

文章编号:1001-9081(2005)08-1913-03

基于混合智能算法的参数标定方法

胡寅¹,肖坤²,李德华¹

(1. 华中科技大学 图像识别与人工智能研究所,湖北 武汉 430074;

2. 西安电子科技大学 工程学院,陕西 西安 710071)

(mz_xiao@163.com)

摘要:针对非线性系统的多参数定标问题,结合最小二乘法和遗传算法各自的优点,提出了一种收敛速度较快、精度较高的混合智能算法。首先通过改进的最小二乘法计算得到问题的次优解,以此作为遗传算法的基因中心值,并将基因范围动态缩小进行进化计算,从而获得最优解。实验结果证明混合算法在工程应用中是有效的。

关键词:定标;最小二乘法;遗传算法

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A

Hybrid intelligent algorithm for parameter calibration

HU Yin¹, XIAO Kun², LI De-hua¹

(1. Institute of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan Hubei 430074, China;

2. School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

Abstract: Combined with fast convergence and high accuracy, a hybrid intelligent algorithm was proposed to solve the parameter calibration of the nonlinear system. The results that computed by the improved least-square algorithm became the the original values of the genetic algorithm where gene range could be dynamically changed. The experiment shows that the hybrid algorithm is valid in practical application.

Key words: calibration; least-square algorithm; genetic algorithm

0 引言

多关节三维扫描仪采用接触式方法获取物体的三维坐标。它由精密制造安装的杆件和关节构成,模拟人类的手臂探测三维物体表面。通过在关节和杆件之间内置的高精度角度传感器,可以获得杆件的转角,再结合机械臂的结构参数,利用坐标转换公式计算出探头的空间位置坐标。它具有体积小、精度高、成本低、操作方便等突出优点,可广泛地应用于机械制造、影视特技、服装设计、三维通讯等领域。

然而,由于杆件、关节、传感器等零部件存在加工和装配误差,使得各部件的实际结构参数与标称参数有一定的偏差;同时旋转关节和长杆件这种结构,对各参数误差在传递到末端探头时具有很大的放大作用,从而引起探头的空间位置坐标误差。因此,为了提高测量精度,对多关节三维扫描仪进行定标,以获得尽可能准确的实际结构参数是非常必要的。

文献[1]提出利用最小二乘法解决定标问题,但用这个方法的最大困难在于它所涉及到的偏导矩阵在最优解附近各元素的值都很小,这使得其逆的求解会遇到很大的困难甚至无法进行。另外,最小二乘法在迭代的初始阶段,收敛速度很快,但在接近最优解时却几乎停滞不前。文献[2]提出了基于遗传算法的参数标定方法,虽然克服了最小二乘法的缺点,但由于本问题参数众多、计算复杂,这种方法要经过将近 3 万代的进化才能收敛达到目标函数阈值。

为此,本文提出了一种修正最小二乘法和基因可变量改进遗传算法相结合的混合智能算法。其主要思想是:先利用修正最小二乘法收敛速度快的优点得到次优解,然后再通过基因可变量改进遗传算法对次优解进行进化计算,最终获得符合要求的高精度结果。实验证明,该算法不仅使本优化问题具有精确稳定的解,而且具有较高的计算效率,满足了工程实时应用需求。

1 测量模型

多关节三维扫描仪由多个杆件通过旋转关节串联而成。两个杆件之间的相对位置描述是最终求得探头坐标的基础,为此首先建立两杆件之间的相互关系模型。

文献[3]中提出了两个相互连接且相互运动的杆件之间相互关系的分析方法,其模型如图 1 所示。

按 D-H 方法, $\{O_{i-1}, X_{i-1}, Y_{i-1}, Z_{i-1}\}$ 与 $\{O_i, X_i, Y_i, Z_i\}$ 之间的变换可以用坐标系地平移、旋转来实现,即:

$$T_{i-1,i} = Rotate(Z, \theta_i) Transfer(0, 0, h_i) Transfer(d_i, 0, 0) Rotate(X, \alpha_i) \quad (1)$$

用齐次变换矩阵表示为:

$$T_{i-1,i} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & d_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & d_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & h_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

收稿日期:2005-01-16;修订日期:2005-03-29

基金项目:国家 863 计划资助项目(863-306-ZT04-06-3);国家自然科学基金资助项目(69775022)

