

文章编号:1001-9081(2005)02-0332-03

基于图像统计特征的小波变换插值方法

杜慧茜,梅文博,苏广川
(北京理工大学 电子工程系,北京 100081)
(duhuiqian@bit.edu.cn)

摘 要:针对一般图像插值方法常见的两个缺点:边缘锯齿、细节模糊,提出了一种基于图像统计特征的小波变换插值方法,该方法利用图像插值前后边缘统计特征的相似性,从低分辨率图像中获取估算高分辨率图像所需的协方差矩阵和向量,保持了边缘光滑性。同时利用小波分解与重构,将图像非边缘的细节特征进行了增强。该方法无需迭代运算,计算量较小。实验结果表明了用该方法获取高分辨率图像的有效性和可行性。

关键词:图像插值;小波变换;统计特征

中图分类号:TP391.41 **文献标识码:**A

Image interpolation using wavelet transform based on statistical features

DU Hui-qian, MEI Wen-bo, SU Guang-chuan
(Department of Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: This paper proposed an interpolation algorithm using wavelet transform based on statistical features for natural images. The basic idea was to estimate the high-resolution covariances from low-resolution counterpart based on their "geometric duality" so that un-sampled pixels were obtained. In addition, wavelet decomposition and reconstruction were also used to enhance image details. No iterative computation was needed in this algorithm. The application of this new interpolation algorithm shows that it can keep the contours and details of non-edged areas successfully.

Key words: image interpolation; wavelet transform; statistical feature

0 引言

图像插值主要解决如何由低分辨率图像得到高分辨率图像及图像的旋转、形变问题,广泛应用于数字电视、图像通信、医学图像处理、航拍图像分辨率的提高等方面,引起了众多学者的研究兴趣^[1-5]。基本的图像插值方法有:最近邻法(Nearest)、双线性法(Bilinear)、双三次样条插值法(Bicubic)。这些方法未能体现出边缘点的特殊性,因此存在边缘模糊或边缘锯齿现象。为了提高插值后的图像质量,研究者从不同角度提出了其他的插值方法,如:投影到凸集(POCS)^[1]迭代方法,通过限制边缘的连续性以减小边缘失真;又如:基于统计特征的自适应插值法,用简单的边缘模型估计出边缘的位置,以保持图像的边缘特征^[2,3]。再如:借鉴神经网络^[4]、分形理论^[5]提高插值图像的质量。上述方法中,投影到凸集的插值方法需要进行迭代运算,速度较慢;自适应插值方法成功地解决了边缘模糊和边缘锯齿问题,但对非边缘处的图像细节的保持效果不佳,类似于双线性内插;而基于神经网络、分形理论的插值方法只考虑到图像的局部特征,插值后的图像细节模糊。

小波变换可以将图像分解为不同频率特性、方向特性的信号,更适合人眼的视觉特性,如果基于小波变换作图像内插,可以保持图像边缘的光滑性和非

边缘处的细节考虑,提出一种基于图像统计特征的小波变换插值方法,该方法从低分辨率图像中获取估算高分辨率图像所需的协方差矩阵和向量,从而保持了边缘的光滑性,并应用小波分解和重构,将图像高频分量进行增强,保持了图像非边缘处的细节。与其他插值方法比较,获得了好的清晰度和视觉效果。

1 二维离散小波变换^[6]

小波变换具有多分辨率分析功能和逐步细分等性质,是图像处理的有力手段。二维空间中的离散小波变换需要 1 个二维尺度函数 $\varphi(x, y)$ 和 3 个二维小波函数 $\psi^H(x, y)$, $\psi^V(x, y)$ 和 $\psi^D(x, y)$ 。对图像 $f(x, y)$ 进行一级小波分解,可得到低频子图和各方向的高频子图,图 1 为 Cameraman 的一级小波分解图,图 2 为图像二级小波分解图。若定义 2 进伸缩和平移的尺度函数和小波基为:

$$\varphi_{j,m,n}(x, y) = 2^{j/2} \varphi(2^j x - m, 2^j y - n) \quad (1)$$

$$\psi_{j,m,n}^i(x, y) = 2^{j/2} \psi^i(2^j x - m, 2^j y - n), i = \{H, V, D\} \quad (2)$$

其中 $\{H, V, D\}$ 分别表示小波分解的水平、垂直、对角线方向,则小波分解的系数为:

$$W_\varphi(j_0, m, n) = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \varphi_{j_0,m,n}(x, y) \quad (3)$$

$$W_\psi^i = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \psi_{j,m,n}^i(x, y), i = \{H, V, D\} \quad (4)$$

收稿日期:2004-07-23;修订日期:2004-10-20 基金项目:国家自然科学基金资助项目(60472021)

