

## 基于模糊调整的径向基函数网络图像恢复算法

邢桂华,朱庆保

(南京师范大学 数学与计算机科学学院, 江苏 南京 210097)

(xgh@xyzsoft.com)

**摘要:**为了解决传统图像恢复中存在的建模难的问题,提出了一种基于 RBF 神经网络的图像恢复算法,该算法利用 RBF 神经网络的非线性映射能力和适应性,通过记录退化过程的逆过程来恢复图像。首先改进 RBF 网络中心参数的确定过程,提出基于模糊调整的中心参数学习算法,然后用模糊调整后的网络进行图像恢复。仿真结果表明,改进的 RBF 网络可对典型退化图像进行令人满意的恢复。

**关键词:**径向基函数;神经网络;模糊;图像恢复

**中图分类号:** TP319.41 **文献标识码:** A

Image restoration with radial basis function network  
based on fuzzy adjustment

XING Gui-hua, ZHU Qing-bao

(Department of Mathematics and Computer Science, Nanjing Normal University, Nanjing Jiangsu 210097, China)

**Abstract:** To overcome the difficulties of creating mathematics model in traditional image restoration, a image restoration algorithm based on a RBF neural network was given. The algorithm could restore similarly degenerated image by learning the reverse process of a degenerated process by using no-linear map and adaptability of RBF network. The method of determining RBF network central parameters was improved by fuzzy adjustment at first and then the image restoration algorithm was designed. The simulation shows that the improved RBF network can restore the typically degenerated image satisfactorily.

**Key words:** Radial Basis Function(RBF); neural network; fuzzy; image restoration

### 0 引言

图像恢复的任务是把发生畸变或噪声干扰的图像恢复到真实的图像。传统的图像恢复方法虽然多种多样,但归纳起来有两类方法:逆滤波法和代数法。逆滤波法主要有经典逆滤波法、维纳滤波法、卡尔曼滤波法。代数法主要有伪逆法、维纳估计法。这些方法虽然具有一定的通用性,但也都有各自的局限性。经典逆滤波法在无噪声时可以精确复原图像,但噪声的存在会对图像的复原结果产生严重影响;维纳滤波法则需要已知原图像的功率谱等先验知识并要求退化图像满足广义平稳过程假设,这在实际应用中是比较困难的;卡尔曼滤波法由于其计算量的庞大而限制了它的应用;伪逆法复原时要寻找的模糊矩阵庞大,计算上不可行,而改进的伪逆法易受噪声的干扰;维纳估计法只适合噪声是二维的情况,在应用时也受到了限制。总之,传统的图像恢复方法面临复杂的计算,而且要满足广义平稳过程假设等,限制了其实际应用。

由于传统的图像恢复方法面临的种种限制,1988 年神经网络开始用于图像恢复<sup>[1-4]</sup>。Hopfield 网络虽然能用于图像恢复,但由于每个像素的灰度值要表示成若干神经元状态的序列,故网络规模庞大。BP 网络虽然具有强的非线性映射能力,但 BP 网络的结构确定和权值学习比较困难。CMAC 网络可以用于图像恢复<sup>[5]</sup>,但 CMAC 网络是用阶梯函数近似非线性函数,其精度较差。作为局部神经网络的径向基函数

(RBF)网络,整体上具有强的非线性映射能力<sup>[6]</sup>。由于 RBF 网络的工作原理基于样本聚类,相似的输入归入同一类,其输出也相似,而退化程度相近的图像的输入数据是相似的,因此能得到期望的相似输出图像。只要网络的聚类划分合理,权值经学习训练后就可以实现从退化图像到原图像的较为准确的映射。本文从图像的数据特点出发,提出了基于样本排序和模糊调整的 RBF 网络图像恢复算法,仿真实验证明恢复效果令人满意。

### 1 基于 RBF 神经网络的图像恢复算法原理

数字图像可以表示为连续函数在离散网格点处的函数值  $F_{i,j}$ ,若其中  $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, N\}$ ,那么,  $F$  就是一个尺寸为  $M \times N$  的图像。

