

文章编号:1001-9081(2011)03-0591-03

doi:10.3724/SP.J.1087.2011.00591

# 基于三角构成规则的加权有向网络拓扑生成算法

苑文举<sup>1</sup>,李飞鹏<sup>2</sup>,孙鑫<sup>2</sup>,付枫<sup>2</sup>,刘衍珩<sup>2</sup>

(1.长春工业大学 计算机科学与工程学院,长春130012; 2.吉林大学 计算机科学与技术学院,长春130012)

(sunxin1984@yahoo.com.cn)

**摘要:**针对加权无向图的网络拓扑模型难以表征真实网络环境下节点间有向性的问题,提出了基于三角构成规则的加权有向网络拓扑生成算法,依据概率优先选择节点的邻居节点进行有向性加边,通过网络边权的动态演化实现节点间的不对称性增长。并利用该算法进行了仿真实验。实验表明,基于三角构成的加权有向网络拓扑算法生成的网络拓扑结构符合真实环境下的网络拓扑结构所体现出来的拓扑特性,同时具有较好的聚类系数可控性。

**关键词:**加权有向网络;拓扑模型;三角构成规则;幂律分布;聚类系数

**中图分类号:**TP393.04    **文献标志码:**A

## Topology modeling algorithm for weighted directed network based on triad formation rule

YUAN Wen-ju<sup>1</sup>, LI Fei-peng<sup>2</sup>, SUN Xin<sup>2</sup>, FU Feng<sup>2</sup>, LIU Yan-heng<sup>2</sup>

(1. College of Computer Science and Engineering, Changchun Polytechnic University, Changchun Jilin 130012, China;

2. College of Computer Science and Technology, Jilin University, Changchun Jilin 130012, China)

**Abstract:** Topology generation algorithm of weighted directed network based on the triad formation rule was proposed. The directed edges were added to the network using weight preferential attachment rule and triad formation rule; moreover, the weights of network edges were evolved dynamically to realize the asymmetric interaction among nodes. The simulation results show that, the network topology, which is generated by the modeling algorithm for weighted directed network topology based on the triad formation rule, is consistent with topology characteristics showed by topology structures in the real network environment. Meanwhile, it has good controllability of the clustering coefficient.

**Key words:** weighted directed network; topology model; triad formation rule; power-law distribution; clustering coefficient

## 0 引言

网络拓扑建模研究的目的在于探求网络中所蕴含的未知规律,发现网络拓扑的内在机制是在更高层次上开发、利用网络的基础<sup>[1-2]</sup>。网络拓扑模型研究经历了从随机型模型到层次型模型,再到无标度网络模型的过程。随着网络拓扑模型研究的不断深入,许多领域的学者开始利用网络拓扑模型来研究其领域的问题。Andrei Broder 等人<sup>[3]</sup>利用有向图研究了网页之间的相互链接关系,并根据网页的出度与入度值的不同将网页分为五部分,通过对实际数据的分析,发现网页的出度与入度值分布满足幂律特性;Giorgio Fagiolo 等人<sup>[4]</sup>利用加权网络研究了国际贸易关系网的属性以及其随时间的演变规律,发现在国际贸易关系网中也体现出幂律分布特性,即大多数国家的贸易伙伴是很少的,只是由少数一些国家所组成的一些小集团有相对较多的贸易伙伴,同时指出富国的贸易伙伴较多,贸易较密集;Alain Barrat 等人<sup>[5]</sup>提出了一个加权无向无标度网络模型,即 Barrat-Barthelemy-Vespignani (BBV) 模型,该模型综合考虑了网络结构和节点的权重等因素来研究网络的动态演化情况,随着模型规模的增大, BBV 模型的度、

边权值和节点的权重都呈现无标度特性。

虽然基于加权无向图的网络拓扑模型不仅可以从宏观上反映真实网络的拓扑结构,而且也能在一定程度上反映网络中的物理节点之间的具体关系,但是考虑到真实网络环境中节点之间的有向性特征,如:国际贸易关系网中国家与国家之间进出口贸易关系具有不对等性,因此进一步研究并提出加权有向网络的拓扑模型具有更高的理论与实际应用价值。