作者简介:杜慧茜(1972-),女,陕西西安人,讲师,主要研究方向:图像处理、小波分析、神经网络;梅文博(1960-),男,山西人,教授,主要研究方向:时频分析、信号与图像处理;苏广川(1941-),男,江苏人,教授,博士生导师,主要研究方向:信号与图像处理、计算机系统结构。

其中 M, N 为图像的大小, j_0 代表任意的开始尺度, 系数 $W_\phi(j_0, m, n)$ 定义了 $f(x, y)$ 在尺度 j_0 的近似, 系数 $W_\psi(j, m, n)$ 定义了 $f(x, y)$ 图像在水平、垂直、对角线方向的细节, 当 $i = H, V, D$ 。如果分解的系数已知, 则图像 $f(x, y)$ 可以用公式(5)进行重构。

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{m,n} W_\phi(j_0, m, n) \phi_{j_0, m, n}(x, y) + \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{i=H,V,D} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_m \sum_n W_\psi^i(j, m, n) \psi_{j, m, n}^i(x, y) \quad (5)$$

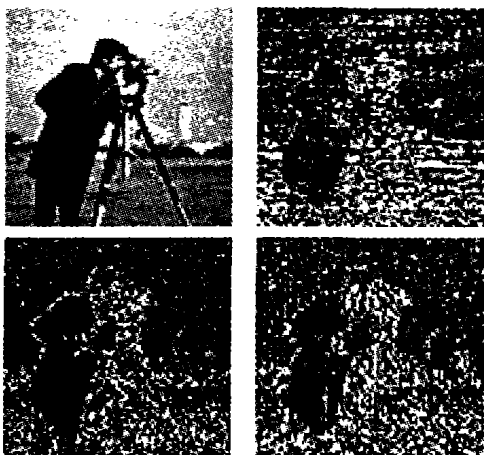


图1 Cameraman 的一级小波分解

MA_2	MH_2	MH_1
MV_2	MD_2	
MV_1		MD_1

图2 两级小波分解图

2 基于图像统计特征的小波插值方法

二维离散小波变换虽能将图像分解为低频子图和水平、垂直、对角线方向的高频子图, 但不能直接产生高分辨率图像, 需与其他方法相结合。考虑到高分辨率图像的各频带子图与低分辨率图像对应的子图存在相似性: 即 MA_1 与 MA_2 相似, MV_1 与 MV_2 相似, MH_1 与 MH_2 相似, MD_1 与 MD_2 相似。利用该特性, 如果以原图作为 MA_1 , 并由原图信息得到高分辨率图像的各高频子图: MH_1, MV_1, MD_1 , 再进行反变换, 就得到高分辨率图像。问题的关键是如何由原图获取高分辨率图像的各高频子图。一种方法是对原图进行小波分解得到 MH_2, MV_2, MD_2 , 对其进行插值得到 MH_1, MV_1, MD_1 。但为保持图像边缘的光滑性, 本文提出的小波插值方法先将原图做基于统计特征的放大^[2], 然后对放大后的图像做一级小波分解, 即获得各高频子图, 最后再进行小波重构得到高分辨率图像。具体算法实施如下:

设原图 X 大小为 $M \times N$, 插值后的图像 Y 为 $2M \times N$ (放大倍数为 2), 并有 $Y_{2i, 2j} = X_{i, j}$ 。考虑到在同一方向上, 低分辨率图像的协方差与高分辨率图像的协方差相似, 即有几何二重性。因此可以利用原图的统计信息估算出未采样的像素, 从而使高分辨率图像具有与原图几乎相同的边缘。将 Y 中的未知

像素分为两类, 第一类为下标和为偶数的像素: $Y_{2i+1, 2j+1}$, 如图 3、4 中的实心点所示。第二类为下标和为奇数的像素: $Y_{2i+1, 2j}$ 等, 如图 4 中的空心点所示, 图 3、4 中的方框均代表原图中的像素。估算第一类像素 $Y_{2i+1, 2j+1}$ 的表达式为:

$$Y_{2i+1, 2j+1} = \eta h \quad (6)$$

其中数据矢量 $\eta = [Y_{2i, 2j}, Y_{2i+2, 2j}, Y_{2i+2, 2j+2}, Y_{2i, 2j+2}]$ 为原图中的像素, 关键要求出权值矢量 $h = (h_1, h_2, h_3, h_4)'$, 基本的线性插值法对 h 的确定未考虑边缘点像素的统计特征, 因此存在明显的模糊和锯齿现象。