图像的退化模型可用矩阵描述为:

$$X = HF \quad (1)$$

式中,  $X$  为退化后的图像,  $H$  为退化过程总的传递函数,其中包含噪声干扰等,  $H$  为  $M \times M$  的矩阵。由(1)式可得:

$$F = H^{-1}X \quad (2)$$

由(2)式可见,只要求得  $H$  的逆模型即可恢复原始图像。

由于  $H$  一般含有复杂的噪声干扰,很难求得  $H$  的精确数学模型,因此,可利用 RBF 神经网络的强非线性映射能力来映射  $H^{-1}$ 。

取训练样本 \$(X\_i, F\_i)\$ 对 RBF 神经网络进行训练, 网络经过学习训练后, 网络的连接权就记下了退化过程的逆模型 \$H^{-1}\$。由于网络相似的输入产生相似输出的泛化性, 当类似的退化图像数据输入网络时, 网络的输出端就得到了恢复后的近似清晰图像。样本对 \$(X\_i, F\_i)\$ 中, \$X\_i \in \{x\_1, \dots, x\_i, \dots, x\_p\}\$, \$x\_i = (x\_{i1}, x\_{i2}, \dots, x\_{iM})^T\$ 为 \$M\$ 维的输入向量, 是退化图像的样本, 作为网络的输入; \$F\_i \in \{f\_1, \dots, f\_i, \dots, f\_p\}\$, \$f\_i = (f\_{i1}, f\_{i2}, \dots, f\_{iN})^T\$ 为 \$N\$ 维的原始图像的样本, 作为网络的教师信号, \$P\$ 为样本数。用于图像恢复的 RBF 网络结构如图 1 所示。

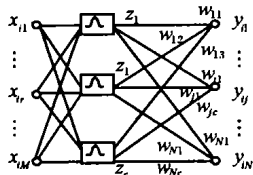


图 1 用于图像恢复的 RBF 网络

图 1 为 \$M\$ 维输入、\$N\$ 维输出、隐含层为 \$c\$ 个结点的 RBF 网络结构, 其中 \$x\_{ir}\$ 为第 \$i\$ 个输入样本的第 \$r\$ 个分量, \$z\_l\$ 为第 \$l\$ 个隐含结点的输出, \$l = 1, 2, \dots, c\$, \$w\_{jl}\$ 为第 \$l\$ 个隐含结点到第 \$j\$ 个输出分量的连接权, 输入层到隐含层的连接权为 1。隐含层的径向基函数采用高斯函数, 它对输入样本产生局部化的响应, 而隐含层的节点个数代表了输入样本聚类的个数。采用的基函数的形式为:

$$z_l = \exp\left(-\frac{\|x_i - c_l\|^2}{2\delta_l^2}\right) \quad (3)$$

式中, \$z\_l\$ (\$l = 1, 2, \dots, c\$) 为隐含层的输出, \$\delta\_l^2\$ (\$l = 1, 2, \dots, c\$) 为伸展常数, \$\|x\_i - c\_l\|\$ 为输入向量和中心向量之间的欧氏范数, \$c\_l = (c\_{l1}, c\_{l2}, \dots, c\_{lM})^T\$ 为隐含结点的中心向量, \$Y = \{y\_1, \dots, y\_i, \dots, y\_p\}\$ 为网络的实际输出, 其中, \$y\_i = \{y\_{i1}, \dots, y\_{ij}, \dots, y\_{iN}\}\$。

由于 \$\|x\_i - c\_l\|\$ 为输入向量和中心向量之间的欧氏范数, 所以相似的输入必然产生相似的输出。当 \$\|x\_i - c\_l\| = 0\$ 时, \$z\_l\$ 输出为最大值 1, 当伸展常数增大时, 径向基函数变得平缓, 于是局部感应域增大。当输入向量 \$x\_i\$ 对应的隐含结点输出为 \$z\_l\$ 时, 网络的实际输出 \$y\_{ij}\$ 为:

$$y_{ij} = \sum_{l=1}^c w_{jl} z_l \quad (4)$$

决定该网络模型映射精度的关键是中心向量 \$c\_l\$ 和伸展常数 \$\delta\_l^2\$ 的确定方法。由于传统算法的缺陷<sup>[7,8]</sup>, 本文给出了确定中心参数的新方法, 基本过程为先进行样本排序从而初步确定中心参数, 然后再进行模糊调整以进一步优化该参数。在中心参数确定的基础上, 给出了用于恢复图像的完整的 RBF 网络的图像恢复算法。