作者简介:胡寅(1974-),男,江苏泰兴人,讲师,博士研究生,主要研究方向:人工智能、计算机视觉、三维信息获取与处理;肖坤(1972-),女,辽宁抚顺人,讲师,博士研究生,主要研究方向:模式识别、智能控制;李德华(1946-),男,广东丰顺人,教授,博士生导师,主要研究方向:人工智能、思维科学。

$$\begin{bmatrix} U_{i(3 \times 3)} & V_{i(3 \times 1)} \\ 0_{(1 \times 3)} & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 θ_i 为关节的转角; α_i 为相邻关节旋转轴线的夹角; d_i 为相邻关节轴线沿空间公垂线的距离; h_i 为相邻杆件坐标原点沿 Z 轴之间的距离。

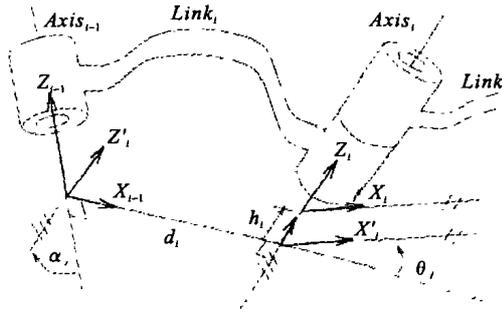


图1 相邻两关节位置示意图

2 计算模型

我们研制的多关节三维扫描仪将六个杆件和一个探头通过六个旋转关节串联连接,一端固定在底座上,另一端(探头)可在空间自由运动,构成了一个球形测量空间。各相邻关节轴线相互垂直,且交于一点。

根据测量模型,由相邻两杆件间的相对位置描述(坐标变换矩阵)可以逐级推导出探头相对于基座坐标系的位置矩阵。因此,探头在基座坐标系下的齐次坐标 P 为:

$$P = T_{01} T_{12} T_{23} T_{34} T_{45} T_{56} T_{67} P_7 \quad (3)$$

其中: $T_{i-1,i}$ ($i = 1, \dots, 7$) 即为(2)式中杆件 i 相对于杆件 $i-1$ 的齐次位置变换矩阵, P_7 为探头在坐标系 $\{O_7, X_7, Y_7, Z_7\}$ 里的齐次坐标 $(0, 0, 0, 1)^T$ 。将(2)式代入(3)式并化简得:

$$P = (U_1 U_2 U_3 U_4 U_5 U_6) V_7 + (U_1 U_2 U_3 U_4 U_5) V_6 + (U_1 U_2 U_3 U_4) V_5 + (U_1 U_2 U_3) V_4 + (U_1 U_2) V_3 + U_1 V_2 + V_1 \quad (4)$$

(4)式包含三个坐标分量方程,它们都是各结构参数和各关节变量的函数,因此(4)式可简写成矢量函数形式,即:

$$P = f(d, h, \alpha, \theta) \quad (5)$$

这里, $d = (d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6)^T$, $h = (h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7)^T$, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6)^T$, $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6)^T$, $P = (p_x, p_y, p_z)^T$, $f = (f_x, f_y, f_z)^T$ 。

现在的问题是:求一组结构参数 $\delta = (d, h, \alpha, \theta)$, 使得 $\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \|\Delta P^{(i)}\|_2$ 最小,其中 $\Delta P^{(i)}$ 为探头的坐标误差。

3 参数标定

探头的坐标误差 ΔP 由各结构参数误差 $(\Delta d, \Delta h, \Delta \alpha, \Delta \theta)$ 所决定。

在文献[1]中,假设这些参数误差足够小,对(5)式进行全微分,可近似得到探头的空间坐标误差方程:

$$\Delta P \approx \frac{\partial f}{\partial d} \Delta d + \frac{\partial f}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial f}{\partial \alpha} \Delta \alpha + \frac{\partial f}{\partial \theta} \Delta \theta \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial d} \Delta d &= \sum_{i=1}^6 \frac{\partial f}{\partial d_i} \Delta d_i & \frac{\partial f}{\partial h} \Delta h &= \sum_{i=1}^7 \frac{\partial f}{\partial h_i} \Delta h_i \\ \frac{\partial f}{\partial \alpha} \Delta \alpha &= \sum_{i=1}^6 \frac{\partial f}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i & \frac{\partial f}{\partial \theta} \Delta \theta &= \sum_{i=1}^6 \frac{\partial f}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i \end{aligned}$$

