

弯曲树枝和分形树根的三维模拟

张杰¹, 林彬², 蔡文奇¹, 谢壮荣²

(1. 汕头大学 计算机科学系, 广东 汕头 515063; 2. 汕头市质量计量监督检测所, 广东 汕头 515041)

(jzhang@stu.edu.cn)

摘要:枝条的逼真度在很大程度上影响着整棵树的形态效果,为了模拟出更符合自然规律的三维树,结合了分形算法和材料力学原理,提出了基于重力场的三维弯曲枝条和分形树根的模拟方法。枝条的弯曲程度体现了它的受力情况,同时也可以利用杨氏弹性模量来控制其弯曲度;另一方面,采用 X3D 及 Java,运用分形算法结合 X3D 的 Extrusion 节点模拟了分形弯曲树根的向地性。用户只需要输入相关参数就可以得到形态较为逼真的三维树。同时将树的地下部分与地上部分有机地结合在一起,模拟了基于重力场的三维树形态。实验结果表明,该方法可以比较方便地生成形态逼真的三维分形树。

关键词:重力场;材料力学;三维;弯曲树枝;分形树根

中图分类号: TP391.4 **文献标志码:** A

3D simulation of bending tree branch and fractal tree root

ZHANG Jie¹, LIN Bin², CAI Wen-qi¹, XIE Zhuang-rong²

(1. Department of Computer Science, Shantou University, Shantou Guangdong 515063, China;

2. Shantou Institute of Quality and Metrology Supervision Testing, Shantou Guangdong 515041, China)

Abstract: The shape of a tree is mostly determined by the reality to the nature layout of branches. In order to simulate a 3D tree branch to mimic the natural tree shape, using the theory of fractal algorithm and mechanics of material, a simulating method for the 3D's bending branch and fractal root based on the gravity field was proposed. The stress state of the branch was reflected by its bending degree. Bending degree could be controlled by changing the value of Young's modulus. Also, with X3D and Java, fractal algorithm combined with Extrusion node of X3D was used to simulate the geotropism of the bending root. A realistic 3D tree can be easily created with some input data using our simulation. By using the close relationship of the tree's underground part and upper part, a simulation method of gravity's effect on the tree shape was established. The experimental results show that the method can easily generate realistic three-dimensional form of fractal trees

Key words: gravity field; mechanics of materials; 3D; bending branch; fractal root

0 引言

树枝是树重要的组成部分,要模拟出自然逼真的树,不仅要考虑其内部生理结构,也要考虑到重力场、向光性等这些外界因素对枝条的影响。本文主要研究如何通过弯曲枝条和树根的建模来模拟比较自然逼真的三维树。

模拟弯曲枝条的方法主要有两种:一种是参数曲线拟合的方法^[1],此方法是基于大量的实际测量结果的,可模拟各种弯曲枝条,但由于工作量大,不适宜快速逼真地模拟植物;另一种方法是人为设定枝条各段的弯曲度数^[2-3],由于受枝条长度和生长位置的影响,各段的弯曲程度是呈非线性的,因此要给出所有枝条的弯曲角度,这种方法很难模拟出自然弯曲的枝条。近年来,有许多学者对此进行了研究。文献[4]中提出了将分形算法与参数曲线拟合相结合的方法;文献[5]基于物理学基础上提出了阔叶的风力模型;文献[6]提出了基于双尺度自动机的弯曲树枝生成算法;文献[7]提出了根据树枝的物理特性来模拟弯曲树枝的生成方法,但方法没有考虑重力对树枝的影响。本文在基于人为设定枝条各段弯曲度的基础上,结合分形算法,运用材料力学原理^[8]来模拟

重力场以实现弯曲枝条的模拟,克服了需要人为给出枝条弯曲度数这一不足。

近年来,模拟树根的方法主要有三种:1)是文献[9]中提到的基于环境中水分变化而生成的不同形状的树根;2)是文献[10]中提到的,先给定一个生成元,然后将其复制旋转生成树根;3)是文献[11]提出的基于微分 L 系统理论的植物根系生长模拟的算法。以上方法要么是生成的树根过于单一,不是随树的大小而相应变化的;要么是没有将树的地上部分和地下部分作为一个整体来考虑。而本文运用 Java 结合三维图形学语言 X3D 的 Extrusion 节点结合分形算法,简易方便地实现了形态逼真的弯曲树根的模拟,此树根具有向地性特点,而且随着树的层数的不同树根的层数以及半径也会相应不同,实现了将树的地上部分与地下部分作为一个自然整体来考虑。

