

基于遗传算法的骨骼结构模型概念创新设计

吴海龙,刘希玉,向来生

(山东师范大学 管理与经济学院,济南 250014)

(blairwu1986@163.com)

摘要:讨论了一种计算机辅助概念设计的新思路,分析骨骼结构理论参数控制,增加了弧度作为控制参数并对实体进行分析。采用遗传算法对骨骼结构的参数进行优化。通过对遗传计算中父代编码的筛选,提高了遗传算法结果的质量。实验基于 Visual C++ 平台,利用 ACIS-HOOPS 类库为基础,以吊灯造型的概念设计为例,按照提取骨骼结构、建模、遗传变异、产生概念设计结果等步骤,能产生大量整体协调、造型优美的吊灯造型供用户选择。

关键词:骨骼结构;遗传算法;计算机辅助设计;概念设计;创新设计

中图分类号: TP391.72 **文献标志码:** A

Skeleton structure of conception innovative design based on genetic algorithm

WU Hai-long, LIU Xi-yu, XIANG Lai-sheng

(School of Management and Economics, Shandong Normal University, Jinan Shandong 250014 China)

Abstract: A new kind of computer aided conceptual design method was studied, control parameter of the skeleton structure theory was analyzed, the radian as control parameter was increased and the entities were analyzed. The skeleton structure parameters were optimized by Genetic Algorithm (GA), and the quality of the results of GA was optimized by controlling parents' codes. The experiment used Visual C++ as the platform, and ACIS-HOOPS class as foundation. A conceptual design of chandelier shape was given, after abstracting skeleton structure, modeling, genetic variation and producing results of conceptual design steps, a large number of overall coordination and elegant chandelier forms were available for user to choose.

Key words: skeleton structure; Genetic Algorithm (GA); Computer Aided Design (CAD); conceptual design; innovation design

随着智能计算算法的深入研究和广泛应用,基于智能计算的计算机辅助设计成为一个新的研究热点。从其功能上分,第一种是工程优化问题,第二种是创造性设计问题。在设计的过程中对实体表达的方式有很多种,伴随着数字化技术的发展以及数学建模技术的提高,产生了许多更高层次的抽象表示方法,如基于骨骼结构的建模等。

本文主要对基于交互式遗传算法的计算机辅助概念设计进行研究。该研究的主要对象是可由实体的骨骼信息完全描述概念特征的设计对象,如传统的吊灯实体等。该研究的目的是通过对骨骼的编码及适应值函数的构造,能够主观地控制骨骼的外观特征,而利用遗传算法协助设计者找到既符合外观特征又具变化的设计方案。

1 骨骼结构

1.1 骨骼结构相关研究

骨骼结构起源于实体建模,实体建模起源于对现实世界中的实体数据化。实体的表示方式从适合计算机存储的表示方法逐渐发展为适合人类认识的表示。中国古代皮影画就利用了骨骼结构建模的思想,通过皮影人物骨骼结构的变化,产生丰富多彩的动画^[1]。Machwe 和 Parmee 教授通过对房屋骨骼的模型,设计出一种新的房屋结构模型^[2]。Grenoble 大学的 Bernhardt 利用骨骼结构寻找到了从 2D 图画到 3D 模

型的快速方法^[3]。美国 Sherstyuk 教授利用多项式关键点对骨骼结构的反转曲面进行了研究^[4]。骨骼作为实体表示的一种高级的抽象方法很早就被提出过,其主要应用领域是通过骨骼对实体进行理解^[5-8]。本文将骨骼作为创作的一种工具,直接将骨骼作为研究的对象,利用实体的骨骼进行实体的设计。

1.2 骨骼结构定义

郑自然博士在研究骨骼的实体设计做了大量的研究工作。他对骨骼结构定义为:针对一个设计对象,骨骼是多条首尾相连连接的线段所组成的可以在一定程度上表征设计对象外观特征的线段集合^[9]。他从研究骨骼的本质出发,将半径固定,而利用线段之间的角度来表示骨骼。从而有如下定义。

