

文章编号:1001-9081(2011)06-1709-04

doi:10.3724/SP.J.1087.2011.01709

## 基于地形高程模型的飞行器位姿估计方法

廖威<sup>1</sup>, 翁璐斌<sup>1</sup>, 于俊伟<sup>2</sup>, 田原<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 自动化研究所, 北京 100190; 2. 河南工业大学 信息科学与工程学院, 郑州 450001)

(wei.liao@ia.ac.cn)

**摘要:**针对无法依靠景象匹配手段进行导航定位和无法有效利用惯导姿态信息的情况,提出了一种基于地形高程模型的飞行器绝对姿态和位置的估计方法。该方法首先利用机载下视摄像系统获取实时立体图像对及利用传感器获得飞行速度信息,通过修改双像运动模型来重建飞行器下方的地形信息;然后利用三维重建结果的刚体约束给出一种匹配机载地形高程模型数据的方法,用于估计飞行器在世界坐标系中的绝对位姿。仿真结果表明:改进的双像运动模型具有更高的精度,更有利于在世界坐标系下进行位姿估计。

**关键词:**位姿估计; 双像运动模型; 欧氏重建; 地形高程模型

中图分类号: TP393 文献标志码:A

## Position and pose estimation of aerial vehicle based on terrain elevation model

LIAO Wei<sup>1</sup>, WENG Lu-bin<sup>1</sup>, YU Jun-wei<sup>2</sup>, TIAN Yuan<sup>1</sup>

(1. Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. College of Information Science and Engineering, Henan University of Technology, Zhengzhou Henan 450001, China)

**Abstract:** In order to solve the problems that scene matching cannot be applied to navigation and Inertial Navigation System (INS) pose information cannot be effectively used, a new approach based on the digital terrain elevation model was proposed to estimate the absolute position and pose for aerial vehicle. Firstly, the stereo pairs were captured by the airborne camera system and the information of flight speed was acquired by sensors; secondly, the terrain information under the vehicle was obtained by modifying the dual camera motion model; finally, a method used to match the on-board terrain elevation model data based on the rigid-body constraint of the 3D reconstruction results was proposed, which was used to estimate the position and pose of the vehicle in the world coordinate system. The simulation results demonstrate that the improved dual camera motion model achieves better precision, making the estimation of position and pose in the world coordinate system more effective and efficient.

**Key words:** position and pose estimation; dual camera motion model; Euclidean reconstruction; terrain elevation model

### 0 引言

近年来,利用计算机视觉相关理论,如摄像机位姿估计和三维重建理论<sup>[1-2]</sup>,进行飞行器导航成为机器人导航领域的研究热点<sup>[3]</sup>。根据导航依赖的数据不同,出现了以下三类方法:1)是基于直接图像匹配的方法<sup>[4]</sup>,也称为景象匹配,这类方法通过实时图像与机载的基准图像之间进行匹配获得飞行器的位置信息,适用于下方地形具有丰富纹理特征,且较为平坦的情况;2)是主要利用图像特征点与地面特征点间的对应约束关系来消除视觉信息的不确定性<sup>[5-8]</sup>,这类方法精度很高,但是在实际应用中需要预先精确获取地面模型特征,并确保其在数据库中被精确记录和在图像中被精确提取对应特征,要求条件苛刻;3)是基于传感器的数据,如机载的地形高程模型数据,适用于地面不平坦的情况。如文献[9]中假设前后两帧图像光轴平行并且基线长度已知,通过恢复下方的地形高程,与数字高程模型进行匹配来对飞行器位置进行估计,显然,这种约束不适合飞行器运动有旋转分量的情形;文献[10]中假设当前摄像机高度和姿态参数精确已知,通过解算数字高程模型和立体视觉成像的关系,计算摄像机的运动

参数;文献[11]中则假设惯性导航设备提供的位姿信息所包含的误差比较小,然后通过迭代优化方法来精确求解摄像机的位置和状态信息。上述第一类方法利用了景象匹配手段,适合应用于平坦地面;第二类和第三类基于惯导姿态信息可以有效利用的假设,适合非平坦地面。

