

文章编号:1001-9081(2011)06-1699-04

doi:10.3724/SP.J.1087.2011.01699

基于无极卡尔曼滤波算法的雅可比矩阵估计

张应博

(大连理工大学 城市学院,辽宁 大连 116600)

(zyh@dlut.edu.cn)

摘要:在基于图像的机器人视觉伺服中,采用在线估计图像雅可比的方法,不需事先知道系统的精确模型,可以避免复杂的系统标定过程。为了有效改善图像雅可比矩阵的在线估计精度,进而提高机器人的跟踪精度,针对机器人跟踪运动目标的应用背景,提出了利用无极卡尔曼滤波算法在线估计总雅可比矩阵。在二自由度的机器人视觉伺服仿真平台上,分别用卡尔曼滤波器(KF)、粒子滤波器(PF)和无极卡尔曼滤波器(UKF)三种算法进行总雅可比矩阵的在线估计。实验结果证明,使用UKF算法的跟踪精度优于其他两种算法,时间耗费仅次于KF算法。

关键词:视觉伺服;非线性系统;雅可比矩阵;卡尔曼滤波器;无极卡尔曼滤波器

中图分类号:TP391 **文献标志码:**A

Unscented Kalman filter for on-line estimation of Jacobian matrix

ZHANG Ying-bo

(City Institute, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116600, China)

Abstract: In image based robot visual servo system, image Jacobian matrix is commonly used for calibration. Using on-line image Jacobian matrix estimation method, the complex system calibration can be avoided without knowing the accurate system models. In this paper, the author proposed to use the Unscented Kalman Filter (UKF) for on-line estimation of total Jacobian matrix for the sake of improving the tracking accuracy of the robots which is tracking a moving object. In order to evaluate the performance, three algorithms using Kalman Filter (KF), Particle Filter (PF), and UKF were used for total Jacobian matrix estimation in a 2-Degree Of Freedom (DOF) robot visual servo platform. The experimental results show that the UKF algorithm outperforms the other two in accuracy while its time cost is very much close to the KF algorithm.

Key words: visual servo; nonlinear system; Jacobian matrix; Kalman filter; Unscented Kalman Filter (UKF)

0 引言

雅可比矩阵是一个复杂的时变非线性矩阵,基于图像的机器人视觉伺服系统经常要用到图像雅可比矩阵,其精度将直接影响机器人的性能。当机器人运动学参数及摄像头成像模型未知时,图像雅可比矩阵也是未知的。如果摄像头内外参数和机器人的结构参数已知,则图像雅可比矩阵可以通过分析推导出来,或者通过标定得到。但对于高维系统或图像特征比较复杂的情况,很难推出图像雅可比的解析表达式。如果采用离线学习方式得到某个目标位置处的图像雅可比矩阵,则在这一点的附近可以使用这个辨识结果。但这种方法一般要求初始位置不能离目标位置太远。采用在线估计雅可比矩阵的方法^[1],可以避免离线学习方式的这种缺点。在线估计雅可比矩阵的方法,就是根据实时测得的机器人关节角的值和观察到的图像特征采用动态估计方法来估计雅可比矩阵,不需要事先知道系统的模型。

近几年,有研究人员提出采用卡尔曼滤波器(Kalman Filter, KF)在线估计图像雅可比矩阵。文献[1]通过建立状态空间模型,将图像雅可比的估计问题转化成对系统状态向量的估计问题,通过卡尔曼滤波方程对系统状态进行估计。文献[2]研究了噪声参数变化时的自适应卡尔曼滤波在估计图像雅可比矩阵中的应用。尽管卡尔曼滤波器在图像雅可比矩阵估计中得到了成功地应用,但在应用中都是假设系统噪

声及观测噪声为高斯的,这很难反映出真实应用中实际噪声的非线性特性。为此,文献[3]提出了基于粒子滤波(Particle Filter, PF)算法的图像雅可比在线估计方法,由于粒子滤波算法适用于非高斯噪声的动态系统,能够克服非高斯噪声的影响,其性能要优于卡尔曼滤波器。但粒子滤波算法在时间耗费上大大高于卡尔曼滤波算法,并且在图像雅可比估计精度上总体改善并没有很大的提高。

本文针对机器人跟踪目标运动的情况,提出使用无极卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)算法在线估计总雅可比矩阵,从而得到一种免标定的机器人视觉伺服方法。在实验中,将UKF与KF, PF两种算法进行对比,验证了UKF算法的优越性。

