文章编号:1001-9081(2005)03-0592-02

伪 Zernike 矩特征在图像重建中的应用

胡慧君,李元香,刘茂福
(武汉大学 计算机学院,湖北 武汉 430072)
(hjhu7688@163.com)

摘　要:简单介绍了描述图像形状特征的伪 Zernike 矩,给出了伪 Zernike 矩的定义;在讨论伪 Zernike 矩性质的基础上,指出可以使用基于伪 Zernike 矩的形状特征数据来重建图像,阐述了基于伪 Zernike 矩的形状特征数据进行图像重建的理论基础;实验结果证明了基于伪 Zernike 矩进行图像重建的可行性。

关键词:伪 Zernike 矩;不变性;图像重建;图像理解

中图分类号: TP391.41　**文献标识码**:A

Application of pseudo-Zernike moments in image reconstruction

HU Hui-jun, LI Yuan-xiang, LIU Mao-fu
(*College of Computer Science, Wuhan University, Wuhan Hubei* 430072, *China*)

Abstract: Pseudo-Zernike is a kind of region-based shape descriptor. The concept of the pseudo-Zernike moments were introduced, and their good characteristics, such as invariance, robustness and effectiveness, were discussed. Images could be reconstructed based on invariant pseudo-Zernike moments. Experiment results demonstrate the feasibility of the image reconstruction based on the improved pseudo-Zernike moments.

Key words: *pseudo-Zernike moments; invariance; image reconstruction; image understanding*

0　引言

形状是一幅图像的基本特征,自然界的物体主要靠形状来区别,合理选择形状描述子是图像内容描述的关键所在。

通常形状的描述可以分为基于轮廓的和基于区域两类。而基于区域的形状描述子更适于描述具有复杂边界的形状,因为它们不仅仅计算轮廓上的像素点,而且还计算构成形状的所有的像素点。为了确切地描述图像的区域形状,图像形状特征描述子应该具有足够的分辨能力和对噪声不敏感的特性。另外,描述子还应该具有比例不变性、平移不变性、计算量小等特点[1]。

矩函数已经被证明是描述图像形状特征的一个非常有用的工具。一个从一幅图像计算出来的矩集,通常描述了该图像形状的全局特征,并提供了大量的关于该图像不同类型的几何特性信息。但普通矩例,如几何矩,有一个缺点,它的矩信息中包含冗余信息,这是由于它的基不是正交所致,另外它的高阶矩对噪声敏感。

伪 Zernike 矩是一种复数正交不变矩,伪 Zernike 矩描述子对描述各种模式的形状具有旋转不变性、对噪声的鲁棒性、表达的有效性、计算快速性以及多级表达性等特点,非常适合描述图像的形状特征,可以采用一组伪 Zernike 矩幅值作为图像的形状特征。伪 Zernike 矩已被广泛应用于人脸识别、指纹识别、图像检索、生物工程以及医学图像识别等领域[2,3]。

1　伪 Zernike 矩描述子

1.1　伪 Zernike 矩定义

伪 Zernike 矩是一种正交复数矩[4],它所利用的正交多项式集是一个在单位圆内的完备正交集,伪 Zernike 矩定义为:

$$Z_{mn} = \frac{m+1}{\pi}\iint_{x^2+y^2\leqslant 1} f(x,y)[V_{mn}(x,y)]^* \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{1}$$

上式中,$m = 0,1,2,\cdots,\infty$, $f(x,y)$ 是图像亮度函数。$*$ 表示 复数共轭,n 是整数并且满足($0 \leqslant |n| \leqslant m$)。

伪 Zernike 矩的极坐标表示形式为:

$$Z_{mn} = \frac{m+1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{0}^{1} f(r,\theta)[V_{mn}(r,\theta)r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta,\ r \leqslant 1 \tag{2}$$

其中,$r = \sqrt{x^2+y^2}$, $\theta = \tan^{-1}(y/x)$。

而伪 Zernike 多项式 $V_{mn}(x,y)$ 在极坐标中表示为:

$$V_{mn}(r,\theta) = S_{mn}(r)\exp(jn\theta) \tag{3}$$

上式中,$\mathrm{j} = \sqrt{-1}$, (r,θ) 定义在单位圆上,$S_{mn}(r)$ 是正交径向多项式,定义为:

$$S_{mn}(r) = \sum_{s=0}^{(m-|n|)}(-1)^s \frac{(2m+1-s)!}{s!(m+|n|+1-s)!(m-|n|-s)!} r^{m-s} \tag{4}$$