现根据统计信号处理的理论求解 h , 假设图像为平稳高斯过程, 根据 Wiener 滤波原理, 求解 Wiener-Hoff 方程, 得到 $h = \Gamma^{-1} \gamma$, 其中 Γ 为 4×4 的协方差矩阵, γ 为 4 维协方差矢量: $\gamma = [\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3]$ 。其中:

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= E[Y_{2i, 2j} Y_{2i+1, 2j+1}], \quad \gamma_1 = E[Y_{2i+2, 2j} Y_{2i+1, 2j+1}], \\ \gamma_2 &= E[Y_{2i+2, 2j+2} Y_{2i+1, 2j+1}], \quad \gamma_3 = E[Y_{2i, 2j+2} Y_{2i+1, 2j+1}] \end{aligned}$$

如图 3 所示。

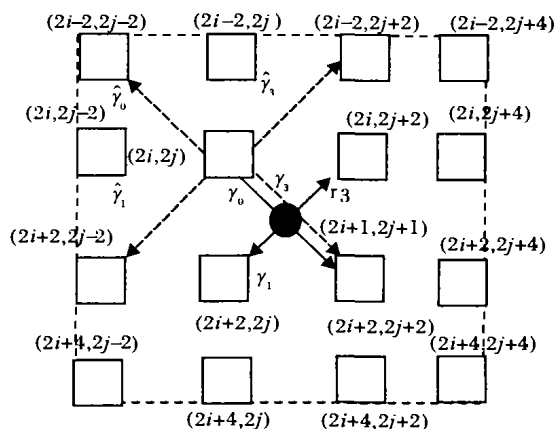


图3 几何二重性(第一类像素插值, 窗口大小 $L \times L$ 为 4×4)

由于 $Y_{2i+1, 2j+1}$ 是待估计的未知量, 无法直接得到 γ_0 。如果根据插值前后的图像存在的几何二重性, Γ 和 γ 的估计可以转到低分辨率的原图上进行。

设 x 是以 $Y_{2i+1, 2j+1}$ 为中心、窗口大小为 $L \times L$ 的原图中的像素组成的矢量, $x = [x_1, x_2, \dots, x_{L^2}]$, C 为一 $L^2 \times 4$ 的矩阵, C 中的第 k 行是以矢量 x 的第 k 个像素为中心的对角线上的四个像素, 如图 3 所示。若 x 中的第 k 个像素 $x_k = Y_{2i, 2j} = X_{i, j}$, 对应矩阵 C 中的第 k 行为 $[X_{i-1, j-1}, X_{i+1, j-1}, X_{i+1, j+1}, X_{i-1, j+1}]$, 即 $[Y_{2i-2, 2j-2}, Y_{2i+2, 2j-2}, Y_{2i+2, 2j+2}, Y_{2i-2, 2j+2}]$ 。

设 $x = C\hat{h}$, 应用 MMSE 准则估计出 $\hat{h} = \hat{\Gamma}^{-1} \hat{\gamma}$, 其中协方差矩阵的估计为 $\hat{\Gamma} = \frac{1}{L^2} C^T C$, 协方差矢量 $\hat{\gamma}$ 的估计为: $\hat{\gamma} = \frac{1}{L^2} C^T \bar{x}$, 根据几何二重性得到:

$$h = \hat{h} = (C^T C)^{-1} (C^T \bar{x}) \quad (7)$$

将(7)式代入(6)式, 得到像素 $Y_{2i+1, 2j+1}$ 的估算值。同理, 对于第二类像素, 可用上述方法得到估算, 如图 4 所示。

应注意的是, 估算协方差矩阵和向量的窗口尺寸 L 不宜过小, 否则估计 h 的信息将过少而得不到精确解。同时, 该窗口也不能过大, 否则计算量过大, 且窗口中无关信息过多对 h

的估计无益。一般选择 L 为 6 ~ 8。在进行统计插值后,本文采用 Haar 小波对图像进行一级小波分解,获得 MH_1 、 MV_1 、 MD_1 ,最后对 MA_1 、 MH_1 、 MV_1 、 MD_1 进行小波重构,即可获得高分率图像。

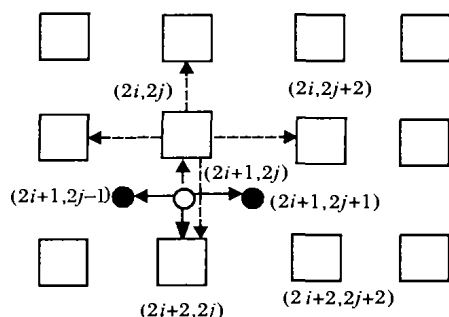


图4 几何二重性(第二类像素插值)