本文通过分析实际网络环境下加权有向网络的生成及演变过程,提出了基于三角构成规则的加权有向网络拓扑生成算法,并通过仿真实验证了算法的有效性。

## 1 基于三角构成的加权有向网络拓扑生成算法

### 1.1 三角构成规则

三角构成规则<sup>[6]</sup>是指一个新节点在与网络中的某个节点建立连接后,将依据概率选择该节点的某个邻居节点(如果存在的话)也与之建立连接。如图 1 所示,新节点(New Node)在与网络中的节点 A(Node A)建立连接后,依据概率选择 Node A 的邻居节点 B(Node B)与之也建立连接。由上述过程可知,在三角构成中,网络中三角形子网的个数增加

收稿日期:2010-09-06;修回日期:2010-11-03。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60973136;61073164);吉林省信息产业发展专项资金资助项目(20091024)。

**作者简介:**苑文举(1953-),男,吉林长春人,副教授,主要研究方向:网络管理; 李飞鹏(1987-),男,内蒙古呼和浩特人,硕士研究生,主要研究方向:网络安全; 孙鑫(1984-),男,山东淄博人,博士研究生,主要研究方向:复杂网络; 付枫(1984-),男,黑龙江齐齐哈尔人,硕士研究生,主要研究方向:网络安全; 刘衍珩(1958-),男,吉林松原人,教授,博士生导师,主要研究方向:网络安全、可信计算、移动 IP 和 QoS、传感器网络。

了。

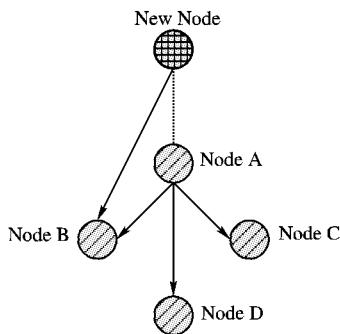


图 1 三角构成规则示意图

以文献[4]中描述的国际进出口贸易为例来说明三角构成规则在加权有向图中的应用:在某国家 A 加入国际贸易网络之前,它首先要考虑的是与哪个国家建立连接才能使本国的进出口贸易尽可能快地发展。因此,为了能使本国的进出口贸易有较快的发展,A 国会倾向于选择与在国际进出口贸易网络中占有重要地位的国家或国家集团 B 建立合作关系,从而,通过 B 国与其他国家(一般是 B 国的贸易合作伙伴,在贸易网络中即为 B 国的邻居节点)也建立贸易合作关系。

## 1.2 拓扑生成算法

本文在三角构成规则的基础上,结合实际网络的有向性特征提出了一种基于三角构成规则的加权有向网络拓扑算法。该算法中的加权网络可以用一个  $N \times N$  的矩阵  $W = (w_{ij})_{N \times N}$  表示,矩阵中的元素  $w_{ij}$  ( $w_{ij} \geq 0$ ) 表示节点  $i$  到节点  $j$  的边的权值,  $w_{ij}$  的值仅在节点  $i$  到节点  $j$  的边不存在时为零。由于考虑了网络的有向性,因此  $w_{ij}$  与  $w_{ji}$  一般情况下是不相等的。考虑到网络中的节点不可能发生与自身通信的异常现象,因此矩阵中的元素  $w_{ii}$  的值为零。