对于离散图像,设 $P(x,y)$ 是图像像素的亮度,则式(1)成为:

$$Z_{mn} = \frac{m+1}{\pi}\sum_{x}\sum_{y} P(x,y)[V_{mn}(x,y)]^*,\quad x^2+y^2 \leqslant 1 \tag{5}$$

1.2　伪 Zernike 矩的性质

伪 Zernike 矩具有很多优良性质。这些优良性质使之可以更精确地描述图像的全局形状特征,同时也可以使用这些矩数据重建图像[5]。

1) 不变性。伪 Zernike 矩具有平移不变性,而稍加改进

收稿日期:2004-08-01;　**修订日期**:2004-11-08　**基金项目**:国家 863 计划项目(2002AA1Z1490)

作者简介:胡慧君(1976-),女,湖北武汉人,硕士研究生,主要研究方向:图像处理、并行图像优化;　李元香(1962-),男,湖北监利人,教授,博士生导师,主要研究方向:并行计算、演化计算;　刘茂福(1977-),男,山东单县人,讲师,博士研究生,主要研究方向:图像处理、图像挖掘.

后伪 Zernike 矩就可以具备旋转不变性以及更好的比例不变性。可以利用伪 Zernike 矩提取旋转不变量特征,对图像中目标进行几何校正。

2）鲁棒性。对形状的微小改变和噪声具有鲁棒性。

3）信息表达的冗余性小。伪 Zernike 矩的基是正交径向多项式,可以保证所提取的特征相关性小、冗余性小、抗噪声能力强。

4）信息表达的高效性。一幅图像可以用一组很小的伪 Zernike 矩集合很好地表示。与其他类型的矩相比,例如几何矩、Legendre 矩、旋转矩和复数矩,具有更小的均方误差。

5）多层次表达。相关的一组伪 Zernike 矩的小集合就可以有效地表示一个模式的全部形状。低阶矩描述的是一个模式的整体形状,高阶描述的是模式的细节。

2 图像重建

我们可以使用伪 Zernike 矩来表征图像信息、描述图像形状;同时,由于单位圆上的伪 Zernike 正交不变矩本质是图像函数$f(x, y)$到正交基函数的一个映射关系,因此我们可以利用其逆变换,通过单位圆上的伪 Zernike 正交不变矩重建图像。理论公式如下:

$$\hat{f}(x, y) = \sum_{m=0}^{m_{\max}} \sum_{n} Z_{mn} V_{mn}(r, \theta) \tag{6}$$

其中,$\hat{f}(x, y)$是重建的图像函数,$m_{\max}$指矩的最高阶数,$m_{\max}$接近无穷大时,$\hat{f}(x, y)$愈逼近$f(x, y)$。将上式展开,同时注意到$V_{mn}^{*}(r, \theta) = V_{m(-n)}(r, \theta)$,可得到下面的式子:

$$\begin{aligned}
\hat{f}(x, y) &= \sum_{m=0}^{m_{\max}} \sum_{n<0} Z_{mn} V_{mn}(r, \theta) + \sum_{m=0}^{m_{\max}} \sum_{n\geqslant 0} Z_{mn} V_{mn}(r, \theta) = \\
&\sum_{m=0}^{m_{\max}} \sum_{n>0} Z_{m(-n)} V_{m(-n)}(r, \theta) + \sum_{m=0}^{m_{\max}} \sum_{n\geqslant 0} Z_{mn} V_{mn}(r, \theta) = \\
&\sum_{m}^{m_{\max}} \sum_{n>0} Z_{mn}^{*} V_{mn}^{*}(r, \theta) + \sum_{m}^{m_{\max}} \sum_{n\geqslant 0} Z_{mn} V_{mn}(r, \theta) = \\
&\sum_{m} \Big[\sum_{n>0} [Z_{mn}^{*} V_{mn}^{*}(r, \theta) + Z_{mn} V_{mn}(r, \theta)] + Z_{m0} V_{m0}(r, \theta) \Big] = \\
&\sum_{m} \Big[\sum_{n>0} \{ [\mathrm{Re}[Z_{mn}] - \mathrm{j}\mathrm{Im}[Z_{mn}]] S_{mn}(r) \\
&[\cos(n\theta) - \mathrm{j}\sin(n\theta)] + \\
&[\mathrm{Re}[Z_{mn}] + \mathrm{j}\mathrm{Im}[Z_{mn}]] S_{mn}(r) [\cos(n\theta) + \mathrm{j}\sin(n\theta)] \} + \\
&[\mathrm{Re}[Z_{m0}] - \mathrm{j}\mathrm{Im}[Z_{m0}]] S_{m0}(r) \Big]
\end{aligned} \tag{7}$$

