

文章编号: 1001-9081(2005)06-1422-02

一种基于数据分布的 Turbo 码改进译码算法

朱光喜, 辛 毓, 冯 斌, 喻 莉

(华中科技大学 电子与信息工程系, 湖北 武汉 430074)

(watermelonxy@etang.com)

摘 要:在 Turbo 码的诸多译码算法中, MAX-Log-MAP 算法由于具有较低的复杂度得到广泛的应用,但其性能却有较大损失。为了提高该算法的性能,同时又不增加复杂度,在传统的线性拟合方法基础上,对不同译码阶段的数据采用不同精度的线性拟合。仿真结果表明,该算法比较 MAX-Log-MAP 算法的性能改善较大,硬件实现更简单。

关键词:Turbo; MAX-Log-MAP; 线性拟合; 统计分布

中图分类号: TP393.04 **文献标识码:** A

Improvement on the decoding algorithm of Turbo codes according to the data distributing

ZHU Guang-xi, XIN Yu, FENG Bin, YU Li

(Department of Electronic and Information, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan Hubei 430074, China)

Abstract: A novel decoding algorithm of turbo codes was proposed in this paper. Based on the MAX-Log-MAP algorithm, the novel algorithm not only used the segment linearity function but also took the statistic of the decoding data into account. Experimental results demonstrate that it performs better than the MAX-Log-MAP algorithm using traditional segment linearity function.

Key words: Turbo; MAX-Log-MAP; linearity function; statistic

0 引言

Turbo 码^[1]是一种并行级联卷积码。通过对 Shannon 信道编码定理进行分析可以看到, Shannon 在对定理的证明中引用了三个基本条件:采用随机性编译码、分组码的码组长度无限及译码过程采用最佳的极大似然译码方案。Turbo 码对这些基本条件很巧妙的加以实现。在编码端, Turbo 码采用链接编码思想,将多个卷积码编码器并行级联,并在此基础上,将各成员编码器与交织器结合,以去除各成员编码器间输入数据的相关性,实现了随机编码的思想。在解码端,则采用软输入软输出迭代译码来逼近极大似然译码。但由于 C. Berrou 等人在提出 Turbo 时仅就一参数给出了计算机仿真结果,而缺乏理论上的分析和对其性能的解释,所以,在近十年的时间中众多专家学者都对其进行了研究。

对于 Turbo 码理论的研究主要集中在算法的改进,包括成员码的选择、交织器的设计、译码算法的改进、成员码编码器归零处理及停止迭代判据选择等^[1],其中译码基本算法主要有最大后验概率(MAP)算法和软输出维特比(SOVA)算法两大类。MAP 算法是一种最优算法,但运算量大,不利于硬件实现,为此人们提出了损失一定性能,但却利于硬件实现的次最优算法 Log-MAP 和 Max-Log-MAP 算法^[2]。其中 Log-MAP 算法是对数域的精确运算,性能基本没有下降,但由于仍存在指数运算,所以复杂度依然较高。而 Max-Log-MAP 算法将指数域运算变换至对数域并加以近似,使得运算复杂度大为降低,易于硬件实现,但也因此损失了性能,误码率约

下降 0.3dB ~ 0.5dB^[4]。本文针对这一问题,提出一种改进的 Max-Log-MAP 算法,在译码复杂度几乎没有提升的条件下,极大的改善了该算法译码性能。

1 相关研究

MAP 算法的核心^[3]如下:

$$L(u_k | y) = \ln \left(\frac{\sum_{(s',s) \Rightarrow u_k = +1} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s',s) \cdot \beta_k(s)}{\sum_{(s',s) \Rightarrow u_k = -1} \alpha_{k-1}(s') \cdot \gamma_k(s',s) \cdot \beta_k(s)} \right) \quad (1)$$

其中:

$$\alpha_{k-1}(s') = P(S_{k-1} = s' \wedge y_{j < k}) = \sum_{s''} \alpha_{k-2}(s'') \gamma_{k-1}(s'', s')$$

$$\beta_k(s) = P(y_{j < k} | S_k = s) = \sum_{s'} \beta_k(s) \gamma_k(s', s)$$

$$\gamma_k(s', s) = P(\{y_k \wedge S_k = s\} | S_{k-1} = s')$$

首先计算 γ 值,然后通过 γ 值,进一步递归计算得 α 与 β 的值,最后根据所得的 α 、 β 和 γ 值计算得到所需的 $L(u_k | y)$ 值,这便是 MAP 算法中似然值计算的基本流程。由于计算过程中涉及到较多乘法,为简化运算,对上式做如下调整^[3]:

定义:

$$A_k(s) = \ln(\alpha_k(s)) = \ln \left(\sum_{s'} \exp(A_{k-1}(s') + \Gamma_k(s', s)) \right)$$

$$B_k(s) = \ln(\beta_k(s)) = \ln \left(\sum_{s'} \exp(B_k(s) + \Gamma_k(s', s)) \right) \quad (2)$$

$$\Gamma_k(s', s) = \ln(\gamma_k(s', s))$$

将其带入式(1)可得:

收稿日期:2004-11-05;修订日期:2005-01-26 基金项目:国家 863 计划项目(2002AA119010)

作者简介:朱光喜(1945-),男,湖北人,教授,博士生导师,主要研究方向:多媒体通信、第四代移动通信等;辛毓(1980-),女,硕士研究生,主要研究方向:多媒体通信与信道编码;冯斌(1978-),男,博士研究生,主要研究方向:多媒体通信与广义率失真研究;喻莉(1970-),女,副教授,主要研究方向:计算机网络,多媒体通信与数据压缩编码。

$$L(u_k | y) = \ln \frac{\sum_{(s', s) \Rightarrow u_k = +1} \exp(A_{k-1}(s') + \Gamma_k(s', s) + B_k(s))}{\sum_{(s', s) \Rightarrow u_k = -1} \exp(A_{k-1}(s') + \Gamma_k(s', s) + B_k(s))} = \ln \left(\sum_{(s', s) \Rightarrow u_k = +1} \exp(A_{k-1}(s') + \Gamma_k(s', s) + B_k(s)) \right) - \ln \left(\sum_{(s', s) \Rightarrow u_k = -1} \exp(A_{k-1}(s') + \Gamma_k(s', s) + B_k(s)) \right) \quad (3)$$

观察式(2)和式(3),两式中均存在指数求和后的对数运算,与式(1)比较,虽然没有了乘法运算,但是却引入了指数求和后求对数的复杂运算,故采用 Jacobian 公式:

$$\ln(e^{x_1} + e^{x_2}) = \max(x_1, x_2) + \ln(1 + e^{-|x_1 - x_2|}) = \max(x_1, x_2) + f(\delta) \quad (4)$$

其中 $\delta = |x_1 - x_2|$ 。对(2)、(3)两式的运算分别进行简化,使指数求和后求对数的运算极大转换为加法和比较运算,便得到 Log-MAP 算法。

对式(4)做进一步近似,省略函数 $f(\delta) = \ln(1 + \exp(-\delta))$,去除所有的指、对数运算,则式(1)的运算完全转化为加法与比较运算,此时的 Log-MAP 算法便退化为相应的 MAX-Log-MAP 算法。

很显然,Log-MAP 到 MAX-Log-MAP 算法,译码复杂度是降低的,同时也因为信息的丢失而使译码性能下降。为了尽可能的简化运算,并保证算法性能,如何对式(4)中函数 $f(\delta)$ 进行适当的近似运算,成为研究的焦点。目前的研究主要分为三类^[5]:1)是采用一个预先填好的表格来计算相关函数 $f(\delta) = \ln(1 + \exp(-\delta))$,在解码时直接根据表格进行查找,而无需临时计算。文献[4]中,对所需预存的 $f(\delta)$ 值进行了研究,指出仅需预存八个介于 0 ~ 5 之间的 $f(\delta)$ 值便可保证算法有较好的性能。2)是采用线性拟合法,即用线性函数 $f(x) = ax + b$ 来对 $f(\delta)$ 进行近似,通过以线性计算替代指数对数运算达到简化目的。文献[6]中,对 $f(\delta)$ 分七段进行了线性拟合,在基本不损失性能的前提下,不仅简化了算法,还有利于硬件实现。3)是采用门限近似法,以固定值对算法进行修正。其中,以线性拟合法对性能的损失最小,仿真得到的性能曲线最接近 Log-MAP 算法。