下面说明一下算法中用到的几个概念。

1) 节点出度  $K_o$ 。以某节点为起点的边的条数,用  $K_{oi}$  表示节点  $i$  的出度。

2) 节点入度  $K_i$ 。以某节点为终点的边的条数,用  $K_i$  表示节点  $i$  的入度。

3) 节点出势  $S_o$ 。以某节点为起点的所有边的权值之和,用  $S_{oi}$  表示节点  $i$  的出势。

4) 节点入势  $S_i$ 。以某节点为终点的所有边的权值之和,用  $S_i$  表示节点  $i$  的入势。

基于三角构成的加权有向网络拓扑生成算法步骤描述如下。

1) 初始设定。

a) 给定  $N_0$  个节点,它们组成一个全耦合网络,即任意两个节点间都存在两条方向相反的有向边,且设定这些边的权值均为  $w_0$ 。

b) 新增边的权值等于初始时边的权值  $w_0$ 。

c) 考虑到一个想加入网络的新节点一般是主动与网络中的节点建立连接,因此本文假定新加入的节点总是连接到一个已存在的节点上(即网络中不存在孤立点)。

2) 有向拓扑网络生长。

a) 权重优先选择。新节点从有向拓扑网络中选择一个节点,并连接到该节点上。具体而言,就是利用式(1)从已有节点中选择一个节点  $i$ ,然后将新节点  $n$  连接到其上,增加有向边  $\langle n, i \rangle$ (其中式(1)表示节点出势越大,其被选中的概率也

越大):

$$\prod_{n \rightarrow i} = s_{oi} / \sum_j s_{oj} \quad (1)$$

其中  $s_{oi}$  表示节点  $i$  的出势。

b) 三角构成连接。从节点  $i$  的邻居节点中以概率  $w_{ij}/s_{oi}$  选择一个节点  $j$ ,使新节点  $n$  连接到该节点上,参见式(2):

$$\prod_{n \rightarrow j | j \in \Gamma(i)} = w_{ij} / s_{oi} \quad (2)$$

c) 如果新节点  $n$  已与  $i$  的所有邻居节点都建立了连接,则跳过 b) 的操作,并增加节点  $i$  指向节点  $n$  的边  $\langle i, n \rangle$ 。

3) 边权的动态演化。

一个新节点的加入会使网络中边的数量增加,每次新加入的边  $\langle n, i \rangle$  都将触动节点  $i$ (已存在节点)与它的邻居节点  $j \in \Gamma(i)$  之间的边  $\langle i, j \rangle$  的权重发生变化,从而引起权值的重新调整。

如果新加入的边为  $\langle i, n \rangle$ ,则它将触动节点  $i$  的邻居节点  $j \in \Gamma(i)$  与节点  $i$  之间的边  $\langle j, i \rangle$  的权重发生变化。本文引入参数  $\delta$ (由用户定义)作为调节权重变化的调节因子。边权的具体调整规则定义如下:

$$w_{ij} \rightarrow w_{ij} + \delta w_{ij} / s_{oi} \quad (3)$$

$$w_{ji} \rightarrow w_{ji} + \delta w_{ji} / s_i \quad (4)$$

需要注意的是,每新加入一条边都会引起边权的调整,因此,当边  $\langle n, i \rangle$  加入网络中后,并且在三角连接过程中节点  $i$  的一个邻居节点  $j$  被选中时,节点  $i$  的出权和入权应分别调整为:

$$s_{oi} \rightarrow s_{oi} + \delta \quad (5)$$

$$s_i \rightarrow s_i + w_0 \quad (6)$$

同理可知节点  $j$  的出权和入权的调整规则。

本文继续以国际进出口贸易网络的演变过程来说明本文提出的算法与真实世界的联系及其在实际中的应用。世界进出口贸易网络中的国家被新加入的国家选中的概率因其国际地位(在加权网络中体现为节点的点势)不同而不同,以及倾向于选择其邻居国家进行贸易往来的特点<sup>[4]</sup>。

当世界进出口贸易网络中新增加一个成员时,与该新成员建立连接关系的国家的进出口量会增加,从而导致与该国有贸易关系的国家的进出口量也会发生相应的调整;另外,由于该新成员的加入,可能会使某两个(或几个)之前并不存在连接的集团建立连接关系,从而使两个集团中的国家的进出口量发生变化。

## 2 仿真实验分析

本文针对模型在仿真实验中所体现出来的幂律分布特性和聚集特性进行了分析。在仿真实验中,取  $w_0 = 1, N = 5000$ ,其中  $N$  为网络最终的规模,通过调节因子  $\delta$  的值来考查其对模型的影响。