将式(6)用矩阵方式简单描述,即:

$$\Delta P = J_\delta \Delta \delta \quad (7)$$

这里, $\Delta P = (\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z)^T$, J_δ 是一个 3×25 的误差系数矩阵:

$$J_\delta = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial d_1} \dots \frac{\partial f_x}{\partial d_6} & \frac{\partial f_x}{\partial h_1} \dots \frac{\partial f_x}{\partial h_7} & \frac{\partial f_x}{\partial \alpha_1} \dots \frac{\partial f_x}{\partial \alpha_6} & \frac{\partial f_x}{\partial \theta_1} \dots \frac{\partial f_x}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial f_y}{\partial d_1} \dots \frac{\partial f_y}{\partial d_6} & \frac{\partial f_y}{\partial h_1} \dots \frac{\partial f_y}{\partial h_7} & \frac{\partial f_y}{\partial \alpha_1} \dots \frac{\partial f_y}{\partial \alpha_6} & \frac{\partial f_y}{\partial \theta_1} \dots \frac{\partial f_y}{\partial \theta_6} \\ \frac{\partial f_z}{\partial d_1} \dots \frac{\partial f_z}{\partial d_6} & \frac{\partial f_z}{\partial h_1} \dots \frac{\partial f_z}{\partial h_7} & \frac{\partial f_z}{\partial \alpha_1} \dots \frac{\partial f_z}{\partial \alpha_6} & \frac{\partial f_z}{\partial \theta_1} \dots \frac{\partial f_z}{\partial \theta_6} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$\Delta \delta$ 是一个 25×1 的误差参数矢量:

$$\Delta \delta = (\Delta d_1, \dots, \Delta d_6, \Delta h_1, \dots, \Delta h_7, \Delta \alpha_1, \dots, \Delta \alpha_6, \Delta \theta_1, \dots, \Delta \theta_6)^T \quad (9)$$

我们预先知道 k 个定标点的实际坐标 $P_A^{(i)}$ ($i = 1, \dots, k$), 同时根据已知的各参数值由公式(4)算出理论坐标 $P^{(i)}$ ($i = 1, \dots, k$), 从而得到坐标误差矢量 $\Delta P^{(i)} = P_A^{(i)} - P^{(i)}$ ($i = 1, \dots, k$), 再由公式(8)算出各偏导系数矩阵 $J_\delta^{(i)}$, 这样一共可以得到 $3k$ 个误差方程,用矩阵表示为:

$$\Delta E = G \Delta \delta \quad (10)$$

其中, $\Delta E = (\Delta P^{(1)}, \dots, \Delta P^{(k)})^T$, $G = (J_\delta^{(1)}, \dots, J_\delta^{(k)})^T$

(10)式中有 25 个未知量,只要 $3 \times k > 25$, 则可运用最小二乘法求出:

$$\Delta \delta = (G^T G)^{-1} G^T \Delta E \quad (11)$$

把(11)式计算出的值作为结构参数误差的修正量代入(4)式、(7)式、(10)式,计算出新的探头坐标误差和偏导系数矩阵,再重复(11)式的计算。经过以上的反复迭代过程,直到探头坐标误差小于设定值,最后获得参数解。

4 算法改进

上述方法理论上是合理的,但在工程应用实践中存在一些不足,主要表现在(11)式中的偏导矩阵 $G^T G$ 在迭代过程中往往会成为奇异阵,使得求逆运算无法进行。

4.1 修正最小二乘法

在得到(10)式后,设 $G \in R^{m \times n}$, 用一系列 Householder 变换将 G 和 ΔE 化为如下形式:

$$QG = \begin{bmatrix} S_{n \times n} \\ 0_{(m-n) \times n} \end{bmatrix} \quad Q \Delta E = \begin{bmatrix} \Delta E_1 \\ \Delta E_2 \end{bmatrix}$$