本文综合考虑以上方法的局限,针对飞行器在非平坦地面上空飞行,并且机载惯性导航系统具有较大校准误差,无法提供有效的绝对姿态和位置信息的情况,提出了利用下视摄像机获取的地面立体图像对和空速管、大气数据系统等测得的飞行速度,并依靠机载数字高程模型,进行绝对位姿参数估计的方法。

### 1 坐标系定义和相互转换

本文的飞行器的位置和姿态表示在世界坐标系中。为了研究方便,首先建立世界坐标系、飞行器机体坐标系和摄像机坐标系,然后推导出坐标系之间的转换关系。

本文定义世界坐标系  $O_w X_w Y_w Z_w$  为高斯平面直角坐标系。地形高程模型  $Z = f(X, Y)$  在世界坐标系内表示成规则格网的高程数据模型,  $X$  轴和  $X_w$  轴,  $Y$  轴和  $Y_w$  轴,  $Z$  轴和  $Z_w$  轴

收稿日期:2010-11-17;修回日期:2011-01-13。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60904006;61005067)。

作者简介:廖威(1987-),男,湖北仙桃人,硕士研究生,主要研究方向:辅助导航系统、图像处理;翁璐斌(1979-),男,浙江舟山人,助理研究员,博士,主要研究方向:计算机视觉、飞行器导航、图像处理;于俊伟(1980-),男,河南周口人,讲师,博士,主要研究方向:计算机视觉、知识感知;田原(1964-),男,陕西西安人,研究员,博士,主要研究方向:计算机视觉、导航定位与跟踪、图像处理。

分别重合,网格大小为整数单位,网格存储该网格中心点对应的Z值,中心点附近点通过内插获得Z值的大小。

飞行器机体坐标系 $O_X Y Z$ ,如图1所示,其原点位于飞行器的重心, $X_w$ 轴沿飞行器的横轴方向, $Y_w$ 轴沿纵轴方向, $Z_w$ 轴沿竖轴方向。其中 $Y_w$ 轴和 $Z_w$ 轴构成的平面即为飞行器纵向对称平面。飞行器的姿态用航向角 $\psi$ 、俯仰角 $\theta$ 和横滚角 $\gamma$ 三个姿态角表示。其中航向角 $\psi$ 是飞行器纵轴在水平面上的投影与 $Y_w$ 轴的夹角;而俯仰角 $\theta$ 表示飞行器仰头或俯头时,飞行器纵轴与 $O_w X_w Y_w$ 平面之间的夹角;当飞行器绕纵轴向左或者向右转动时,飞行器纵向对称平面绕纵轴转动的角度就是飞行器的横滚角 $\gamma$ 。

本文设定摄像机光心的位置和飞行器的重心重合(在下文中,如无特殊说明,“飞行器位置”和“摄像机位置”表示同

$$\mathbf{R}_w^c = \begin{bmatrix} \cos \gamma' & 0 & -\sin \gamma' \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma' & 0 & \cos \gamma' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta' & \sin \theta' \\ 0 & -\sin \theta' & \cos \theta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi' & \sin \psi' & 0 \\ -\sin \psi' & \cos \psi' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi' \cos \gamma' - \sin \psi' \sin \theta' \sin \gamma' & \sin \psi' \cos \gamma' + \cos \psi' \sin \theta' \sin \gamma' & -\cos \theta' \sin \gamma' \\ -\sin \psi' \cos \theta' & \cos \psi' \cos \theta' & \sin \theta' \\ \cos \psi' \sin \gamma' + \sin \psi' \sin \theta' \cos \gamma' & \sin \psi' \sin \gamma' - \cos \psi' \sin \theta' \cos \gamma' & \cos \theta' \cos \gamma' \end{bmatrix} \quad (2)$$

如果能够求得 $R_w^c$ ,那么根据式(1)、(2)也能求得飞行器的姿态角参数 $\psi, \theta, \gamma$ 。

## 2 双像运动估计和地形点的欧氏重建

双像运动估计是通过立体像对的二维特征对应关系,分析两帧图像之间摄像机的运动关系。在本节中,我们在蔡的方法<sup>[13]</sup>的基础上改进双像运动估计模型,并计算摄像机的运动参数 $\mathbf{R}, \mathbf{t}$ (其中 $\mathbf{R}$ 为旋转矩阵, $\mathbf{t}$ 为平移向量)<sup>[14-16]</sup>,然后结合速度信息,获得地面数据的欧氏重建结果。