1 图像雅可比矩阵

无论摄像机安装位置或目标对象是否运动,由于机器人的运动,其末端执行器与目标对象的空间位置关系必定会发生变化,这种变化可以通过图像反映出来,也就是说,在图像特征与机器人的动作之间存在着一一对应的关系^[4]。明确这种映射关系之后,就能够通过图像特征变化获取机器人的动作规律。这就是基于图像的视觉伺服方法原理。为此,基于图像的方法常引入图像雅可比矩阵来表示图像空间变化与机器人运动之间的映射。

目前使用最多的是如方程(1)所示的图像雅可比矩阵模

收稿日期:2010-12-08;修回日期:2011-03-01。

作者简介:张应博(1973-),男,宁夏固原人,副教授,主要研究方向:人工智能、网络安全、软件工程。

型:

$$\dot{\mathbf{f}} = \mathbf{J}(q)\dot{q} \quad (1)$$

其中:图像雅可比矩阵 $\mathbf{J}(q)$ 描述了机器人执行器运动速度 \dot{q} 与相应图像特征运动 $\dot{\mathbf{f}}$ 之间的比例关系。

在手眼配置中,摄像机的运动是由机器人各关节带动末端执行器运动产生的,所以可以进一步将运动变化关系转移到机器人的关节运动上:

$$\dot{\mathbf{f}} = \mathbf{J}_1 \mathbf{J}_r \dot{q} \quad (2)$$

其中: q 为机器人的关节矢量; \mathbf{J}_r 是机器人雅可比矩阵。也有文献称 $\mathbf{J}_2 = \mathbf{J}_1 \mathbf{J}_r$ 为图像雅可比矩阵,因为它反映了图像特征变化与机器人关节运动之间的映射关系^[5]。

无论采用哪种形式定义图像雅可比矩阵,都可以通过它的逆,由图像特征的变化求取机器人的运动控制律。前述的图像雅可比矩阵是在假设图像特征只与机器人位姿有关的基础上定义的,即假设目标物体是静止的。但是实际应用中经常涉及到目标的跟踪问题,即目标是运动的。如果机器人工作空间的被操作目标是运动的,那么基于上面定义的图像雅可比矩阵产生的控制机器人运动的命令就有不足之处。

假设摄像机安装于机械手末端,设 $\theta \in \mathbb{R}^n$ 表示关节空间坐标, $y \in \mathbb{R}^m$ 是经图像传感器和特征抽取后获得的图像特征。 y_d 表示期望的图像特征。

如果目标是运动的,则 y 同时随机械手位姿和目标位姿变化而变化,用 $y = y(\theta, r)$ 表示, r 表示目标的位置。设 $\mathbf{J}_\theta = \frac{\partial y}{\partial \theta}, \mathbf{J}_r = \frac{\partial y}{\partial r}$, 则:

$$\dot{y} = \mathbf{J}_\theta \dot{\theta} + \mathbf{J}_r \dot{r} \quad (3)$$

如果目标的位置随时间而变化,则 y 最终是机器人关节角和时间的函数,用 $y = y(\theta, t)$ 表示。在 (θ, t) 处对 y 进行泰勒展开,并忽略高阶项得:

$$\Delta y = \mathbf{J}_\theta(\theta, t) \Delta \theta + \mathbf{J}_t(\theta, t) \Delta t \quad (4)$$

其中: $\mathbf{J}_\theta = \frac{\partial y}{\partial \theta}, J_t = \frac{\partial y}{\partial t}, \Delta y = y_k - y_{k-1}, \Delta \theta = \theta_k - \theta_{k-1}, \Delta t$ 为时间间隔。 \mathbf{J}_θ 为通常意义上的图像雅可比矩阵,称 \mathbf{J}_t 为目标雅可比矩阵。

式(4)中右边的第一项表示由摄像机(机械手)运动而引起的图像特征变化,第二项表示由于目标运动而引起的图像特征变化。可以将表达式重写为:

$$\Delta y = [\mathbf{J}_\theta \quad \mathbf{J}_t] \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta t \end{bmatrix} \quad (5)$$

称 $\mathbf{J} = [\mathbf{J}_\theta \quad \mathbf{J}_t]$ 为总雅可比矩阵^[6], 设 $\Delta s = \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta t \end{bmatrix}$, 则式(5)