1 弯曲枝条模拟的基本原理

1.1 分形算法原理

分形这一概念是由美籍法国数学家 Benoit Mandelbrot 提出来的,主要用于描述传统几何所无法描述的复杂、无规则

收稿日期:2010-11-16;修回日期:2011-01-24。 基金项目:广东省科技厅产学研项目(2008B090500120)。

作者简介:张杰(1963-),男,安徽芜湖人,副教授,主要研究方向:计算机辅助设计、图形仿真; 林彬(1955-),男,广东汕头人,工程师,主要研究方向:产品质量管理; 蔡文奇(1984-),女,湖北黄石人,硕士研究生,主要研究方向:计算机仿真、嵌入式系统; 谢壮荣(1966-),男,广东汕头人,工程师,主要研究方向:工业自动化。

的几何对象。1968年生物学家 Lindenmayer 提出了分形算法的一个分支——L 系统,它的核心机制是字符串重写,主要用于植物的模拟,也是本文中用到的基本方法。本文分形树的生成是改进文献[12]中的分形树模型和文献[7]中的基于植物生理结构的植物建模方法,模拟弯曲树枝所用到的 L 系统基本原理为(如图1所示)。

1) 先给定一根总长度为 h 的树枝,将其平均分成若干段 n ,则每段的长度为 h/n 。

2) 生成第一段,将其沿 Y 轴上移一定距离 $h/2n$,其中用来标记段数的参数 $i = 1 (0 < i \leq n)$ 。

3) 将以上所得到的总图形绕 X 轴偏转一定角度 α_i ,并沿 Y 轴上移一定距离 h/n ,然后再添加新的一段,并将其沿 Y 轴上移一定距离 $h/2n$,使之与之前生成的图形想连接并成为一个整体, $i++$ 。

4) 重复步骤3),直到 $i = n$,弯曲树枝模拟完成,整体绕 X 轴旋转一定角度 ω 。

可以用字符串重写机制来解释这一原理,先给定初始元 w ,即底端处于原点的树枝的第一个片段,然后按生成规则 P 依次迭代到第 n 次为止。L 系统表达式如下:

$w: F$

$P: F \rightarrow + FF$

其中“+”表示绕 X 轴旋转一定角 $\alpha_i (0 < i \leq n)$ 。

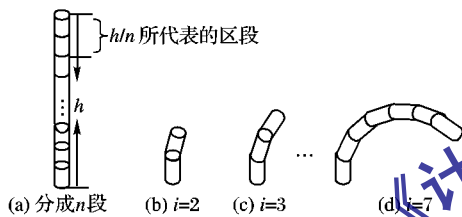


图1 弯曲树枝模拟的分形原理

1.2 重力场的模拟

1.2.1 材料力学原理

上一节中用分形算法模拟出了弯曲树枝的大体轮廓,下面将讨论如何确定 α_i 。文献[7]提出了确定 α_i 的方法,但此方法中的推导过程以及结论存在以下争议:

1) 根据材料力学^[9], 惯性矩 $I = \pi r^4/64$ 中 r 应为梁的半径;文献[7]中将 r 作为梁弯曲后形成曲线的曲率半径(如图3所示),这样的话必须先求出曲率半径才能得出偏转角,而曲率半径和偏转角必须是在其中一个已知的前提下才能求出另一个,根据其最终结果 $\theta = -FL^2/4EI$,可知此结果无解。

2) 如图2所示,梁的垂直位移为 dy ,水平位移为 dx ,很明显 $dy > dx$,则 $(dy/dx)^2 > 1$;而文献[7]中提出 $(dy/dx)^2 \ll 1$,并将其用于以后推导中,显而易见不正确,故其以后推导不成立。