定义 1 一个具有 n 段线段长的骨骼,它可以看做一个二元组 (d, α) , 即两个向量的集合, 其中 $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1})$, $d = (d_1, d_2, \dots, d_{n-1})$, $\alpha_i \in \{\alpha: |\alpha| < \beta\}$ 。

定义中涉及两个向量,它们分别是线段之间的角度向量和线段的长度向量。其中的角度向量可以随机生成,这也是后面算法中遗传算法主要搜索的对象。而线段长度向量也即相邻关节点之间的距离则一般不变。

郑自然博士为了方便研究角度变化对骨骼结构的影响而采用将半径固定,但是在实际造型中这种造型方法会有很大

收稿日期: 2010-08-31; **修回日期:** 2010-12-26。 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(60873058); 山东省自然科学基金资助项目(J05G01); 山东省信息化专项建设资金资助项目(2008R00038)。

作者简介: 吴海龙(1986-),男,山东济南人,硕士研究生,CCF 会员,主要研究方向:计算智能、创新设计; 刘希玉(1964-),男,山东济南人,教授,博士生导师,博士,主要研究方向:进化计算、人工神经网络; 向来生(1957-),男,山东淄博人,研究员,博士,主要研究方向:区域经济可持续发展。

的局限性。考虑到实际造型中存在着大量弧形结构和圆形结构,本文采用将半径固定,并加上半径的适应权值的方法来表示骨骼适应的弯曲程度。在原定义基础上做出如下发展。

定义2 一个具有 n 段线段长的骨骼 S , 它可以看做一个三元组 (α, d, w) , 即三个向量的集合, 其中 $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1})$, $d = (d_1, d_2, \dots, d_{n-1})$, $w = (w_1, w_2, \dots, w_{n-1})$, $\alpha_i \in \{\alpha: |\alpha| < \beta\}$, $w_i \in \{w: |w| < \delta\}$ 。定义中的 β 为角度的定义域, δ 为骨骼的弧度定义域, 均不能超过一定范围。这些数值可以作为约束来初始化或者作为适应值函数来最优化骨骼的进化。

如图1所示: α_i 表示第 i 个点和 $i-1$ 点连成的线段与 $i-1$ 点和 $i-2$ 点之间延长线的角度, d_i 表示第 i 条线段的长度, w_i 表示第 i 个骨骼的弧度。为了阐明定义的方便, 下面举例说明: 首先随机生成 p_0 点, 以 d_1 长度生成 p_1 点, 然后以 d_2 为长度, p_0p_1 的反向延长线为轴, 左右摆动, 当角度确定为 α_2 时确定 p_2 点的位置。

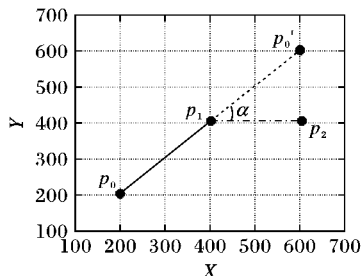


图1 偏转角度示意图

本文采用圆上任意两点之间的弧型来表示一段骨骼, 圆弧的两个端点就代表了骨骼的两个端点, 那么骨骼的弧度就可以采用这段圆弧的弧度来表示, 弧度 $w_i \in \{w: 0 < w < 2\pi\}$ 。

我们可以规定顺时针方向为正, 逆时针方向为负, w_i 线段的弧度可以向上凸, 也可以向下凹。同样可以规定两点之间弧线在两点连接的直线之上的弧度为正, 在连线之下的弧度为负。如图2所示, 点 p_1, p_2 之间是一段骨骼, v_0 是 p_1, p_2 连线的中点, v_1, v_2, v_3 分别是三条骨骼的中心点。显然, $w_1 > w_2 > w_0 > w_3$, 所以 v_1, v_2 的弧度为正, v_3 的弧度为负。以此类推, 直到所有的点位置都确定。