2 算法改进

文献[6]通过对 Log-MAP 算法的研究得知, $f(\delta)$ 函数运算的精确度将极大影响算法性能,因此对 $f(\delta)$ 函数进行线性拟合,采用七分段线性函数来近似替代复杂的指数对数函数运算,以此来保证算法的低复杂度和高性能,可将之视为线性拟合法的推广。但该方法仅从数学意义上对 $f(\delta)$ 函数进行了拟合,且是采用全程相同的分段拟合,而未具体结合 Turbo 码译码算法中其自身的数据特点,因此,本文考虑通过结合 $f(\delta)$ 函数在译码不同阶段的具体应用,给出不同的分段线性拟合,以进一步提高算法性能。

通过对 (MAX-)Log-MAP 算法进行研究可知,公式(4)在译码的过程中在两个阶段用到。首先是在 A_k 、 B_k 的计算中。以 A_k 为例,根据式(2)的定义,及二进制成员码的特性(即 s 的前状态 s' 只有两种可能),易推导出下式:

$$A_k(s) = \ln(\alpha_k(s)) = \ln \left(\sum_{s'} \alpha_{k-1}(s') \gamma_k(s', s) \right) = \ln \left(\sum_{s'} \exp(A_{k-1}(s') + \Gamma_k(s', s)) \right) = \max_{s'} (A_{k-1}(s') + \Gamma_k(s', s)) + f(\delta) \quad (5)$$

其中 $\delta = |(A_{k-1}(s'_1) + \Gamma_k(s'_1, s)) - (A_{k-1}(s'_2) +$

$\Gamma_k(s'_2, s))|$ 。其次对于 Jacobian 算法的第二处应用,在式(3)的运算中,需要将式(4)变换成如下形式的递归运算:

$$S_n = \ln(e^{x_1} + e^{x_2} + \dots + e^{x_n}) = \ln(e^{S_{n-1}} + e^{x_n}) = \max(S_{n-1}, X_n) + f(\delta) \quad (6)$$

其中 $\delta = |S_{n-1} - x_n|$ 。由文献[3]可知,一次迭代所获得的增益最大,因此第一次迭代时的近似最为重要,从而仅对一次迭代时的两处 δ 进行统计,据此进行近似运算。

通过对标准视频测试序列 Bus, qcif, Football, qcif, Foreman, cif 和随机生成的二进制数据进行 Turbo 码仿真试验,统计在不同信道及信噪比条件下 $f(\delta)$ 函数在不同应用处的自变量值,经观察发现,各数据在不同信道及信噪比条件下得到的分布图十分类似。图1和图2为 Bus 序列在 AWGN 信道下所得统计直方图,其中横坐标为统计量 δ 的值,纵坐标为统计量在相应区间分布数量。由于 $f(\delta)$ 函数自身为递减函数,且在 $\delta > 5$ 时,其值已经远小于 0.01,故本文在做线性拟合时仅考虑 $\delta < 5$ 的统计值。对图1和图2进行比较分析可知,图1中 δ 值的分部在要集中于 $[0, 2.5]$ 区间,而图2中 δ 值在 $[0, 5]$ 区间上有较均匀的分布。因此,在本文所采用的线性拟合算法中,对于 A_k 和 B_k 的计算,函数 $f(\delta)$ 进行 $[0, 5]$ 区间上的五分段线性拟合,其后值视为 0,其中在 δ 值分部密集的 $[0, 2.5]$ 区间做较细致的三分段线性拟合,具体公式如下:

$$f_1(\delta) = \begin{cases} -0.438 + 0.7, & 0 \leq \delta < 0.7 \\ -0.248 + 0.56, & 0.7 \leq \delta < 1.5 \\ -0.1238 + 0.38, & 1.5 \leq \delta < 2.5 \\ -0.038 + 0.14, & 2.5 \leq \delta < 5 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

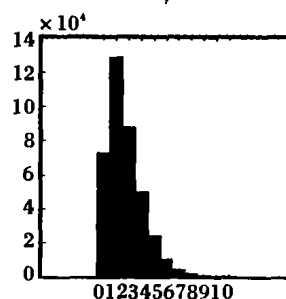


图1 第一处应用 δ 值统计

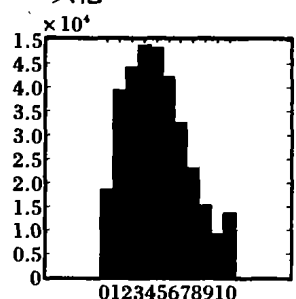
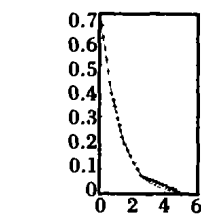
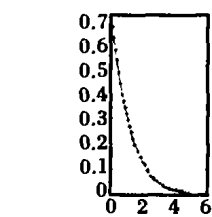