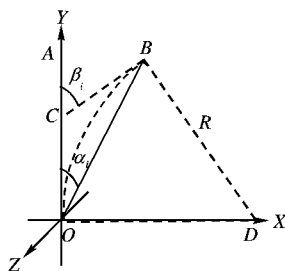


图2 偏转角 α_i 示意图

为了更符合客观事实,也即模拟出更自然逼真的弯曲枝条,本文基于文献[7]中修改后的方法,引入了重力场。将树枝视为一端固定的悬臂梁且总长度为 h ,由 n 段被视为刚体的

小圆柱体组成,每个片段长度为 h/n ,片段在合力 F_i 的作用下发生刚体偏转,偏转角为 $\alpha_i (0 < i \leq n)$ 。如图2所示,以圆柱体 i 发生偏转为例,用其中心轴线 OA 代表初始圆柱体 i ,用中心轴线 OB 代表发生偏转后的圆柱体,实际上最终结果中 OA 与 Y 轴有一定夹角的,但是计算过程中暂且将坐标轴 Y 轴方向设为 OA 方向, O 点为原点。由于圆柱体 i 会发生水平位移 dx 和垂直位移 dy 且 dy/dx 是值很小,故可以近似认为圆柱体 i 弯曲成半径为 R 的圆弧 \widehat{OB} 。 OC 、 BC 分别为 \widehat{OB} 上点 O 、 B 处的弦切线,由切线长定理可知线段 $OC = BC$,又由三角形内角和定理及推论可知:

$$\beta_i = 2\alpha_i \quad (1)$$

由以上推理可知只要求出 β_i 就可以确定 α_i 。根据材料力学原理,挠曲率方程为:

$$1/R(x) = M(x)/EI \quad (2)$$

其中: $M(x)$ 为弯矩, $M(x) = F_i(h/n - x)$, F_i 为刚体所受力的合力; E 为杨氏弹性模量,且 $E = Kd^{trs}$, K 和 d 均为常数, trs 为相邻两段枝条之间的半径比例; I 为惯性矩,且 $I = \pi r^4/64$, r 为圆柱体的横截面半径; EI 称为截面的抗弯曲刚度。又由微分学知识可得,曲率半径 R 与曲线方程有以下关系:

$$1/R(x) = \frac{d^2 y / d^2 x}{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}} \quad (3)$$

由于 $(dy/dx)^2$ 是高阶微量,故结合式(2)和(3)可得如下方程:

$$M(x)/EI = d^2 y / d^2 x \quad (4)$$

将 $M(x)$ 代入方程(4)并积分可得到:

$$dy/dx = \frac{F_i(2xh/n - x^2)}{2EI}$$

又 $dy/dx = \tan(\beta_i)$,故:

$$\beta_i = \arctan \left(\frac{F_i(2xh/n - x^2)}{2EI} \right) \quad (5)$$

将 $x = h/n$ 代入式(5)并结合式(1)可以得到:

$$\alpha_i = \arctan \left(\frac{F_i h^2}{2EI n^2} \right) / 2 \quad (6)$$

1.2.2 重力模型

树枝的弯曲在很大程度上都是重力场造成,只要求出每个片段所受的合力,就可以算出片段的偏转角 α_i 。如图3所示,假设当前树枝所处层数为 $j (0 < j \leq m, m$ 为这棵树的层数),其中 G_{childj} 为层数小于 j 的所有树枝的重力之和, G_j 为当前枝条 j 每个片段的重力, $F[j][i]$ 为枝条 j 第 i 个片段所受的合力。

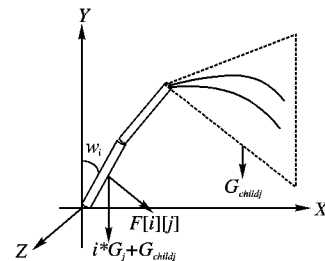


图3 片段受力图

由物理学知识可知:

$$G_j = \pi \rho r_j^2 h_j / n \quad (7)$$

其中 ρ 为树枝的密度,可假设各级树枝的密度相同。

$$G_{childj} = G_{child(j-1)} + T \cdot F[j-1][n] \quad (8)$$

其中 T 代表 T 叉树。

$$F[j][i] = (iG_j + G_{childj}) \sin \omega \quad (9)$$

将式(7)和(8)代入(9)就可以求出枝条某片段所受的合力,再将此合力代入(6)便可以求出 α_i 。

2 分形树根模拟的基本原理

2.1 分形算法原理

顾名思义,分形树根模拟所使用的核心原理是分形算法。文中模拟树根的分形原理为:

1) 先给定一个处于Y轴上初始生成元 w ,其较高的一端的中心在原点,另一端中心坐标为 (x_0, y_0, z_0) ,将 w 存储在数组 $G[0]$ 中。

2) 将以上所得图形缩小为原来的 s (s 为常数,且 $0 < s < 1$)倍并移至 (x_0, y_0, z_0) 处,添加 w ,这样 w 就与 $G[j-1]$ 相交于 (x_0, y_0, z_0) ,所得图形存储在数组 $G[j]$ 中。

3) 将 $G[j]$ ($0 < j < n$, n 为树根的层数)复制并绕Y轴旋转不同角度 j 次,它们相交于原点并形成一个整体。

4) 重复步骤2)、3),直至 $j = n-1$ 为止,若 $j = n-1$,则步骤3)中的绕Y轴旋转不同角度 j 次,改为6次;分形树根模拟完毕。

可用L系统表示如下:

$w; F$

$P; F \rightarrow \underbrace{F + F + \dots + F}_{j \uparrow (0 < j \leq n)}$

“+”表示将“F”的缩小为原来的 s 倍并绕Y轴旋转一定角度。树根的层数跟树的层数有密切的关系,如果是棵小树,那么根也会相对比较小,反之,则会比较大;另一方面为了增强生成树的实时性,应该使树根层数尽量不要太多。综合考虑以上两方面因素,用如下函数确定树根的层数 n :

$n = m/4 + 1$ (其中 m 为树的层数)

分形树根的生成过程如图4所示, $n=3$ 即树根的层数为3。图4(a)中生成初始元 $G[0]$;图4(b)将图4(a)所得结果缩小并移至 (x_0, y_0, z_0) 处,添加 $G[0]$,所得整体记为 $G[j] = G[1]$,将 $G[j] = G[1]$ 复制并绕Y轴旋转一定角度 $j=1$;当 $j=2$ 时即为图4(c)。

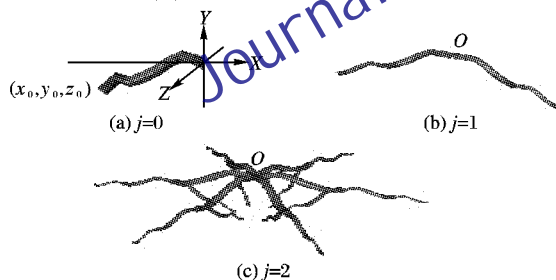


图4 分形树根的生成过程

2.2 重力场模拟

以上的分形算法已经在一定程度上逼近树根的向地性原则,另外由于树根在向地生长的过程中会受到来自土壤的不同阻力,在阻力和重力的合力作用下造成了树根的弯曲。如何模拟弯曲树根就成了影响树根逼真性的一个重要指标。

X3D是三维网络立体图形建模语言,它有很多节点可以方便用户简易地生成想要的三维图形。本文采用X3D的Extrusion挤出造型节点来模拟弯曲的树根。Extrusion节点的原理是先生成一个二维的图形,然后将其沿一定的轨迹拉伸即可得到各种三维图形。如图5所示,生成树根初始元的过程是先生成一个中心在原点的圆(图5(a)),然后将其按给定关键点的轨迹(图5(b))拉伸,便得到如图5(c)所示树根。

为了使初始元的长度随着树根的层数变化,也就是树越大,树根的初始元就越长,整个轨迹分为与树根层数无关部分

和有关部分,无关部分为初始元的初始长度,有关部分是在初始长度的基础上随着树根层数的增加而使初始元相应变长。其中无关部分的关键点可用式(10)得到,式中 r 为圆的半径且 $r = r[(\text{int})(m/2)]$, m 为整棵树的层数, $r[(\text{int})(m/2)]$ 为树中第 $(\text{int})(m/2)$ 层树枝的半径。

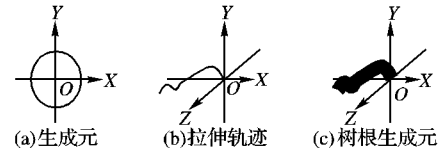


图5 初始元的生成原理

$$\begin{bmatrix} x_0[i] \\ y_0[i] \\ z_0[i] \end{bmatrix}^T = \begin{cases} (-2i, j/2, 0) \cdot r, & 0 \leq i \leq 2 \\ (-2i, 5.1 - 1.6i, 0) \cdot r, & 2 < i \leq 6 \end{cases} \quad (10)$$