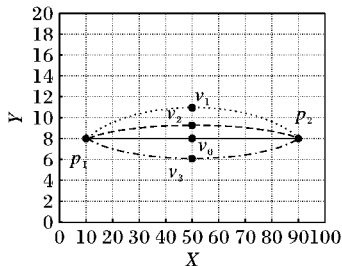


图2 骨骼结构权值示意图

2 遗传算法

2.1 遗传算法相关研究

遗传算法 (Genetic Algorithms, GA) 是模拟达尔文的遗传选择、自然淘汰及孟德尔遗传学说的生物进化过程而提出的一种全局随机搜索算法。近年来逐步发展起来, 成为一种高效的优化算法, 国内外已经做了许多将遗传算法应用于创新设计的工作。香港理工大学设计学院院长, 英国剑桥大学教授 John Frazer 多年来致力于进化计算在设计中的应用研究, 曾经成功地将遗传算法应用于建筑创新设计, 生成了许多形态各异的建筑造型。韩国金河素教授将遗传算法应用于服装设计, 寻找到一种新式设计方案^[10]。浙江大学的潘云鹤教

授等人通过智能 CAD 技术, 创造性地解决了图案构图、色彩和描绘等知识表达及实现的问题等^[11]。Peter 和 Jonathan 教授将遗传算法应用于实体概念设计^[13]。山东师范大学通过与香港理工大学 7 年多的合作研究, 在 Frazer 教授及唐明晰博士的指导下, 在支持创新设计的多 Agent 协同设计环境方面进行了大量的研究。开发的原型系统已经结合遗传算法及机器学习技术, 生成了各种不同形状的手机、台灯及建筑外观造型^[14]。利用遗传算法进行的创新设计已经取得了丰硕的成果, 将遗传算法应用到骨骼模型的创新设计可以二次开发现有资源, 开阔开发人员思路, 创造出新的产品。

2.2 遗传算法在设计领域中的应用的关键问题及解决方法

2.2.1 初始种群的产生和选择

初始种群的产生和选择对遗传算法实现的效率有很大影响, 目前大多数是采用计算机随机生成的方法。这样做的缺点是初始种群过大、种群的质量不高^[15]。本文采用将设计师的经验与随机生成相结合的方法建立初始种群。候选种群按一定比例引入吊灯设计实例, 另一部分随机生成。多次实验研究表明, 引用设计实例与随机生成实例各占 50%, 其生成的子代能相对完整地保持原有造型特点并且达到创新设计的要求。以吊灯设计为例, 具体方法如下。

1) 通过相机或者扫描仪对已有的吊灯实体或者图纸进行扫描;

2) 利用本文的骨骼结构提取方法提取骨骼结构。

2.2.2 遗传算法编码问题

遗传算法常用的二进制编码方式、实数编码方式以及符号编码方式已经成功地解决了很多问题。对优化问题的所有参数进行编码, 一个字符串就是一个染色体, 种群中, 每个染色体都表示一个可行解。本文中, 每个染色体均是由若干段骨骼组成, 其中一条染色体结构可以表示为如图3所示。

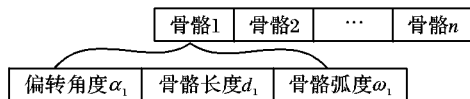


图3 遗传算法编码示意图

当遗传结束得到满意的解的时, 根据此编码方式可找到相应解的骨骼组合, 解码对应问题的解。

2.2.3 遗传算法中适应值函数的确定

适应度的确定反映应用者对个体的评价标准。对于设计人员来说, 用人机交互的方式来建立适应度函数值, 可以反映设计人员的主观意愿, 引导进化设计向设计人员所希望的方向发展。但是这样做的一个很大缺陷是过于麻烦, 另外, 还可能漏掉一些具有创意的解。本文采用由设计人员根据经验给出适应度值及采用适应度函数计算相结合的方法。对于常规性设计, 先根据目标函数来确定一个适应度函数, 然后根据适应度函数的值来选择新的群体。通过适应值函数的设计, 算法可以自动地找到多个满足条件解的同时达到解的多样性从而达到算法的目的。通过对适应值函数的选择, 设计人员可以有效地控制设计对象, 也就是骨骼的外观整体特征。

任意一条骨骼都可以用 n 个偏转角度和 m 段骨骼表示, 故定义适应值函数:

$$fit_value = \left| \sum_{i=1}^n |k_{2i}(\alpha_i)| + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m |k_{1i}(w_i)| - \pi \right| \quad (1)$$