网络中幂律分布特性<sup>[7-8]</sup>的发现证明了网络的节点度分布应满足幂律分布,即节点度之间实际上相差悬殊,在双对数图中应表现为一条斜率为负的直线,这一线性关系是判断给定实例中的随机变量是否满足幂律分布的主要依据。本文提出的算法生成的拓扑网络节点出度和入度的分布情况如图 2、3 所示,节点度(出度与入度)在双对数坐标下满足幂律分布特性。

节点势(出势与入势)在双对数坐标系下的分布情况如图 4、5 所示,节点势满足幂律分布特性。由图 2~5 可以验证

本文所提出的加权有向网络拓扑生成算法所生成的网络拓扑结构基本符合真实网络的拓扑特性<sup>[3,7-8]</sup>。

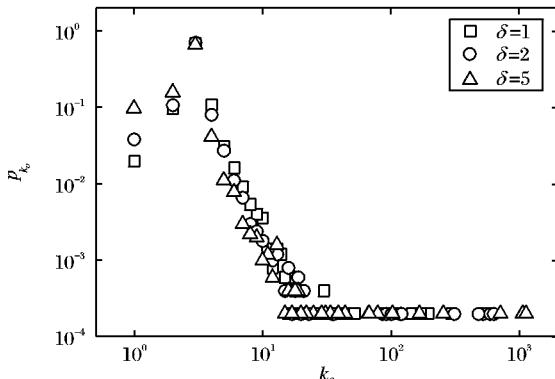


图2 节点出度在双对数坐标系下的分布情况

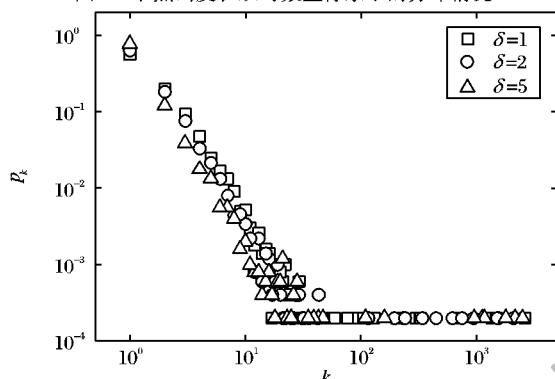


图3 节点入度在双对数坐标系下的分布情况

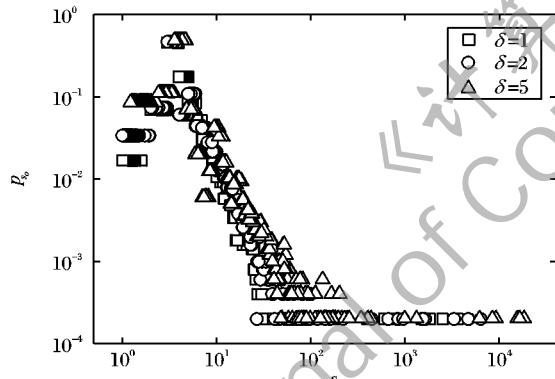


图4 节点出势在双对数坐标系下的分布情况

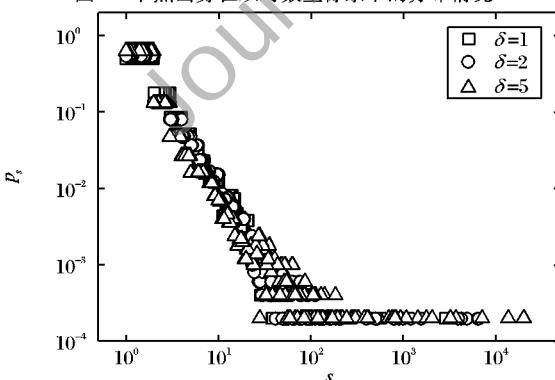


图5 节点入势在双对数坐标系下的分布情况

聚集特性<sup>[9-10]</sup>是反映网络节点关联性的一个主要特征，并通过定义聚集系数来刻画邻居节点之间的亲疏程度。聚类系数的大小与网络中三角形子网的个数呈正相关，而三角构成规则的引入增加了网络中三角形子网的个数，因此，本文构建的基于三角构成规则的网络模型具有较好的聚集特性。