双像运动估计模型:已知观测到的 $n$ 个匹配点对 $\{(p_i, p'_i) | i = 1, \dots, n\}$ (这里的图像坐标都是在归一化坐标系下度量的),它们的理想点坐标数据都来自某个依赖参数 $(\mathbf{R}, \mathbf{t})$ 的系统模型,假设理想数据和观测数据之间的噪声可以用 $x$ 和 $y$ 方向上独立同分布的二维高斯噪声表示,从而 $p_i$ 和 $p'_i$ 可表示为: $p_i = \hat{p}_i(\mathbf{R}, \mathbf{t}) + \Delta p_i$ , $p'_i = \hat{p}'_i(\mathbf{R}, \mathbf{t}) + \Delta p'_i$ ,其中 $\Delta p_i$ 和 $\Delta p'_i$ 分别表示两幅图像上的对应点相对理想点坐标之间的误差扰动。考虑实际匹配问题总是以一个特征为基准,即认为该特征本身是理想的,重新表示匹配点对,记为 $\{(p_i^0, p'_i) | i = 1, \dots, n\}$ ,其中, $\{p_i^0 | i = 1, \dots, n\}$ 是预先确定的特征点,即理想点;而由图像数字化和匹配的误差引起第二帧图像中的匹配点 $p'_i$ 包含一个偏差 $\Delta p'_i$ ,记作:

$$p'_i = \hat{p}'_i(p_i^0, \mathbf{R}, \mathbf{t}) + \Delta p'_i \quad (3)$$

偏差 $\Delta p'_i$ 符合 $x$ 和 $y$ 方向独立同分布的二维高斯分布。 $\hat{p}'_i(p_i^0, \mathbf{R}, \mathbf{t})$ 表示 $p_i^0$ 在第二帧图像中的理想对应点,它们之间的关系由 $(\mathbf{R}, \mathbf{t})$ 唯一确定。至此,将两个误差扰动因素减少到一个扰动因素。

根据建立的双像运动估计模型, $(\mathbf{R}, \mathbf{t})$ 的最大似然估计是使得准则函数 $J$ 取最小值的 $(\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{t}})$ :

$$J = \sum_{i=1}^n \|p'_i - \hat{p}'_i\|^2 = \sum_{i=1}^n \|\Delta p'_i\|^2, \quad (4)$$

且满足 $\hat{p}'_i^T ([\mathbf{t}] \times \mathbf{R}) \hat{p}_i^0 = 0$

这里, $\hat{p}_i^0, \hat{p}'_i, \hat{p}'_i'$ 分别表示 $p_i^0, p'_i, \hat{p}'_i$ 的齐次坐标形式。

应用拉格朗日定理,最小化准则函数 $J$ 得到式(5)。

$$J' = \sum_{i=1}^n \frac{(\hat{p}'_i^T ([\mathbf{t}] \times \mathbf{R}) \hat{p}_i^0)^2}{\|\mathbf{Z}^T ([\mathbf{t}] \times \mathbf{R}) \hat{p}_i^0\|^2}, \text{且 } \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

一意思),因此有图1所示的摄像机坐标系 $O_c X_c Y_c Z_c$ ,其中 $O_c$ 为摄像机的光心, $Z_c$ 轴为摄像机的光轴,方向刚好和机体坐标系的 $Z_w$ 轴相反,而 $Y_c$ 轴的方向和 $Y_w$ 轴重合。如果令:

$$\psi' = \psi, \theta' = \theta, \gamma' = \gamma + \pi \quad (1)$$

显然, $\psi', \theta'$ 和 $\gamma'$ 为描述从世界坐标系到摄像机坐标系的转动关系的一组欧拉角<sup>[12]</sup>。因此,可以推导出摄像机坐标系 $O_c X_c Y_c Z_c$ 相对于世界坐标系 $O_w X_w Y_w Z_w$ 的旋转矩阵 $\mathbf{R}_w^{[12]}$ :