其中: $\sum_{i=1}^n k_{2i} = 1$, $\sum_{i=1}^m k_{1i} = 1$, k_{2i} 表示对应第 i 个偏转角度的权值, k_{1i} 表示对应第 i 段骨骼弧度的权值; $\varphi_2 = \sum_{i=1}^n |k_{2i}(\alpha_i)|$ 表示偏转角度权值的绝对值之和, $\varphi_2 \in \{\varphi_2: 0 \leq \varphi_2 \leq \pi\}$, $\varphi_1 = \sum_{i=1}^m |k_{1i}(w_i)|$ 表示骨骼弧度权值绝对值之和, $\varphi_1 \in$

$\{\varphi_1: 0 \leq \varphi_1 \leq 2\pi\}$ 。原函数可表示为: $fit_value = |\varphi_2 + 0.5\varphi_1 - \pi|$, 且 $fit_value \in \{fit_value: 0 \leq fit_value \leq \pi\}$ 。

2.2.4 权值控制进化方向

一个关节的角度可以看成是组成这个关节的两条线段之间的角度关系,一段骨骼的弧度可以看成一条线段的路径关系。骨骼可由一组表示关节角度和骨骼弧度的向量唯一表示,同时该向量确定了骨骼的方向即形状外观特征,因此直接对个体本身编码的范围约束可以有效地控制骨骼外观。

我们可以通过控制偏转角度和骨骼弧度的权值来控制进化的方向。如图4所示:当偏转的角度或者是骨骼的弧度落在标记的区域内,则它们的适应值相应增加,反之适应值不变或者是减小。

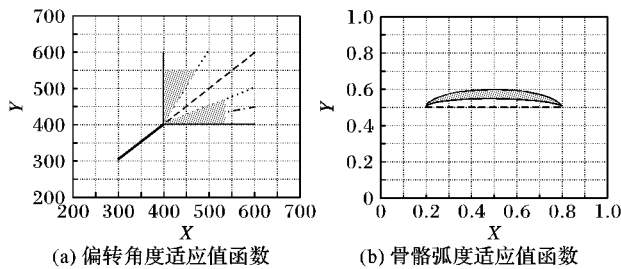


图4 适应值函数

如果想要生成的函数变平缓可以定义适应值函数如下:

```
Fitness Function // fit_value is the fitness function
fit_value = 0;
For(int i = 1; i < skeleton.length(); i++)
{ if ((abs(w_i) < μ))
    fit_value += 1 * k_{1i} // k_{1i} 表示骨骼弧度的权值
  if ((α_i < ρ) && (α_i > σ))
    fit_value += 1 * k_{2i} // k_{2i} 表示角度的权值
```

2.3 遗传算法流程

在大自然的竞争中,父代竞争有优势的个体,其子代也有相应的竞争优势,这就是所谓的遗传效应。当然在自然界中也存在父代竞争能力不强,生出来的后代却有强大的竞争优势。在下面的算法过程中,我们将采用这个思想,选择适应值比较高的编码有比较高的概率作为遗传变异的父代,同时适应值低的编码也有一个较低的概率成为遗传变异的父代。具体流程如下所示。

1) 将具体的实物抽象出它的骨骼结构,可以采用距边界等长点的连线来确定。

2) 根据抽象出来的骨骼结构,确定关节点和骨骼分段,并将提取出来的角度、半径和弧度数字化表示,为遗传算法做准备。

3) 设置适应值函数和函数阈值,计算每条父代编码适应值,根据阈值区分高频和低频。

4) 按照高频库和低频库的比例选取编码,进入遗传算法的过程,直到产生一定数量的结果,循环结束。

5) 计算每条子代编码的适应值,挑选符合阈值要求的编码生成模型,最后由用户挑选生成的方案。

3 吊灯设计实例

3.1 骨骼结构的提取

现实生活中很多物体的主要特征都可以由骨骼结构表示,如植物的枝干、相关的艺术图形、室内部分的吊灯造型。如图5(a)展现的是一个精美的吊灯;去掉多余的装饰品以及不相干的物件,通过手工可以得到一个简单的轮廓图,如图5(b),其中圆圈代表灯泡,曲线代表支架。可以看出骨骼结构的抽象图没有完全与原图像一一对应。骨骼的结构代表了整个吊灯框