## 2 基于模糊调整的 RBF 网络图像恢复算法

基于参数模糊调整的 RBF 网络图像恢复算法的主要过程为: 先由退化图像和标准图像得到网络的输入和输出向量的数据, 然后根据网络的输入数据进行网络中心参数的初步设定, 进而进行模糊调整以最后确定中心参数, 然后使用输入和输出向量数据用梯度下降法进行网络学习以确定隐含层到输出层的连接权, 至此网络的参数全部确定, 最后进行相似退化图像的恢复验证。

### 2.1 获取网络的输入和期望输出

为方便描述, 先引入定义:

定义 1 设 \$I = \{1, 2, \dots, M\}\$ 为退化图像 \$X\$ 的行下标集, \$J = \{1, 2, \dots, N\}\$ 为其列下标集, 若有 \$a \subset I, b \subset J, a = \{1, 2, \dots, L\_1\}, b = \{1, 2, \dots, L\_2\}\$, 且满足 \$M \bmod L\_1 = 0\$ 且 \$N \bmod L\_2 = 0\$, 则称 \$X\_{ij}^s\$ (\$i \in a, j \in b\$) 是将退化数字图像 \$X\$ 等份分割后的第 \$s\$ 个子图。其中, \$\bmod\$ 为求余运算。

按定义 1, 将图像 \$X\$ 以 \$L\_1 \times L\_2\$ 的大小进行区域分割, 分割后得到 \$P = (M/L\_1) \* (N/L\_2)\$ 个子图像 \$X\_{ij}^s, s \in [1, P]\$。将 \$X\_{ij}^s\$ 按照之字形扫描的方式展开, 则得到输入向量 \$x\_s, s \in [1, P], i \in [1, L\_1 \* L\_2]\$。同理, 对于原始图像 \$F\$ 可以得到输出教师样本向量 \$f\_s, s \in [1, P], i \in [1, L\_1 \* L\_2]\$。

### 2.2 中心向量 \$c\_l\$ 和伸展常数 \$\delta\_l^2\$ 的确定

考虑到图像区域内数据的相关性, 取区域像素的平均灰度作为区域的度量。由于相似的输入产生相似的输出, 应该把灰度相似的区域划归到同一类。然而按图像区域的顺序取输入向量时, 灰度相似的区域 (比如背景区域) 未必是相邻的输入向量, 故先按样本向量的各个分量的灰度平均值排序, 然后对排序后的向量进行按顺序聚类。采用一个阈值 \$door\$ 作为向量间距离的度量, 从而初步确定属于同一类的各个向量。对于训练数据 \$x\_i\$, 其聚类中心为 \$c = \{c\_l \in R^M, 1 \leq l \leq c\}\$, 若 \$\|x\_i - c\_l\| \leq door\$, 则称 \$c\_l\$ 是 \$x\_i\$ 的最近邻居类; 若 \$\|x\_i - c\_l\| > door\$, 则称 \$c\_l\$ 不是 \$x\_i\$ 的最近邻居类, 而称 \$door\$ 为向量间距离度量的阈值。采用这样的方法则得到了各向量的初步聚类, 这时按最大分散度法取 \$door\$ 为伸展常数: \$\delta\_l^2 = door (1 \leq l \leq c)\$, 即各个结点的伸展常数相同。

然而以上方法确定的聚类个数不是固定的, 它随伸展常数不同而变化: 伸展常数越大, 聚类个数越少, 则需要的网络结点越少, 网络的精确度就更依赖于权值的学习训练; 反之伸展常数越小, 中心个数越多, 所需要的网络结点越多, 网络的精确度就容易保证。能否不增加网络结点个数就能达到更高的精度呢? 也就是能否以较少的网络结点结构达到与较多网络结点结构相近的精度呢? 其方法就是尽量使各个聚类中心更合理。基于这样的考虑, 设计了组内参数的模糊调整策略, 从而进一步调整网络的中心参数。该调整方法明显的优点是: 与全局调整的策略相比, 组内调整显然节约了大量的学习时间; 模糊调整优于传统的等步幅调整方法。具体的调整策略为: 按样本 \$x\_i\$ 属于第 \$l\$ 类样本的模糊程度来调整中心和伸展常数, 与中心的距离越近, 调整的步幅越大, 反之步幅越小, 是一种变步长调整策略。