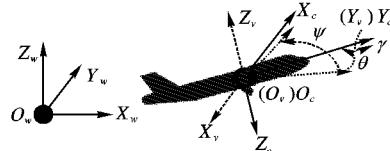


图1 坐标系示意图

通过奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)可以得到 $(\mathbf{R}, \mathbf{t})$ 的初始估计<sup>[15]</sup>,然后用Levenberg-Marquardt非线性优化方法<sup>[17]</sup>最小化准则函数(5),得到 $(\mathbf{R}, \mathbf{t})$ 的一个精确估计 $(\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{t}}_0)$ 。由于飞行器的速度可以通过空速管、大气数据系统等获取,拍摄这两帧图像的时间间隔已知,因此对应时间内的运动距离,即基线长度 $\|\mathbf{t}_0\|$ 可求,由向量模不变性,最后得到摄像机的运动参数为 $(\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{t}}_0)$ ,其中 $\hat{\mathbf{t}}_0 = \|\mathbf{t}_0\| \hat{\mathbf{t}}$ 。

当得到摄像机的相对运动参数 $(\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{t}}_0)$ 后,以第一个摄像机坐标为参考坐标系,重建出两帧图像对应特征点(对应点计算利用新的本质矩阵更新,以减小匹配误差的影响)的三维地形点集 $\{X_i^e | i = 1, \dots, n\}$ ,这个点集对应飞行器下方的某些地形点。

把世界坐标系 $O_w X_w Y_w Z_w$ 平移 $\mathbf{T}_0$ 到第一个摄像机的位置,两帧图像的投影矩阵分别为 $[\mathbf{R}_1 \ 0]$ 和 $[\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_2 \mathbf{t}_0]$ , $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2$ 分别是两个摄像机坐标系相对世界坐标系的旋转矩阵,如果 $\{X_i^e | i = 1, \dots, n\}$ 表示平移前世界坐标系上的地形高程上的点集。根据 $(\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{t}}_0)$ 的几何意义,有: $\hat{\mathbf{t}}_0 = -\mathbf{R}_2 \mathbf{t}_0$ , $\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{R}_2 \mathbf{R}_1^{-1}$ ,因此, $X_i^e$ 和重建出来的 $X_i^e$ 有如下关系:

$$X_i^e = \mathbf{R}_1 (X_i^e - \mathbf{T}_0) \quad (6)$$

得到的三维点集 $\{X_i^e | i = 1, \dots, n\}$ 和原来的世界坐标系下的点集 $\{X_i^e | i = 1, \dots, n\}$ 只存在平移 $\mathbf{T}_0$ 和旋转 $\mathbf{R}_1$ 的变换,重建结果是欧式的。

## 3 飞行器位姿参数求解

前一章已经求得前后两个摄像机的相对运动参数,因此只要求得式(6)中的 $\mathbf{T}_0$ 和 $\mathbf{R}_1$ ,就能获得前后帧对应的飞行器位置和姿态。本节通过利用重建结果的刚体约束来降低求解 $\mathbf{T}_0$ 和 $\mathbf{R}_1$ 问题的维数。

针对Lerner等的方法<sup>[11]</sup>假设惯导提供的姿态包含误差较小的情况,本文提出的方法则不需要附加这种假设约束,而是利用搜索匹配的策略求解 $\mathbf{T}_0$ 和 $\mathbf{R}_1$ 这一6维解空间的状态估计问题。由上一章的欧氏重建结果,地形点可以看做刚体,一旦确定 $\mathbf{T}_0$ ,也就确定了前后两帧图像的飞行器(摄像机)位置。对整个刚体来说,其运动只剩下绕前后两个飞行器位置之间的连线(也就是立体视觉的基线)旋转的角度 $\beta$ ,即可以将

表征  $\hat{\mathbf{R}}_1$  的 3 个自由度由绕基线为轴转过的角度这 1 个自由度代替,加上平移向量  $\hat{\mathbf{T}}_0$  的 3 个自由度,问题由 6 维降为 4 维,降低了解空间的复杂程度。