最后可归纳为:

$$\hat{f}(x, y) = \sum_{m} \Big\{ \sum_{n>0} [C_{mn}\cos(n\theta) + D_{mn}\sin(n\theta)] S_{mn}(r) + \frac{C_{m0}}{2} S_{m0}(r) \Big\} \tag{8}$$

$$C_{mn} = 2\mathrm{Re}(Z_{mn}) = \frac{2m+2}{\pi} \iint_{x^2+y^2\leqslant 1} f(x, y) S_{mn}(r) \cos(n\theta)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{9}$$

$$D_{mn} = -2\mathrm{Im}(Z_{mn}) = \frac{-2m-2}{\pi} \iint_{x^2+y^2\leqslant 1} f(x, y) S_{mn}(r) \sin(-n\theta)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{10}$$

求出$\hat{f}(x, y)$之后,将$\hat{f}(x, y)$量化,映射到[0,255]范围内,方法是等间距量化,然后将灰度级图像均衡化,最后取门限二值化。

在利用单位圆上的正交不变矩重建图像时,矩阶数需达到一定的数值。低阶矩只能描述图像的大体形状,而高阶矩才能表征图像细节信息。

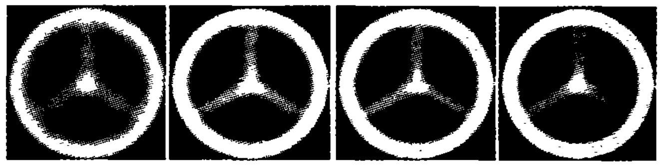
3 实验结果

用于实验的图像来自于 MPEG-7 性能测试图像库,我们选中两幅商标图像,即后面用到的实验图像 Trademark-0014 和 Trademark-0016,如图 1 所示。

(a) Trademark-0014　　(b) Trademark-0016

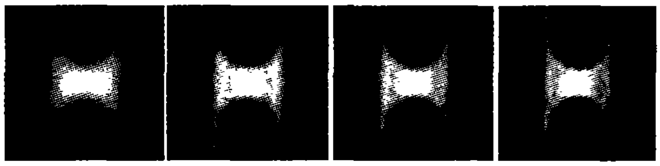
图 1　商标图像

利用伪 Zernike 矩重建图 1 显示的两幅商标图像 Trademark-0014 和 Trademark-0016。



(a)　(b)　(c)　(d)

图 2　各阶伪 Zernike 矩对 Trademark-0014 的重建效果



(a)　(b)　(c)　(d)

图 3　各阶伪 Zernike 矩对 Trademark-0016 的重建效果

重建图像中图 2(a) ~ (d)和图 3(a) ~ (d)所依据的伪 Zernike 矩的阶数是递增的。从实验结果不难看出,随着伪 Zernike 矩的阶数的增加,重建图像也随之越来越清晰,尤其是图像的形状特征。从理论上讲,最高阶矩取到无穷大时,能完全重建原图像。

4 结语

在本文中,我们在讨论伪 Zernike 矩描述子的基础上,根据图像的伪 Zernike 矩形状特征数据,使用图像伪 Zernike 矩的逆变换重建图像。这从另一个侧面证明了使用伪 Zernike 矩描述图像全局形状特征的确切性,从而可促进图像检索、图像编码、图像识别、图像分析以及图像理解等领域的发展。

我们也可以基于其他的图像矩函数,如 Fourier - Mellin 矩、小波矩、Legendre 矩等,对图像进行重建,从而可以把各种图像矩重建图像的效果作为对其是否能精确描述图像形状特征的一个评价标准。

参考文献:

[1] TEH CH, CHIN RT. On image analysis by the method of moments [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1988, 10(4): 496 - 513.

[2] HADDADANIA J, FAEZ K, AHMADI M. An Efficient Human Face Recognition System Using Pseudo Zernike Moment Invariant and Radial Basis Function Neural Network[J]. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2003, 17(1): 41 - 62.

[3] MUKUNDAN R, RAMAKRISHNAN KR. Moment Functions in Image Analysis - Theory and Applications[M]. World Scientific Publishing, 1998.

[4] 王耀明. 图像的矩函数——原理、算法及应用[M]. 上海: 华东理工大学出版社, 2002.

[5] 叶斌. 典型目标的检测与识别研究[D]. 华中科技大学, 2002.