图2 第二处应用 δ 值统计



(a) 修正因子与拟合曲线 f_1



(b) 修正因子与拟合曲线 f_2

图3 分段拟合图

对于第二处应用,由于 δ 值在 $[0, 5]$ 区间上分布较均匀,因此采用比第一处应用更为精细的六分段线性拟合,除 $[0, 2.5]$ 区间上的三分段拟合外, $[2.5, 5]$ 区间上也做二分段线性拟合,拟合图如图3所示,具体公式如下:

$$f_2(\delta) = \begin{cases} -0.438 + 0.7, & 0 \leq \delta < 0.7 \\ -0.248 + 0.56, & 0.7 \leq \delta < 1.5 \\ -0.1238 + 0.38, & 1.5 \leq \delta < 2.5 \\ -0.0458 + 0.18, & 2.5 \leq \delta < 3.5 \\ -0.0148 + 0.078, & 3.5 \leq \delta < 5 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

(下转第1426页)

2) 根据映射关系将服务的形式化描述转换成 OOPN 的描述;

3) 根据定义 1 将相应的服务按照一定业务逻辑组合在一起形成合成服务的形式化模型;

4) 利用 Petri 网技术与验证模型。

3 实例

为了给用户出行提供方便,各个交通部门通过 Internet 提供了基于 Web 服务的交通信息查询服务。然而,这些服务都是针对不同的交通设施的,各有优缺点。一个第三方的网络运营公司将这些服务通过一定的业务规则整合到一起,为用户提供一个综合服务。通过这个综合服务,用户得到从起始点到终止点经济高效的出行策略。其中包括公交、地铁的综合出行换乘方案和出租车的参考价格。 WS_{bus} , WS_{subway} , WS_{taxi} 分别代表三种交通设施运营公司提供的服务。 OP_{bus} , OP_{subway} , OP_{taxi} 分别是三个服务提供的操作。合成的 Web 服务包括两个操作,其中一个顺序调用公交车与地铁的服务从而给出综合出行换乘方案,另外一个提供出租车参考价格服务。利用合成运算定义得到合成的

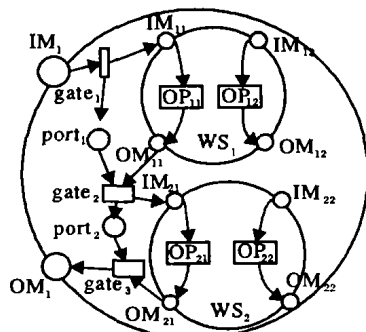


图5 顺序运算

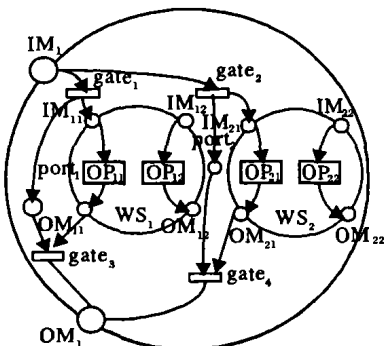


图6 选择运算

Web 服务的运算表达式: $Service = [WS_{bus}(OP_{bus}) \otimes WS_{subway}(OP_{subway})] \cup [WS_{taxi}(OP_{taxi})]$ 。利用上述给出的建模步骤,得到了图 7 中基于 OOPN 的合成的 Web 服务的模型。根据此模型便可以进一步对其进行性能分析与评价。