图6显示了本文所构建模型的平均聚类系数(用c表示)与节点度(用K表示,  $K = k_o + k_i$ )的关系，由图可知随着节点度的增大，节点度所对应的平均聚类系数在显著减小。同时，通过调节参数 $\delta$ 的值可以明显地控制网络的聚集程度，说明本文所提出的加权有向网络模型具有较好的聚类系数可控性。

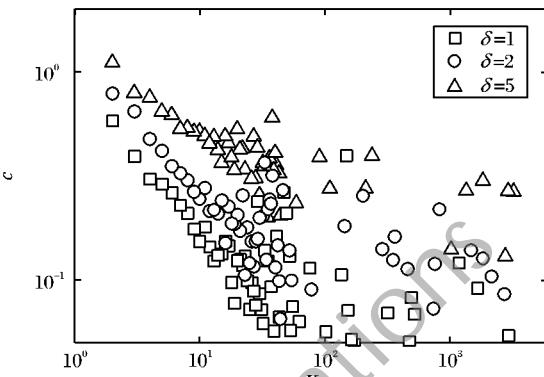


图6 节点度所对应的平均聚类系数

### 3 结语

本文通过研究实际网络生成和演化的过程，考虑实际网络环境中节点之间的连接存在有向性特征的问题，提出了利用加权有向网络对实际网络环境进行建模并解决实际问题的网络拓扑模型；根据邻居节点优先考虑原则及加权网络中的三角构成规则，提出了基于三角构成规则的加权有向网络拓扑算法，并结合真实环境下国际进出口贸易网络的演化特性分析了算法的正确性。最后通过仿真实验进行了验证，结果表明：该算法生成的网络拓扑结构能较好地符合真实网络环境下的拓扑结构，同时可以通过控制拓扑生成参数有效地控制聚类系数，从而调节网络的聚集程度以满足不同实际应用的需要。

### 参考文献：

- [1] 张宇, 张宏莉, 方滨兴. Internet 拓扑建模综述[J]. 软件学报, 2004, 15(8): 1220 - 1226.
- [2] 周苗, 杨家海, 刘洪波, 等. Internet 网络拓扑建模[J]. 软件学报, 2009, 20(1): 109 - 123.
- [3] BRODER A, KUMAR R, MAGHOUL F, et al. Graph structure in the Web [J]. Computer Networks, 2000, 33(6): 309 - 320.
- [4] FAGIOLO G, REYES J, SCHIAVO S. The evolution of the world trade Web: A weighted-network analysis [J]. Journal of Evolutionary Economics, 2010, 20(4): 479 - 514.
- [5] BARRAT A, BARTHELEMY M, VESPIGNANI A. Weighted evolving networks: Coupling topology and weights dynamics [J]. Physical Review Letters, 2004, 92(22): 701 - 704.
- [6] HOLME P, KIM B J. Growing scale-free networks with tunable clustering [J]. Physical Review E, 2002, 65(2): 1071 - 1074.
- [7] FALOUTSOS M, FALOUTSOS P, FALOUTSOS C. On power-law relationships of the Internet topology [J]. Computer Communication Review, 1999, 29(4): 251 - 262.
- [8] NEWMAN M E J. Power laws, Pareto distributions and Zipf's law [J]. Contemporary Physics, 2005, 46(5): 323 - 351.
- [9] NEWMAN M E J. Properties of highly clustered networks [J]. Physical Review E, 2003, 68(2): 121 - 126.
- [10] 潘灶峰, 汪小帆. 一种可大范围调节聚类系数的加权无标度网络模型[J]. 物理学报, 2006, 55(8): 4058 - 4064.