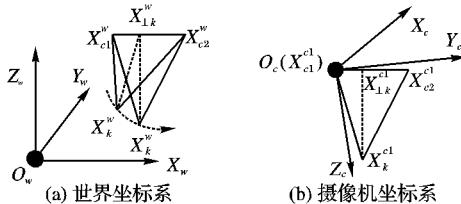


图 2 三点构成的刚体在世界坐标系和摄像机坐标系中

图 2 以一个重建点为例,给出了该点和前后两个摄像机位置点形成的刚体三角形在世界坐标系和摄像机坐标系下的示意图。其中,  $X_{cl}^w$  和  $X_{c2}^w$  表示世界坐标系下前后两帧摄像机位置,而  $X_{cl}^{cl} = [0, 0, 0]^T$  和  $X_{c2}^{cl} = -\hat{\mathbf{R}}^{-1}\hat{\mathbf{t}}_0$  是重建坐标系下对应的摄像机位置。点  $X_k^{cl}$  ( $1 \leq k \leq n, k \in \mathbb{N}$ ) 是重建点集中其中一点,它在世界坐标系下表示为  $X_k^w$ 。点  $X_{\perp k}^{cl}$  是点  $X_k^{cl}$  在  $X_{cl}^{cl}X_{c2}^{cl}$  上的垂足,  $d_k = \|X_k^{cl} - X_{\perp k}^{cl}\|$  是  $X_{\perp k}^{cl}$  到  $X_{cl}^{cl}X_{c2}^{cl}$  的距离,  $X_{\perp k}^w$  是  $X_{\perp k}^{cl}$  在世界坐标中的对应点。 $X_k^w$  在世界坐标系内的轨迹是过  $X_{\perp k}^w$  点垂直于线段  $X_{cl}^wX_{c2}^w$  的平面上,以  $X_{\perp k}^w$  为圆心以  $d_k$  为半径的圆弧上的点。该圆的方程为:

$$\begin{cases} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_{\perp k}^w)^T(\mathbf{X}_{c2}^w - \mathbf{X}_{cl}^w) = 0 \\ \|\mathbf{X} - \mathbf{X}_{\perp k}^w\| = d_k \end{cases} \quad (7)$$

其他  $X_l^{cl}$  ( $l \neq k, 1 \leq l \leq n, l \in \mathbb{N}$ ) 在世界坐标系中的对应点  $X_l^w$  运动轨迹同样绕  $X_{cl}^wX_{c2}^w$  轴转动,且由于保持刚体特性,转过的角度和  $X_k^w$  相同。

本文认为能使所有重建点和高程模型在最小二乘意义上拟合最好的  $\hat{\mathbf{t}}_0$  和绕基线为轴转过的角度  $\beta$  就是降维后问题的解。然后由 Rodrigues 定理求出  $\hat{\mathbf{R}}_1$  (即(2) 中的旋转矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_w$ ), 并最终由式(1)、(2) 逆推出飞行器的姿态角参数  $\psi, \theta, \gamma$ 。

## 4 实验结果及分析

本文以图 3 所示的  $164 \times 191$  网格大小的地形高程作实验,其中网格大小为 5 个单位。

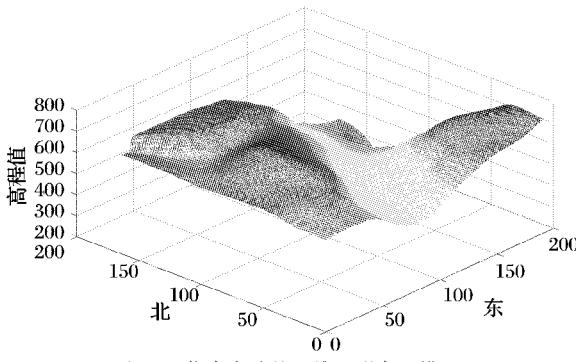


图 3 仿真实验的三维地形高程模型

生成的仿真图像大小为  $512 \times 512$ , 摄像机内参数为: 焦距  $f: 12E-3 m$ ,  $x$  和  $y$  方向像元大小都是  $8.3E-6 m$ , 主点坐标为  $(256, 256)$ 。由于图像的特征匹配方法不在本文讨论范围内,由地形高程模型根据透视投影矩阵获取立体像对的对应图像坐标,并且分别加上 0 均值,标准差  $\delta$  的高斯白噪声。实验中,以均匀分布随机选择 300 个图像对应点对。