可以写为:

$$\Delta y = \mathbf{J} \cdot \Delta s \quad (6)$$

2 基于 UKF 的总雅可比矩阵在线估计

2.1 统建模

为实现对总雅可比矩阵 \mathbf{J} 的各个元素进行估计, 定义观测向量 x 为如下 $m(n+1) \times 1$ 维观测向量:

$$\mathbf{x} = [J_1 \quad J_2 \quad \cdots \quad J_m]^T \quad (7)$$

其中 $J_i = \left[\frac{\partial y_i}{\partial \theta_1} \quad \frac{\partial y_i}{\partial \theta_2} \quad \cdots \quad \frac{\partial y_i}{\partial \theta_n} \quad \frac{\partial y_i}{\partial t} \right]$ 为雅可比矩阵 \mathbf{J} 的第 i 行向量。

定义雅可比矩阵的观测向量 \mathbf{x}_k 为系统状态, 而机械手运动所引起的图像特征变化为系统输出, 即:

$$z_k = y_{k+1} - y_k \quad (8)$$

根据式(6), 可得到如下的状态空间模型:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\omega}_k \\ z_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \boldsymbol{v}_k \end{cases} \quad (9)$$

其中: $\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \Delta h_k^T & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \Delta h_k^T \end{bmatrix}_{m \times m(n+1)}$, $\boldsymbol{\omega}_k$ 和 \boldsymbol{v}_k 分别为系统噪声和观测噪声。

2.2 UKF 算法

UKF 是一种递归式贝叶斯估计方法, 它基于无极变换(Unscented Transformation, UT), 用一组确定的样本点来近似后验概率密度^[7]。无极变换是在非线性系统中计算统计量的一种新的方法, 它基于这样一种思想: 近似非线性函数的概率密度分布比近似其函数更容易^[8]。它不像扩展卡尔曼滤波器(Extended Kalman Filter, EKF) 要对状态方程和观测方程线性化, 而是在状态矢量 \mathbf{x}_k 附近按一定规则选取有限的采样点, 其均值和协方差分别为 \bar{x}_k 和 P_{xx}^k , 将状态矢量的统计特性通过非线性系统进行传播。

在确保采样均值和协方差为 \bar{x}_k 和 P_{xx}^k 的前提下, 选择一组点集(Sigma 点集), 将非线性变换应用于采样的每个 Sigma 点, 得到非线性转换后的点集, \bar{y}_k 和 P_{yy}^k 是变换后 Sigma 点集的统计量。

UKF 的步骤如下:

1) 根据输入变量 x 的统计量 \bar{x} 和 P_{xx} , 选择一种 Sigma 点采样策略, 得到输入变量的 Sigma 点集 $\{\chi_i\}, i = 1, \dots, L$, 以及对应的权值 W_i^m 和 W_i^c 。其中: L 为所采用的采样策略的采样 Sigma 点个数; W_i^m 为均值加权所用权值; W_i^c 为协方差加权所用权值。如果不采用比例修正, 则 $W_i^m = W_i^c = W_i$ 。

2) 对所采样的输入变量 Sigma 点集 $\{\chi_i\}$ 中的每个 Sigma 点进行 $f(\cdot)$ 非线性变换, 得到变换后的 Sigma 点集 $\{Y_i\}$ 。

$$Y_i = f(\chi_i); i = 1, \dots, L \quad (10)$$

3) 对变换后的 Sigma 点集 $\{Y_i\}$ 进行加权处理, 从而得到输出变量 y 的统计量 \bar{y}_k 和 P_{yy}^k 。具体的权值仍然依据对输入变量进行采样的各个 Sigma 点的对应权值。

$$\bar{y}_k = \sum_{i=0}^{L-1} W_i^m Y_i \quad (11)$$

$$P_{yy}^k = \sum_{i=0}^{L-1} W_i^c (Y_i - \bar{y}_k)(Y_i - \bar{y}_k)^T \quad (12)$$

\bar{y}_k 和 P_{yy}^k 的近似值为:

$$\bar{y}_k = f(\bar{x}_k) + E(f'^2 e^2) \quad (13)$$

$$P_{yy}^k = f'(1) P_{xx}^k (f'(1))^T \quad (14)$$

在卡尔曼滤波算法中, 对于一步预测方程, 使用 UT 来处理均值和协方差的非线性传递, 就得到 UKF 算法。

在 UKF 算法中, 由于具有噪声项, 需要对状态进行扩维处理^[8]。考虑前面为总雅可比矩阵建立的系统状态模型:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \boldsymbol{\omega}_k) = \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\omega}_k \\ z_k = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \boldsymbol{v}_k) = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \boldsymbol{v}_k \end{cases} \quad (15)$$