架,对骨骼结构的设计也就代表了对整个吊灯的设计。

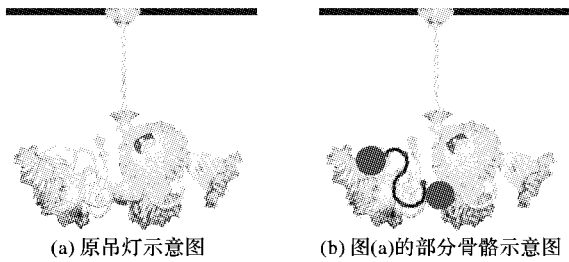


图5 吊灯骨骼结构抽取示意图

3.2 骨骼建模

根据提取出来的骨骼,确定吊灯的每一条边由5个关键的点(包括起始点,起始点不进行编码)和4段骨骼组成。如图6所示。

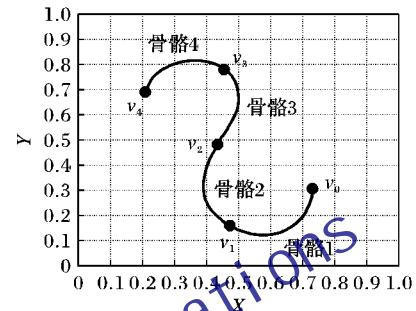


图6 吊灯骨骼结构模拟示意图

由图5分析, v_1 点偏转角度对整条骨骼的影响最大, v_2 其次, v_3 再次, v_4 最小。所以 $k_{21} > k_{22} > k_{23} > k_{24}$; 每段骨骼的弧度对整条骨骼的影响是相同的, 故 $k_{11} = k_{12} = k_{13} = k_{14}$ 。故可以令 $k_{21} = 0.4, k_{22} = 0.3, k_{23} = 0.2, k_{24} = 0.1; k_{11} = k_{12} = k_{13} = k_{14} = 0.25$ 。

由于约束条件不是采用非常苛刻的最优值函数设计,所以遗传算法收敛速度很快。利用前面提到的基于线段角度、弧度的骨骼表示,可以采用简单的实数编码或者二进制编码。

3.3 适应值函数与阈值

适应值函数采用式(1);而根据大量实验模型研究,阈值越接近0整个吊灯的造型越协调,一般而言,阈值 $\theta \in \{0: 0.1\pi \leq \theta \leq 0.4\pi\}$ 。

```
Select Function // select_value is the select function
Int select_value; // 输入适应值函数的阈值
If (fit_value ≤ θ)
```

保留造型进入高频库;

Else 将造型放入低频库;

根据适应值函数,从中按8(高频库):2(低频库)的比例从库中选择出适量编码进行交叉变异操作。

3.4 遗传算法

3.4.1 遗传算法的编码

根据骨骼结构示意图,把整个吊灯抽象的表示成5条相同的骨骼的线段。由于5条骨骼空间结构相同,故可以只用一条边在二维平面内进行编码,产生的结果通过2维变3维技术快速复制到其他5条边。原吊灯一条边的编码可以表示为: $\{(\alpha_1, d_1, w_1), (\alpha_2, d_2, w_2), (\alpha_3, d_3, w_3), (\alpha_4, d_4, w_4)\}$ 。

3.4.2 遗传算法编码交叉

将用户输入的控制角度、骨骼长度和骨骼弧度分别进行实数编码,由于控制角度与骨骼弧度没有相关性,所以分别进行交叉和变异^[13],骨骼长度本文不对它进行交叉和变异。

交叉操作:设用户输入的初始控制点集合为: $T = (T_1, T_2, T_3, \dots, T_n), T_i = \{\alpha_{i1}, d_{i1}, w_{i1}, \alpha_{i2}, d_{i2}, w_{i2}, \alpha_{i3}, d_{i3}, w_{i3}, \alpha_{i4},$

$d_{i4}, w_{i4}\}$ 。

当进行交叉操作时,随机选取也可以根据用户需求选取两条控制点,将两条控制点进行多点交叉,如下:

T_x $\alpha_{x1}, d_{x1}, w_{x1}, \alpha_{x2}, d_{x2}, w_{x2}, \alpha_{x3}, d_{x3}, w_{x3}, \alpha_{x4}, d_{x4}, w_{x4}$
交叉点 1 2 3 4

T_y $\alpha_{y1}, d_{y1}, w_{y1}, \alpha_{y2}, d_{y2}, w_{y2}, \alpha_{y3}, d_{y3}, w_{y3}, \alpha_{y4}, d_{y4}, w_{y4}$

子代为:

T_x $\alpha_{y1}, d_{x1}, w_{y1}, \alpha_{x2}, d_{x2}, w_{x2}, \alpha_{y3}, d_{x3}, w_{x3}, \alpha_{y4}, d_{x4}, w_{x4}$

T_y $\alpha_{x1}, d_{y1}, w_{x1}, \alpha_{y2}, d_{y2}, w_{y2}, \alpha_{x3}, d_{y3}, w_{y3}, \alpha_{x4}, d_{y4}, w_{y4}$

3.4.3 遗传算法编码变异

这里的变异操作为由用户自定义控制点的个数,然后对每条控制点的实数编码进行高斯变异。

T_x $\alpha_{x1}, d_{x1}, w_{x1}, \alpha_{x2}, d_{x2}, w_{x2}, \alpha_{x3}, d_{x3}, w_{x3}, \alpha_{x4}, d_{x4}, w_{x4}$

变异点 1 2 3

T_x $\alpha_{x1}, d_{x1}, w_{x1}, \alpha_{x2}, d_{x2}, w_{x2}, \alpha_{x3}, d_{x3}, w_{x3}, \alpha_{x4}, d_{x4}, w_{x4}$

变异点的选择和个数同交叉操作一样,变异操作由于是对控制点的单独操作线条的变化会更加显著,有助于产生更加丰富图案结果。

3.4.4 遗传算法阈值分析

将经过遗传变异计算产生的子代编码按式(1)进行适应值函数计算,取阈值 θ 分别为: 0.1π 、 0.2π 、 0.3π 、 0.4π , 从中挑选出所有适应值不大于人工设定的阈值的编码,然后根据这些编码生成相应的大量吊灯图形。用户从中挑选出合适的造型。从而产生新的吊灯概念设计模型。如图7所示。

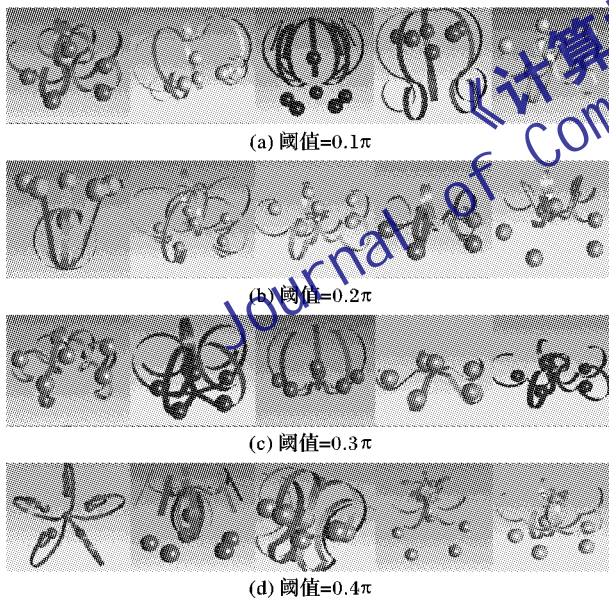


图7 不同阈值产品效果图

4 系统的实现和应用

文中的实验环境是基于 Visual C++ 2003 平台编译而成,其中实体的造型是利用 ACIS-HOOPS 类库^[16]来完成的。当用户对骨骼结构进行修改时,随时观察整体的变化及效果,从而方便用户使用。

实验通过一系列遗传计算,生成了大量的吊灯造型,具有创新性。从生成的结构看出,生成的新的吊灯基本能满足适应值函数的要求。但是同时也产生了一些实际中不可能做出来的模型,这些可以在人工筛选中去除掉。此外,这仅仅是产生的整个吊灯的概念设计,并不是真正实际中的吊灯,需要工程设计人员进一步工作做出实际生活中能用到的吊灯。