### 4.1 双像运动估计的实验结果及分析

将提出的改进方法和蔡的方法<sup>[13]</sup>在相同条件下得到的实验结果进行比较来说明改进方法的优势。

将第 3 节求得的旋转矩阵  $\hat{\mathbf{R}}$  用旋转向量  $\hat{\mathbf{R}} = [\hat{R}_x, \hat{R}_y, \hat{R}_z]^T$  表示。引入误差计算公式:  $err = \frac{\|\hat{a} - \hat{a}\|}{\|a\|}$ , 其中  $\hat{a}$  是估计值,  $a$  是真实值。下面任意给出一组实验的结果,在该组实验中,两个摄像机的位置和姿态固定,先由三维高程模型产生理想投影点,随后叠加零均值高斯噪声,标准差在  $0 \sim 1$  变化,步长为 0.1, 加了噪声后的投影点数字化成整数的像素坐标。图 4 给出本文方法和文献[13] 方法的计算结果比较。

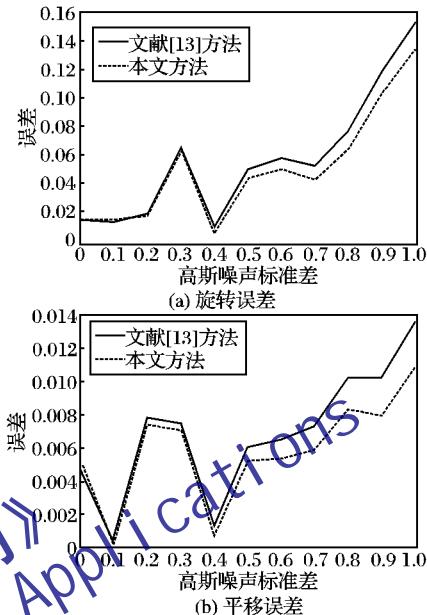


图 4 两种模型运动参数估计误差比较

由图 4 可知,本文的双像运动模型的旋转误差和平移误差都小于文献[13]方法,而且,随着噪声标准差的增大,我们的双像运动估计模型优势更加明显。

### 4.2 位姿估计的实验结果及分析

位姿估计实验的真实值如下: 第一帧图像对应的飞行器位置为  $(250, 250, 1150)$ ,  $\psi_1^0 = -60.08^\circ, \theta_1^0 = -0.39^\circ, \gamma_1^0 = 0.93^\circ$ ; 第二帧图像对应的飞行器位置为  $(298.497, 278.054, 1149.688)$ ,  $\psi_2^0 = -62.17^\circ, \theta_2^0 = -0.87^\circ, \gamma_2^0 = 1.53^\circ$ 。实验时在两帧图像坐标上所加的高斯白噪声标准差为 0.4, 四舍五入成整数坐标后,由双像运动估计求得的相对旋转矩阵和平移向量进行地形点的欧氏重建,然后通过第 3 章介绍的位姿参数估计方法在降维空间中( $T_0$  以 5 个单位为搜索间隔,  $\beta$  以  $0.2^\circ$  为搜索间隔)得到最小二乘意义下拟合的最好的像机位置和相对世界坐标系的旋转矩阵,并把结果转化成(2) 中的欧拉角表示,最后得到第一帧图像对应飞行器位置为  $(250, 250, 1135)$ ,  $\hat{\psi}_1 = -60.1223^\circ, \hat{\theta}_1 = -0.3446^\circ, \hat{\gamma}_1 = -1.1465^\circ$ ; 第二帧图像对应的飞行器位置为  $(298.497, 278.054, 1134.688)$ ,  $\hat{\psi}_2 = -62.2184^\circ, \hat{\theta}_2 = -0.0179^\circ, \hat{\gamma}_2 = -0.4555^\circ$ 。

仿真结果显示高度通道误差较大,航向角的精度高于滚动角和俯仰角,滚动角误差最大。这是由于:首先,实验用的地形曲面比较光滑,对重建结果的微小旋转扰动不太敏感;其次,双像运动分析结果一般只能纠正极线,而对沿极线方向的误差无法修正;最后,摄像机姿态参数对三维重建的结果影响较大,本文的匹配算法是在最小二乘意义下设计的,由相应重建结果估计姿态参数易受扰动因素的影响。