其中: \mathbf{x}_k 为 k 时刻系统的 n 维状态向量, \mathbf{u}_k 为输入向量, $\boldsymbol{\omega}_k$ 为零均值过程噪声向量, 方差为 R_o ; \mathbf{z}_k 为量测向量, \boldsymbol{v}_k 为零均值量测噪声, 方差为 Q_o ; $\boldsymbol{\omega}_k$ 与 \boldsymbol{v}_k 线性无关, 且满足:

$$E(\omega_i \omega_j^T) = \delta_{ij} R_i \quad (16)$$

$$E(\nu_i \nu_j^T) = \delta_{ij} Q_i \quad (17)$$

令 $\mathbf{x}^a = \{\mathbf{x}^T, \boldsymbol{\omega}^T, \boldsymbol{\nu}^T\}^T$, UKF 算法流程如下:

1) 初始化:

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E(\mathbf{x}_0) \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_0 = E((\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T) \quad (19)$$

状态的初始条件扩维,即:

$$\hat{\mathbf{x}}_0^a = E(\mathbf{x}^a) = \{\hat{\mathbf{x}}_0; 0; 0\} \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_0^a = E((\mathbf{x}_0^a - \hat{\mathbf{x}}_0^a)(\mathbf{x}_0^a - \hat{\mathbf{x}}_0^a)^T) = \begin{bmatrix} P_0 & 0 & 0 \\ 0 & Q & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \quad (21)$$

2) Sigma 点采样。

采用对称采样策略,得到 k 时刻状态估计的 Sigma 点集 $\{\chi_{k,i}^a\} = \{\chi_{k,i}^x, \chi_{k,i}^{\omega}, \chi_{k,i}^{\nu}\}$ 。

3) 预测方程。

$$\chi_{k+1|k,i}^x = f(\chi_{k,i}^x, u_k, \chi_{k,i}^{\omega}) \quad (22)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{L-1} W_i^m \chi_{k+1|k,i}^x \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{L-1} W_i^c (\chi_{k+1|k,i}^x - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) (\chi_{k+1|k,i}^x - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^T \quad (24)$$

$$z_{k+1|k,i} = h(\chi_{k+1|k,i}^x, u_k, \chi_{k+1|k,i}^{\nu}) \quad (25)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{L-1} W_i^m z_{k+1|k,i} \quad (26)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k,vv} = \sum_{i=0}^{L-1} W_i^c (z_{k+1|k,i} - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) (z_{k+1|k,i} - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k})^T \quad (27)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k,xv} = \sum_{i=0}^{L-1} W_i^c (\chi_{k+1|k,i}^x - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) (z_{k+1|k,i} - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k})^T \quad (28)$$

4) 更新方程

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k,xv} \mathbf{P}_{k+1|k,vv}^{-1} \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{W}_{k+1} (z_{k+1} - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) \quad (30)$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k} - \mathbf{W}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1|k,vv} \mathbf{W}_{k+1}^T \quad (31)$$

3 仿真实验结果

3.1 实验平台

对于图 1 所示的 2-DOF 系统,假设机器人的两个杆长均为 0.5 m,摄像机安装于机械手的末端,位于机器人工作平面上 35 cm 处。

设摄像机坐标系与机械手末端坐标系的原点及 x 轴重合, y 轴和 z 轴相反,其关系如图 2 所示。机器人运动过程中,两关节角的变化范围为: $\theta_1 \in [-\pi/2, \pi/2]$, $\theta_2 \in [0, \pi]$ 。

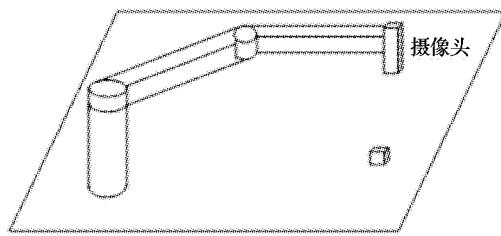


图 1 二自由度机器人系统

3.2 定位实验

所用摄像机参数为: 镜头焦距 8 mm, 图像中心像素坐标为(240, 240), 图像横轴和纵轴的 mm/pixel 比例为 0.05 mm/pixel。目标物体假设为点状物体, 目标的图像特征取为目标