与树根有关部分关键点可用式(11)得到,其中 $0 \leq i < n$, n 为树根层数。

$$\begin{bmatrix} x[i] \\ y[i] \\ z[i] \end{bmatrix}^T = \begin{cases} (x_0[6], y_0[6], 0) \cdot r, & i = 0 \\ (-10 - 2i, -2.8 + i, 0.1) \cdot r, & i \text{ 为奇数} \\ (-10 - 2i, -1.2 + i, 0.1) \cdot r, & i \text{ 为偶数} \end{cases} \quad (11)$$

3 模拟的整体效果

为了使效果看起来更逼真,树枝的颜色使用了树皮贴图,这样可以在视觉上达到树枝凹凸不平的效果。从杨氏弹性模量公式 $E = Kd^{ms}$ 可知,树枝的弯曲度跟常数 K, d 成反比,与相邻两段枝条之间的半径 trs 比例也成反比,也即这三个值越大,树枝的弯曲度越小,反之,则越大。

另一方面,由于树根是生长在土壤下的,所以通过设置树根透明度的方法来达到淡化树根的效果。树根的层数由树的层数决定,树根生成元的截面半径由树的半径决定,也即只要树确定了,树根也就确定了,换言之,树根是随着树的变化而变化的。

如图7所示,通过比较优化即加重力场前后的树可以看出,图6中的树枝笔直,树干颜色单一,整体看起来比较呆板;而图7中通过弯曲的树枝、半透明的树根以及相应的树皮贴图使整棵树看起来较逼真。图7中给出了添加树叶后整体树的效果,由于上面一棵树的弹性模量 E 比下面一棵树的大,故上面一棵树的弯曲度比下面一棵的要小;很明显,两棵树都比较符合自然常规,形态自然。

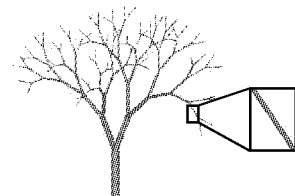


图6 加重力场前

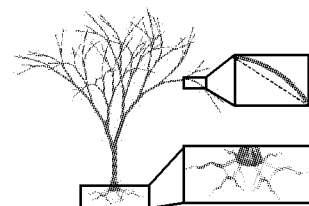


图7 加重力场后

5 结语

本文主要针对飞行器导航时无法进行景象匹配以及惯导无法提供有效姿态信息的情况给出了一个可行的解决方法。文中改进了一种双像运动估计模型并利用一种已知的刚体约束,把飞行器的位姿估计问题从6个自由度转换到4个自由度,在降低了位姿估计问题复杂度的同时提高了精确度。仿真结果表明改进的双像运动估计模型求解摄像机运动参数 R, t 具有更高的精度,根据这一结果重建出地形点、求飞行器位姿参数的方法可行。考虑到飞行器三个姿态角:航向角、俯仰角和滚动角的精度受到实验条件以及三维重建的误差影响,更加鲁棒的方法将是接下来要研究的内容。

参考文献:

- [1] 马颂德, 张正友. 计算机视觉——计算理论与算法基础[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [2] HARTLEY R, ZISSERMAN A. Multiple view geometry in computer vision[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [3] COURBON J, MEZOUAR Y, GUENARD N, *et al.* Vision-based navigation of unmanned aerial vehicles[J]. *Control Engineering Practice*, 2010, 18(7): 789–799.
- [4] 徐秀云. 基于特征点的景象匹配技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2009.
- [5] BURSCHKA D, HAGER G. V-GPS(SLAM): Vision-based inertial system for mobile robots[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics & Automation. New Orleans: IEEE, 2004: 409–415.
- [6] JACOBS D, BASRI R. 3-D to 2-D pose determination with regions[J]. *International Journal of Computer Vision*, 1999, 34(2/3): 123–145.
- [7] NISTER D. A minimal solution to the generalised 3-point pose problem[C]//Proceedings of the 2004 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2004: 560–567.
- [8] TAKEDA H, FACCHINETTI C, LATOMBE J. Planning the motion of a mobile robot in a sensory uncertainty field[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1994, 16(10): 1002–1017.
- [9] RODRIQUEZ J, AGGARWAL J K. Matching aerial images to 3-D terrain maps[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(11): 1138–1149.
- [10] SIM D-G, PARK R-H, KIM R-C, *et al.* Integrated position estimation using aerial image sequences[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, 24(1): 1–18.
- [11] LERNER R, RIVLIN E, ROTSTEIN H. Pose and motion recovery from feature correspondences and a digital terrain map[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2006, 28(9): 1404–1417.
- [12] 郭秀中, 于波, 陈云相. 陀螺仪理论及应用[M]. 北京: 航空工业出版社, 1987.
- [13] 蔡涛. 单目视觉三维重建方法与应用研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2004.
- [14] FAUGERAS O D, MAYBANK S. Motion from point matches: Multiplicity of solutions[J]. *International Journal of Computer Vision*, 1990, 4(3): 225–246.
- [15] TAYLOR C J, OSTROWSKI J P, JUNG S-H. Robust visual servoing based on relative orientation[C]//Proceedings of the 1999 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington, DC: IEEE Computer Society, 1999: 574–580.
- [16] WENG J, HUANG T S, AHUJA N. Motion and structure from two perspective views: Algorithms, error analysis, and error estimation[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, 11(5): 451–476.
- [17] RANGANATHAN A. The levenberg-marquardt algorithm[EB/OL]. [2004-06-08]. http://excelsior.cs.ucsb.edu/courses/cs290i_mvg/pdf/LMA.pdf.

(上接第1705页)

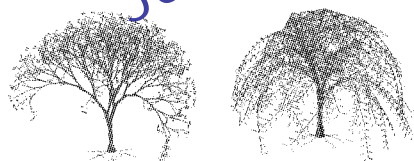


图8 优化后整体树的效果

4 结语

影响树形态的因素有很多,本文以材料力学和分形算法为理论基础,模拟了处于重力场下的三维弯曲树枝和分形树根。此方法的优点是,只需要三个参数便可通过树枝的弯曲度来反映其受力情况,另外只要确定了树,不需要输入任何参数就可以生成重力场下相应的树根。与其他方法相比,计算量较小,减少了人为设定大量参数或需要进行大量的实际测量的烦恼,可以较方便地生成形态逼真的三维分形树。

参考文献:

- [1] JULES B. Modeling the mighty maple[J]. *Computer Graphics*, 1985, 19(3): 305–311.
- [2] PRUSINKIEWICZ P, LINDENMAYER A. 植物的算法美[M]. 孟军, 邓华玲, 译. 北京: 科学出版社, 2008.
- [3] WEBER J, PENN J. Creation and rendering of realistic trees[C]//SIGGRAPH'95: Proceedings of the 22nd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1995: 119–128.
- [4] 曾兰玲. 虚拟场景中弯曲枝条的生成方法[J]. *福建电脑*, 2006(5), 102–103.
- [5] 郭武, 孟宇, 徐长青, 等. 基于物理的阔叶植物仿真[J]. *系统仿真学报*, 2009, 21(5): 1372–1375.
- [6] 赵星, 熊范纶, de REFFYE P. 一种新的植物枝条弯曲生成算法[J]. *中国科学技术大学学报*, 2001, 31(6): 714–720.
- [7] 谷欣超, 杨勇. 树木枝条弯曲形态的生成算法[J]. *长春理工大学学报*, 2005, 9(3): 39–41.
- [8] 孙讯方, 方孝淑, 关来泰. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2009.
- [9] MECH R, PRUSINKIEWICZ P. Visual models of plants interacting with their environment[C]//SIGGRAPH'96: Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1996: 397–410.
- [10] 冯宗坚. 基于L-系统的植物三维可视化研究[D]. 杭州: 浙江工业大学, 2008.
- [11] 钟南, 罗锡文, 秦琴. 基于微分L系统理论的植物根系生长模拟的算法[J]. *系统仿真学报*, 2006, 18(2): 138–143.
- [12] 张帆, 谭建荣. VRML环境中三维分形植物的生成和应用[J]. *计算机工程*, 2003, 29(21): 110–111.