其中, Q 是 n 个 m 阶 Householder 方阵乘积,故 Q 为正交矩阵, S 为 n 阶可逆上三角矩阵, $\Delta E_1 \in R^{n \times 1}$, $\Delta E_2 \in R^{(m-n) \times 1}$ 。

$$\because \|Q\|_2 = 1 \text{ 及对任意矢量 } X \text{ 有 } \|QX\|_2 = \|X\|_2$$

$$\therefore \|\Delta E - G \Delta \delta\|_2 = \|Q(\Delta E - G \Delta \delta)\|_2 =$$

$$\left\| \begin{bmatrix} \Delta E_1 - S \Delta \delta \\ \Delta E_2 \end{bmatrix} \right\|_2$$

因此,当 $\Delta \delta = S^{-1} \Delta E_1$ 时, $\|\Delta E - G \Delta \delta\|_2$ 取得最小值 $\|\Delta E_2\|_2$ 。

具体计算公式如下:

1) $k = 1, 2, \dots, n$, 按下列步骤循环计算:

$$(1) a = \left[\sum_{i=1}^n (g_{ik})^2 \right]^{1/2}, \text{ 其中 } (g_{ik}) = G$$

$$(2) X = (0, \dots, 0, g_{kk} + \text{sign}(g_{kk})a, g_{k+1,k}, \dots, g_{nk})^T, \text{ 其中 } \text{sign} \text{ 为符号函数}$$

$$(3) b = 2a(a + |g_{kk}|)$$

$$(4) q^T = 2X^T G / b$$

- (5) $\mu = 2X^T E/b$
- (6) $G \leftarrow G - Xq^T$
- (7) $\Delta E \leftarrow \Delta E - \mu X$

2) 这时, G 化为上三角矩阵 $\begin{bmatrix} S_{n \times n} \\ 0_{(m-n) \times n} \end{bmatrix}$, ΔE 化为 $\begin{bmatrix} \Delta E_1 \\ \Delta E_2 \end{bmatrix}$, 依

次回代即可求出 $\Delta\delta$, 该值将作为下面改进遗传算法的初始值。

4.2 基因可变限改进遗传算法

遗传算法 (Genetic Algorithm) 与其他搜索方法相比, 它具有其他算法所没有的自适应性、全局优化性和隐含并行性, 体现出很强的解决问题的能力^[4,5]。

然而由于本问题参数众多, 计算复杂, 一般的遗传算法效果并不十分明显, 文献[2]的数据表明, 在只有 10 个定标点的情况下, 进化到将近 3 万代才能达到精度要求, 收敛速度太慢。我们经过仔细分析后发现, 这主要是由于每个参数的上下限都是按照加工装配的误差范围统一确定的, 这就导致每类参数的误差中心和误差半径都一样, 而实际上具体到每个参数, 其误差中心不可能一样, 误差半径可以比规定的更小。文献[2]一视同仁, 种群在较差的起点上和较大的变化范围内进化, 造成收敛速度很慢。

为此, 对一般遗传算法改进如下:

1) 编码: 为了克服二进制编码由于参数量化成二进制基因时带来的量化误差, 我们采用实数编码表示的基因。将参数直接映射到基因范围中的一个浮点数, 整个参数向量联合编码为一个染色体个体, 染色体的各基因分别对应一个参数。实数编码适合于精度要求较高的遗传算法, 能改善遗传算法的计算复杂性, 提高运算效率。

2) 产生初始群体: 将修正最小二乘法得到的结构参数误差作为各基因上下限的中心值, 并将基因范围缩小至规定误差范围的 1/3, 随机生成 n 个个体作为初始群体。这点很重要, 因为较好的初始群体和较小的变化范围, 使得收敛速度大大加快。

3) 计算适应度: 本问题是求一组结构参数

$$\delta = (d, h, \alpha, \theta), \text{ 使得 } s = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \|\Delta P^{(i)}\|_2 \text{ 最}$$

小, 因此 s 越小, 其适应度越大, 故适应度函数定义为: $f = 1/(s + 1)$, 分母加 1 可避免除法出错。

4) 选择: 按赌轮选择机制执行遗传算法的选择功能, 即每一个体被选中的概率 p_i 与其适应度值成正比, 即:

$$p_i = f_i / \sum_{i=1}^n f_i$$

5) 交叉与变异: 以交叉概率 P_c 对每两个选中的个体进行交叉, 按下述公式进行: $X' = rX + (1 - r)Y, Y' = (1 - r)X + rY$, 其中 $r \in [0, 1]$ 为一随机数, X', Y' 为产生的新基因。以突变概率 P_m 对交叉后的种群个体中各基因进行突变操作, 得到新个体。对基因 X 的变异操作定义为: $X' = r$, 其中 $r \in [0, 1]$ 为一随机数, X' 为产生的新基因。