4 结语

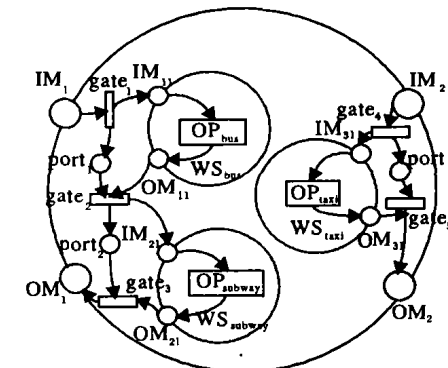


图7 基于 OOPN 的合成的 Web 服务模型

本文主要讨论了基于一种面向对象 Petri 网(OOPN)的 Web 服务合成技术。利用这种方法,不仅能精确描述 Web 服务和合成运算的形式语义,同时还能够建立合成 Web 服务的模型。由于 OOPN 是一种图形化和形式化的建模语言,可以容易地评价模型的性能。下一步的工作将集中在模型的化简与性能评价指标的研究。

参考文献:

- [1] KHALAF R, MUKHI N, WEERAWARANA S. Service-Oriented Composition in BPEL4WS[Z]. WWW2003, 2003.
- [2] HAMADI R, BENATALLAH B. A Petri Net-based Model for Web Service Composition[A]. In Proc Fourteenth Australasian Database Conference (ADC2003) [C], 2003.
- [3] TAO XF, JIANG CJ, DUAN JT. Construction of a Kind of Object-Oriented Petri Net and its Application [J]. Mechanical Science and Technology, 2003, 22(5).
- [4] TAO XF, JIANG CJ. Formalizing Web Service and Modeling Web Service-based System Based on Object Oriented Petri Net[A]. Lecture Notes in Computer Science[C]. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004.

(上接第 1423 页)

3 性能分析

本文的仿真试验采用约束长度为 4, 码率为 1/3, 生成多项式为 (1, 27/31) 的 RSC 码, 分组长度取 1000bit, 采用随机交织器。通过对视频数据 Foreman, qcif, Football, qcif, Bus, cif 和随机生成的二进制数据采用不同的译码算法进行 Turbo 码仿真试验, 得到如下性能曲线图, 其中分段线性拟合采用的是文献 [6] 中的七分法:

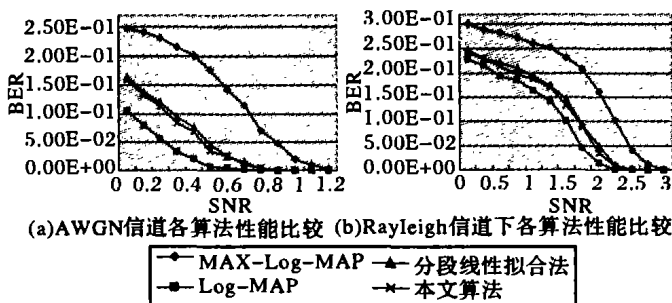


图4 改进算法与其他算法性能比较(SNR 的单位: dB)

由图 4 可以看到, 在四种算法中, 在整个性能曲线上, 本文算法较 Log-MAP 算法有了少许下降, 但较 MAX-Log-MAP 算法有了较大的提高, 同时比文献 [6] 所给出的七分法线性拟合法也有提高, 但其运算复杂度较文献 [6] 所给算法简单 (所采用的为五分法和六分段线性拟合)。

4 结语

本文所述算法对 MAX-Log-MAP 算法中忽略的修正因子做了分段线性拟合, 同时根据修正因子在解码不同阶段的分布情况给与不同精度的线性拟合, 使得在基本不提升算法复杂度的情况下, 最大限度的改善了算法译码性能。

参考文献:

- [1] SKLAR B. A Prime on Turbo Code Concepts[J], IEEE Communications Magazine, 1997.
- [2] BERROU C, GLAVIEUX A, THITIMAJSHIMA P, et al. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding[A]. Turbo codes[C], in Proc Int Conf Communications, May 1993. 1064 - 1070.
- [3] WOODARD JP, HANZO L. Comparative Study of Turbo Decoding Techniques: An Overview[J], IEEE transactions on vehicular technology, 2000, 49(6): 2208 - 2233.
- [4] ROBERTSON P, VILLEBRUN E, HOEHER P. A comparison of optimal and sub-optimal MAP decoding algorithms operating in the log domain[A]. in Proc Int Conf Communications[C]. June 1995. 1009 - 1013.
- [5] 刘东华. Turbo 码原理与应用技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004.
- [6] 许成谦, 林雪红, 陈嘉兴. Turbo 码 Log-MAP 译码算法的一种改进算法[J]. 燕山大学学报, 2002, 26(4): 286 - 288, 300.