表1 不同图像经五种插值方法放大后的平均梯度比较

标准图像	双线性插值	双三次插值	基于统计特征的自适应插值	双线性小波变换插值	本文方法
Lena(256 × 256)	9.6×10^{-3}	10.4×10^{-3}	10.8×10^{-3}	12×10^{-3}	13×10^{-3}
Cameraman(256 × 256)	16.7×10^{-3}	19.6×10^{-3}	20.8×10^{-3}	24.1×10^{-3}	26.9×10^{-3}
lily(186 × 230)	23.7×10^{-3}	26.7×10^{-3}	27.7×10^{-3}	31×10^{-3}	33.6×10^{-3}
Barbara(128 × 128)	31.9×10^{-3}	35.4×10^{-3}	38.6×10^{-3}	43.1×10^{-3}	46.9×10^{-3}

表1的结果表明本文提出的方法平均梯度最高,清晰度也最高。限于篇幅,为直观地比较各种方法对图像边缘和细节的保持能力,只选择了标准图像 Cameraman 中的照相机和支架部分,分别如图5(a)、(b)所示,其中照相机具有较多细节,支架为边缘。图6、7是对应图5用五种方法放大2倍的结果,由图6可以看出,本文提出的方法能有效地保持边缘,减小了边缘锯齿和边缘模糊。同时图7表明,本文方法较其他方法明显提高了图像的非边缘部分细节的清晰度。而仅采用基于统计特征的自适应插值方法,虽图像边缘光滑,但其他部分的细节模糊。基于双三次的小波插值法,图像细节清晰,但存在明显的锯齿边缘,至于基本的双线性差值法和双三次样条插值法更是存在边缘锯齿和其他部分的细节模糊现象。

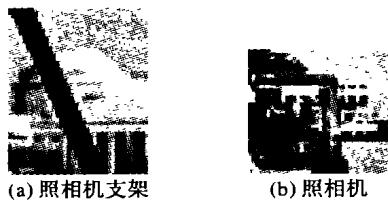


图5 标准图像



图6 Cameraman 图像中照相机支架经五种方法放大后的比较

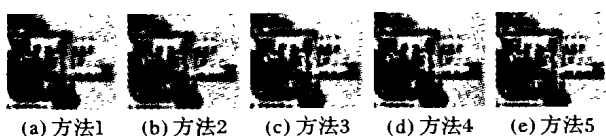


图7 Cameraman 图像中照相机经五种方法放大后的比较

3 实验结果和分析

这里选择的低分辨率图像均为标准测试图像,对图像的放大倍数为2。比较的方法有双线性插值(方法一)、双三次插值(方法二)、基于统计特征的插值(方法三)、双线性小波插值(方法四)、本文提出的基于图像统计特征的小波插值(方法五)。虽然峰值信噪比(PSNR)常作为衡量图像质量的指标,但较适于衡量因加性白噪声降质的图像质量,以其作为因其他原因造成的降质图像的评价并不精确。本文采用平均梯度值(G)来评价图像的清晰度,并从视觉效果直接来评判图像的质量。其中平均梯度的定义如下:

$$G = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sqrt{(\Delta I_x^2 + \Delta I_y^2)/2}$$

$$\Delta I_x = x(i+1, j) - x(i, j)$$

$$\Delta I_y = x(i, j+1) - x(i, j)$$

4 结语

本文提出了一种基于图像统计特征的小波变换插值方法,由于利用了边缘统计特性的插值方法能保持良好的图像边缘,在此基础上进行小波分解与重构又能进一步增强图像中的高频细节部分,使边缘特征和其他部分的细节均得到保持。与其他插值方法相比,效果较好。但由于小波变换对纹理区的图像相似性很弱,因此,如何提高纹理图像的插值效果是下一步的研究方向。另外,基于统计特征的图像插值方法中窗口的选择影响到插值图像的质量,如果边缘较接近,效果不够理想,应做自适应窗口选择的研究。

参考文献:

- [1] RATAKONDA K, AHUJA N. POCS based adaptive image magnification [A]. ICIP' 1998: International Conference on Image Processing [C]. Chicago, America, 1998. 203 - 207.
- [2] LI X, ORCHARD MT. New edge-directed interpolation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(10): 1521 - 1527.
- [3] WANG Q. A contour-preserving image interpolation method [A]. ICIP' 2003: International Conference on Image Processing [C]. Barcelona, Spain, 2003. 673 - 676.
- [4] Plaziac Nathalie Image interpolation using neural networks [J]. IEEE Transactions on image processing, 1999, 8(11): 1647 - 1651.
- [5] HONDA H, HASEYAMA M. Fractal interpolation for natural images [A]. ICIP' 1999: International Conference on Image Processing [C]. Kobe, Japan, 1999. 657 - 661.
- [6] GONZALEZ RC. Digital image processing (second edition) [M]. Prentice Hall, 2002.