6) 进化: 在遗传算法运行过程中, 不断产生出越来越多的优良个体, 但由于选择、交叉、变异等遗传操作的随机性, 它们也有可能破坏掉当前群体中适应度最好的个体, 进而对遗传算法的运行效率、收敛性产生不利影响。为克服这一弱点, 采用最优保存策略进化模型来进行优胜劣汰操作, 即当前群体中适应度最高的个体不参与交叉和变异运算, 而是用它来

替换掉本代群体中适应度最低的个体。该策略可保证整个进化过程始终向着最优的方向进行, 并最终收敛于全局最优点。

7) 终止: 当群体中出现低于目标函数阈值 ε 的个体则停止, 适应值最大的个体对应的参数值即为参数标定值; 否则继续进行选择、交叉、变异、进化等操作。

5 计算机仿真实验

为了验证混合智能算法的效果, 我们进行了计算机模拟实验, 并和传统方法对比, 结果如下:

1) 多关节三维扫描仪各结构参数的标称值和误差值如表 1 所示, 其中长度的单位为毫米, 角度的单位为度, 以下同。

表 1 多关节三维扫描仪结构参数

i	d_i	h_i	α_i	Δd_i	Δh_i	$\Delta \alpha_i$	$\Delta \theta_i$
1	0	150	90	0.28	0.24	-0.31	1.94
2	0	200	-90	-0.12	-0.78	-0.67	-0.82
3	0	400	90	0.03	1.13	0.46	-1.26
4	0	150	-90	0.24	0.45	0.85	1.47
5	0	300	90	-0.37	-0.36	0.18	0.75
6	0	150	-90	0.09	-0.32	-0.14	-0.86
7	0	100	0	0	0.85	0	0

2) 分别采用单纯最小二乘法、一般遗传算法及本文提出的混合智能算法三种方法进行参数标定, 其中遗传算法相关参数为: 群体规模 $L = 30$, 交叉概率 $P_c = 0.95$, 变异概率 $P_m = 0.01$, 误差阈值 $\varepsilon = 0.1$ 。对比结果如表 2 所示。

表 2 不同算法测试结果对比

	单纯最小二乘法		一般遗传算法		混合智能算法	
	迭代次数	平均距离误差	迭代次数	平均距离误差	迭代次数	平均距离误差
1	25.0143		1	10.1303	1	0.4233
2	2.0588		100	9.8435	10	0.3962
3	1.52944		1000	5.4629	50	0.2458
4	0.91343		10000	1.4927	100	0.1302
5	0.91343		20000	0.2383	200	0.1177
1000	0.91341		28769	0.09364	262	0.0939

由表 2 可以看出, 最小二乘法在开始阶段收敛速度很快, 迭代 4 次就将误差从 25mm 缩小到 0.9mm, 但之后却几乎没有多大进展; 一般遗传算法由于参数变化范围较大和初始群体的随机性, 虽然达到了预定的误差阈值, 但收敛很慢 (迭代将近 3 万次); 而本文提出的方法充分利用了最小二乘法得到优良的初始群体和较小的参数范围, 再加上改进遗传算法高精度的全局优化搜索, 在收敛速度 (比一般遗传算法快了近百倍) 和解的精度上取得了令人满意的结果。

参考文献:

- [1] 叶东, 黄庆成, 车仁生. 多关节坐标测量机结构参数的校准[J]. 宇航计测技术, 1999, 19(6): 12-16.
- [2] 邹璇, 李德华. 多关节机械臂的坐标模型和参数标定[J]. 光学精密工程, 2001, 9(3): 252-256.
- [3] DENAVIT J, HARTENBERG R. A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices[J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1955, 22(6): 215-221.
- [4] GOLDBERG DE. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning[M]. MA: Addison Wesley, 1989.
- [5] 周明, 孙淑栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.