programming[J]. Communications of the ACM, 1961, 4(6): 284.

[9]　GLUSS B. Further remarks on line segment curving-fitting using dynamic programming[J]. Communications of the ACM, 1962, 5(8): 441 – 443.

[10]　STONE H. Approximation of curves by line segments [J]. Mathematics of Computation, 1961, 15(1): 40 – 47.

[11]　IBM ILOG CPLEX[EB/OL]. [2010 – 03 – 04]. http:// www.ibm.com/software/integration/optimization/cplex-optimizer/.