5 结语

本文基于骨骼结构表达方式,提出一种改进的产品外型表达方式,在原有偏转角度的控制上,利用弧度对骨骼形状进行描述。实现了由 2D 草图到 3D 实体结构的转变。按照 3D—2D—3D 的方式,设计出一种产品外型创新设计方法,并进行了实验验证。实验表明,采用遗传算法对吊灯模型进行操作可以产生大量形态各异的吊灯,应用适应值函数对进化方向进行限制可以保证变异有目的的进化。相对于单个采用角度的方法,很好地解决了骨骼路径的问题,并且在复杂多变、不易于提取关键点的造型中有着独特的优势。

参考文献:

- [1] 王阳,石民勇,王森,等.一种应用在剪纸动画中的骨骼蒙皮改良算法[J].计算机科学,2008,35(4B):258-260.
- [2] MACHWE A T, PARMEE I C. Towards an interactive, generative design system: integrating a 'build and evolve' approach with machine learning for complex freeform design[C]// Proceedings of the 2007 EvoWorkshops 2007 on EvoCoMnet, EvoFIN, EvoIASP, EvoINTERACTION, EvoMUSART, EvoSTOC and EvoTransLog: Applications of Evolutionary Computing, LNCS 4448. Berlin: Springer-Verlag, 2007: 449-458.
- [3] BERNHARDT A, PIHUIT A, CANIL M P, et al. Matisse: Painting 2D regions for modeling free-form shapes [C]// SBIM 2008: EUROGRAPHICS Workshop on Sketch-Based Interfaces and Modeling. Annecy, France [s. l.], 2008: 26-34.
- [4] ANDO S, ISHIZUKA M, IBA H. Evolving analog circuits by variable length chromosomes [C]// Advances in Evolutionary Computing: Theory and Applications. New York: Springer-Verlag, 2003: 643-662.
- [5] SCHMIDT R, WYVILL B, SOUSA M C, et al. ShapeShop: sketch-based solid modeling with blobtrees [C]// ACM SIGGRAPH 2006. New York: ACM, 2006: 14-20.
- [6] Sketchup software: 3D sketching software for the conceptual phases of design [EB/OL]. [2010-06-03]. <http://www.sketchup.com>.
- [7] Teddy: A sketching interface for 3d freeform design [EB/OL]. [2010-03-08]. <http://www-ui.is.s.u-tokyo.ac.jp/~takeo/papers/siggraph99.pdf>.
- [8] LEVET F, GRANIER X. Improved skeleton extraction and surface generation for sketch-based modeling [C]// GI '07: Proceedings of Graphics Interface 2007. ACM: New York, 2007: 27-33.
- [9] 郑自然. 基于智能计算的计算机辅助建模方法研究[D]. 山东: 山东师范大学管理与经济学院, 2010.
- [10] KIM H-S, CHO S-B. Application of interactive genetic algorithm to fashion design [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2000, 13(6): 635-644.
- [11] 孙守迁, 黄琦, 潘云鹤. 计算机辅助概念设计研究进展 [J]. 计算机辅助设计与图形学报, 2003, 15(6): 643-650.
- [12] BENTLEY P J, WAKEFIELD J P. Conceptual evolutionary design by a genetic algorithm [J]. Engineering Design and Automation, 1996, 3(2): 119-131.
- [13] PETERSSON F, CHAKRABORTI N, SAXEN H. A genetic algorithms based multi-objective neural net applied to noisy blast furnace data [J]. Applied Soft Computing, 2007, 7(1): 387-397.
- [14] LIU H, TANG M X, FRAZER J. Supporting creative design in a visual evolutionary computing environment [J]. Journal of Advantages in Engineering Software, 2004, 35(5): 261-271.
- [15] 刘弘, 李炎. 遗传算法在建筑概念设计中的应用研究 [J]. 软件学报, 2006, 17(11): 161-168.
- [16] 詹海生, 李广鑫, 马志欣. 基于 ACIS 的几何造型技术与系统开发 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 70-80.