为方便描述模糊调整方法, 引入模糊隶属度的概念。

定义 2 训练数据的聚类中心为 \$c = \{c\_l \in R^M, 1 \leq l \leq C\}\$, \$X\_l = \{x | \|x - c\_l\| \leq door\}\$ 为以 \$c\_l\$ 为中心的样本集合, \$1 \leq l \leq c, \forall x\_i \in X\_l\$, 则 (5) 式为 \$x\_i\$ 隶属于 \$X\_l\$ 的模糊隶属度, 记为 \$p\_{li}\$。

$$p_{li} = \frac{\exp(-\|x_i - c_l\|^2)}{\sum_{x_i \in X_l} \exp(-\|x_i - c_l\|^2)} \quad (5)$$

\$p\_{li}\$ 反映了组内的各个样本属于中心向量的程度, 对于各个样本而言, (5) 式的分母固定, 分子 \$\exp(-\|x\_i - c\_l\|^2)\$ 越大, 隶属度越强。

根据定义 2, 组内模糊调整的具体方法为: 扫描各个输入样本 \$x\_i\$, 若 \$x\_i \in X\_l\$, 则按样本 \$x\_i\$ 属于 \$X\_l\$ 的模糊程度来调整聚

类中心为  $c_l$  和伸展常数  $\delta_l^2$ 。具体算法为:

1) 取第  $l$  个中心向量  $c_l$ , 依次取样本  $x_s, s = 1, 2, \dots, P$ ;

2) 若  $x_s \in X_l$  即第  $i$  个输入样本属于第  $l$  个中心向量代表的聚类, 则用(5)式计算第  $i$  个输入样本属于第  $l$  个中心向量的隶属度  $p_{li}$ 。

3) 用(6)式计算调整速度。(6)式是按调整速度随着学习次数线性下降来设计的, 它符合从粗调到微调的调整方法。

(6)式中,  $t$  为当前训练次数,  $T$  为训练总次数:

$$\eta(t) = \eta(1) - (\eta(1) - 0.1)(t-1)/(T-1) \quad (6)$$

4) 在求得隶属度  $p_{li}$  和调整速度  $\eta(t)$  的基础上, 使用(7)式对第  $l$  个中心向量进行模糊调整。实质上  $p_{li}$  对调整速度进行了进一步的修正, 修正幅度的大小取决于样本距离中心向量的远近。

$$c_l = c_l + \eta(t)p_{li}(x_s - c_l) \quad (7)$$

5) 根据隶属度  $p_{li}$  按照(8)式计算第  $l$  个中心对应的伸展常数。(8)式是按照隶属度的大小对伸展常数进行模糊设计, 是对最大分散度法的改进。

$$\delta_l^2 = \sum_{x_s \in K_l} p_{li}(x_s - c_l)'(x_s - c_l) / \sum_{x_s \in K_l} p_{li} \quad (8)$$

### 2.3 连接权 $W$ 的学习

按照梯度下降法进行网络学习, 从而确定连接权  $W$  的值。对于第  $s$  个输入样本, 对应的第  $j$  个输出分量的误差为:

$$E_{sj} = \frac{1}{2}(f_{sj} - \sum_{i=1}^n z_i w_{ji})^2 \quad (9)$$

则:

$$\frac{\partial E_{sj}}{\partial w_{ji}} = (y_{sj} - f_{sj})z_i \quad (10)$$

则网络权值的更新公式为:

$$w_{ji} = w_{ji} + \alpha(t) \frac{\partial E_{sj}}{\partial w_{ji}} \quad (11)$$

式中  $\alpha(t)$  为学习速度,  $\alpha(t)$  按随学习次数线性下降的规则选取。

## 3 仿真实验

仿真实验在 Matlab 环境中进行。选择的退化图像为典型的平移加旋转后的模糊图像和添加了高斯噪声的模糊图像(以标准图像库中的 camera.tif 为例)。仿真时确定的主要参数为:  $L_1 = L_2 = 32, \alpha(1) = 0.15, \eta(1) = 1.0, T = 10$ 。