在图像上投影点的横坐标和纵坐标。采样周期为: $\Delta t = 50$ ms。

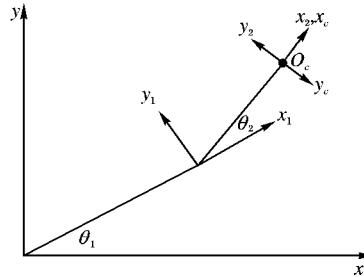


图 2 摄像机位置

实验中,假设目标位于工作平面上(0.6, 0.6) m 处,目标在图像平面中的期望位置为(240, 240) 像素,机器人的两个关节角初始值分别为 0° 和 90°。初始值 $J_\theta(0)$ 用离线学习的结果。利用 UKF 进行定位实验,实验结果如图 3 所示。该图为机器人末端运动轨迹图,其中方形点代表目标的位置,圆形点代表机械手末端(摄像机)初始位置,实线是机械手末端的运动轨迹。通过实验结果可以看出,利用 UKF 来估计图像雅可比矩阵进行目标定位,其精确度和稳定性都非常好,而且定位速度非常快,如表 1 所示。

表 1 定位时间比较

算法	执行时间/s
KF	0.19
PF	0.68
UKF	0.38

3.3 跟踪实验

假设目标运动方程如下(单位为 m):

$$\begin{cases} x = 0.5 + 0.3\cos(t) \\ y = 0.5 + 0.2\sin(t) \end{cases} \quad (32)$$

摄像机参数及机器人初始状态与定位实验中相同。采样周期取 50 ms, $J_\theta(0)$ 采用离线学习的结果。实验中,分别利用卡尔曼滤波器、粒子滤波器、无极卡尔曼滤波器进行在线估计图像雅可比矩阵。三种算法的实验结果如图 4 所示。

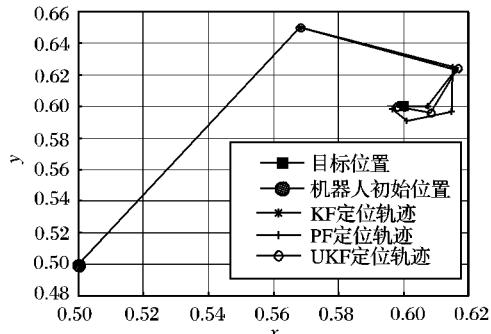


图 3 三种算法的定位轨迹对比

图 4 为机器人末端运动轨迹图,其中方形点代表目标的位置,圆形点代表机械手末端(摄像机)初始位置,从跟踪轨迹来看,卡尔曼滤波算法得到的机器人轨迹波动较大,跟踪精度比较差,粒子滤波算法的效果有一定的提升,而由本文提出的利用 UKF 算法得到的跟踪效果是最好的。

表 2 是三种算法分别运行 10 次得到的误差及运行时间。从表 2 中可以看出,本文提出的利用 UKF 算法得到的跟踪误差最小,其次是 PF 算法,误差最大的是卡尔曼滤波算法。从执行时间上看,卡尔曼滤波算法是最短的,耗时最长的是粒子

滤波算法, UKF 算法仅次于卡尔曼滤波算法。

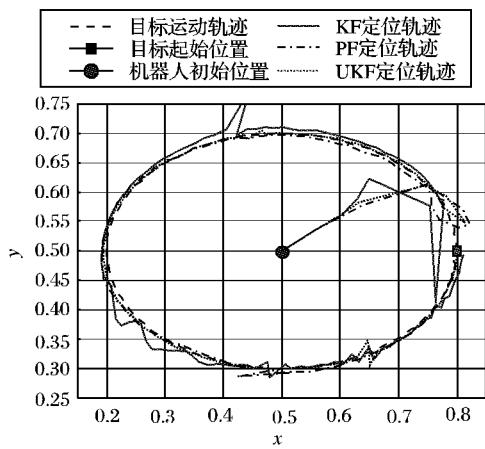


图 4 三种算法的跟踪轨迹对比曲线

表 2 跟踪误差及时间比较

算法	平均误差/m	执行时间/s
KF	0.0186	0.279
PF	0.0170	1.964
UKF	0.0117	0.632

4 结语

本文针对目标运动情况,提出了利用 UKF 算法在线估计总雅可比矩阵。实验中,建立了仿真平台,分别使用卡尔曼滤波、粒子滤波、无极卡尔曼滤波进行总雅可比矩阵在线估计。实验中建立了 2 自由度机器人视觉伺服仿真平台,基于视觉