根据实际中图像的退化情况, 实验模拟了两种情况: 一种模糊化, 二是噪声。对于模糊化的情况, 实验中采用平移加旋转的模拟方法, 对原始清晰图像(图2(a)所示), 进行平移  $N$  个像素同时旋转  $\alpha$  度从而形成模糊图像, 进行网络训练后, 以类似的模糊图像作为输入(图2(b)所示), 则网络的输出端得到恢复后的图像(图2(c)所示), 在模糊化的实验中, 聚类时指定的常数  $door = 1.0^2 * L_1 * L_2, N = 10, \alpha = 15$ 。

对于噪声情况, 方法与模糊化类似。实验中采用的方法是对原始清晰图像添加均值为0、方差为0.01的高斯噪声。噪声图像如图2(d)所示, 恢复后的图像如图2(e)所示。在噪声的实验中, 聚类时指定的常数  $door = 3^2 * L_1 * L_2$ 。

实验中, 计算了图2(a)~图2(e)的恢复效果, 对比数据与结论如下:

1) 对于平移加旋转后的图像的恢复效果为: 图2(b)的

平移加旋转图像与原始图像的方差为 448.3472, 而对应的恢复后的图2(c)与原始图像的方差为 3.2150, 恢复后的图与原图误差已很小。

2) 对于高斯噪声图像的恢复效果为: 图2(d)高斯噪声图像与原始图像的方差为 598.0251, 而对应的恢复后的图2(e)与原始图像的方差为 19.0785。

3) 由以上的实际恢复效果和对比数据可知: 恢复后的图像虽有微弱的明暗变化, 但不影响图像的清晰度, 表明恢复是成功的, 从而验证了基于样本排序和模糊参数优化的 RBF 图像恢复算法是正确的, 且效果良好。

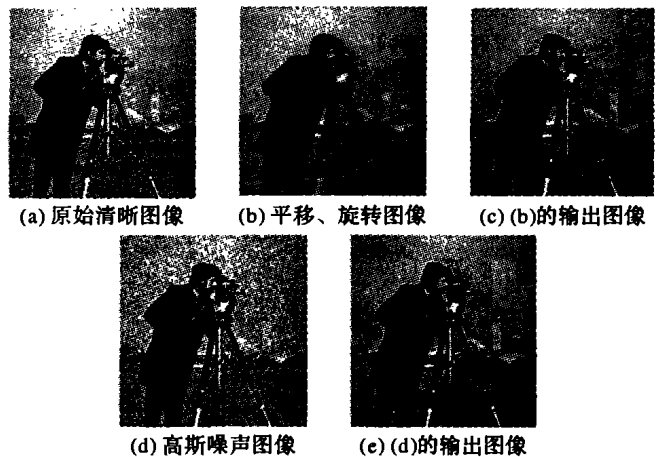


图2 仿真实验结果图

## 4 结语

RBF 属于局部学习的网络, 学习时每次只需调整部分权值, 不易陷入局部极小值; 加之网络的相似输入产生相似输出的适应性, 使得恢复退化程度相似的图像成为可能。用 RBF 网络进行图像恢复, 不需要知道图像的退化模型, 从一个全新的角度展示了解决图像恢复问题的新方法。

### 参考文献:

- [1] WONG HS, GUAN L. Adaptive regularization in image restoration using a model-based neural network[J]. Opt. Eng., 1997, 36(12): 3297-3308.
- [2] PERRY SW, GUAN L. Weight assignment for adaptive image restoration by neural networks[J]. IEEE Transactions on neural Networks, 2000, 11(1): 156-170.
- [3] CHOU YT, RAMA C, ASEEM IV, et al. Image restoration using a neural network[J]. IEEE Trans. Assp, 1988, 36: 1141-1151.
- [4] CHO SY, CHOV IIS. A Neural-learning-based Reflectance Model for 3-D Shape Reconstruction[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000, 47(6): 1346-1349.
- [5] 赵保军, 史采成, 沈胜宏, 等. 一种基于 CMAC 的图像恢复算法[J]. 中国图像图形学报, 2001, 6(A)(8): 780-783.
- [6] MOODY J, DARKEN C. Fast Learning in Networks of Locally-tuned Processing Units[J]. Neural Computation, 1989(1): 281-294.
- [7] CHIU SL. Fuzzy Model Identification Based on Cluster Estimation[J]. Journal of Intelligent and Fuzzy System, 1994, 2(3).
- [8] CHEN S, COWAN CFN, GRANT PM. Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks[J]. IEEE Transactions on neural networks, 1991, (3): 02-308.