反馈信息控制机器人末端效应器跟踪目标,UKF 算法的平均跟踪误差最小,其执行时间仅次于卡尔曼滤波算法。

参考文献:

- [1] QIAN JIANG, SU JIANBO. Online estimation of image Jacobian matrix by Kalman-Bucy filter for uncalibrated stereo vision feedback [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. New York: IEEE, 2002: 562 – 567.
- [2] LV XIADONG, HUANG XINHUA. Fuzzy adaptive Kalman filtering based estimation of image Jacobian for uncalibrated visual servoing [C]// Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. New York: IEEE, 2006: 2167 – 2172.
- [3] 赵清杰,陈云蛟,张立群.基于粒子滤波的雅可比矩阵在线估计技术[J].北京理工大学学报,2008,28(5):401 – 404.
- [4] ZHAO QINGJIE, WANG FASHENG, SUN ZENGQI. Using neural network technique in vision-based robot curve tracking[C]// Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. New York: IEEE, 2006: 3817 – 3822.
- [5] 郭振民,陈善本,吴林.一种基于图像的无标定视觉伺服方法的研究[J].哈尔滨工业大学学报,2002,34(3): 294 – 296.
- [6] ZHAO QINGJIE, SUN ZENGQI, DENG HONGBIN. Robot visual servoing based on total Jacobian[C]// Higher-Level Decision Making, LNCS 3321. Berlin: Springer-Verlag, 2004: 271 – 285.
- [7] JULIER S J, UHLMANN J K. A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems[EB/OL]. [2010-08-20] http://wenku.baidu.com/view/335c9baedd3383c4bb4cd23a.html.
- [8] JULIER S J, UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401 – 422.

(上接第 1698 页)

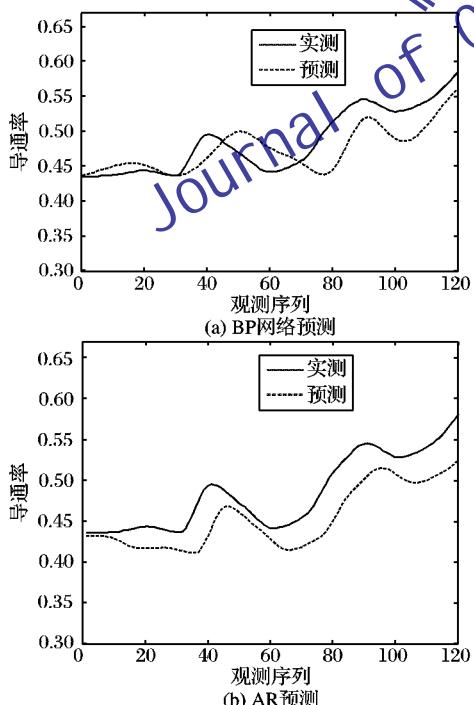


图 4 BP 与 AR 模型预测结果

4 结语

本文针对复杂时间序列预测问题,建立了电源系统脉宽信号导通率的加权 HMM 预测模型,与 BP 和 AR 预测模型进行对比,结果表明该方法具有很好的预测性能。但在实际应

用中,模型的隐状态数、混合高斯数及模型的阶数应根据应用对象综合研究。

表 4 预测结果的误差分析

预测模型	NRMSE	MSE	训练时间/s
单步预测	0.0059	0.0034	0.22
多步预测	0.0093	0.0054	0.17
BP 神经网络	0.0306	0.0171	0.09
AR 预测	0.0351	0.0166	0.30

参考文献:

- [1] RUTA D, GABRYS B. Neural network ensembles for time series prediction[C]// Proceedings of International Joint Conference on Neural Networks. Orlando: IEEE Press, 2007: 1204 – 1209.
- [2] 尹清波,张汝波,李雪耀,等.基于线性预测与马尔可夫模型的入侵检测技术研究[J].计算机学报,2005,28(5):900 – 903.
- [3] RABINER L R. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition[C]// Readings in Speech Recognition. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1990: 257 – 286.
- [4] 柳新民,温熙森,邱静,等.基于隐马尔可夫模型的机电系统机内测试虚警抑制[J].兵工学报,2005,26(3):387 – 390.
- [5] 彭世彰,魏征,窦超银,等.加权马尔可夫模型在区域干旱指标预测中的应用[J].系统工程理论与实践,2009,29(9):173 – 175.
- [6] 张德丰. Matlab 神经网络应用设计[M].北京:机械工业出版社,2009.