## 5 结语

本文主要针对飞行器导航时无法进行景象匹配以及惯导无法提供有效姿态信息的情况给出了一个可行的解决方法。文中改进了一种双像运动估计模型并利用一种已知的刚体约束,把飞行器的位姿估计问题从 6 个自由度转换到 4 个自由度,在降低了位姿估计问题复杂度的同时提高了精确度。仿真结果表明改进的双像运动估计模型求解摄像机运动参数  $R, t$  具有更高的精度,根据这一结果重建出地形点、求飞行器位姿参数的方法可行。考虑到飞行器三个姿态角:航向角、俯仰角和滚动角的精度受到实验条件以及三维重建的误差影响,更加鲁棒的方法将是接下来要研究的内容。

### 参考文献:

- [1] 马颂德, 张正友. 计算机视觉——计算理论与算法基础 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [2] HARTLEY R, ZISSEMAN A. Multiple view geometry in computer vision [M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [3] COURBON J, MEZOUAR Y, GUENARD N, et al. Vision-based navigation of unmanned aerial vehicles [J]. Control Engineering Practice, 2010, 18(7): 789–799.
- [4] 徐秀云. 基于特征点的景象匹配技术研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2009.
- [5] BURSCHKA D, HAGER G. V-GPS(SLAM): Vision-based inertial system for mobile robots [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Robotics & Automation. New Orleans: IEEE, 2004: 409–415.
- [6] JACOBS D, BASRI R. 3-D to 2-D pose determination with regions [J]. International Journal of Computer Vision, 1999, 34(2/3): 123–145.
- [7] NISTER D. A minimal solution to the generalised 2-point pose problem [C]// Proceedings of the 2004 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington,
- [8] DC: IEEE Computer Society, 2004: 560–567.
- [9] TAKEDA H, FACCHINETTI C, LATOMBE J. Planning the motion of a mobile robot in a sensory uncertainty field [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1994, 16(10): 1002–1017.
- [10] RODRIGUEZ J, AGGARWAL J K. Matching aerial images to 3-D terrain maps [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(11): 1138–1149.
- [11] SIM D-G, PARK R-H, KIM R-C, et al. Integrated position estimation using aerial image sequences [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(1): 1–18.
- [12] LERNER R, RIVLIN E, ROTSTEIN H. Pose and motion recovery from feature correspondences and a digital terrain map [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(9): 1404–1417.
- [13] 郭秀中, 于波, 陈云相. 陀螺仪理论及应用 [M]. 北京: 航空工业出版社, 1987.
- [14] FAUGERAS O D, MAYBANK S. Motion from point matches: Multiplicity of solutions [J]. International Journal of Computer Vision, 1990, 4(3): 225–246.
- [15] TAYLOR C J, OSTROWSKI J P, JUNG S-H. Robust visual servoing based on relative orientation [C]// Proceedings of the 1999 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington, DC: IEEE Computer Society, 1999: 574–580.
- [16] WENG J, HUANG T S, AHUJA N. Motion and structure from two perspective views: Algorithms, error analysis, and error estimation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(5): 451–476.
- [17] RANGANATHAN A. The levenberg-marquardt algorithm [EB/OL]. [2004-06-08]. [http://excelsior.cs.ucsb.edu/courses/cs290i\\_mvg/pdf/LMA.pdf](http://excelsior.cs.ucsb.edu/courses/cs290i_mvg/pdf/LMA.pdf).

(上接第 1705 页)



图 8 优化后整体树的效果

## 4 结语

影响树形态的因素有很多,本文以材料力学和分形算法为理论基础,模拟了处于重力场下的三维弯曲树枝和分形树根。此方法的优点是,只需要三个参数便可通过树枝的弯曲度来反映其受力情况,另外只要确定了树,不需要输入任何参数就可以生成重力场下相应的树根。与其他方法相比,计算量较小,减少了人为设定大量参数或需要进行大量的实际测量的烦恼,可以较方便地生成形态逼真的三维分形树。

### 参考文献:

- [1] JULES B. Modeling the mighty maple [J]. Computer Graphics, 1985, 19(3): 305–311.
- [2] PRUSINKIEWICZ P, LINDENMAYER A. 植物的算法美 [M]. 孟军, 邓华玲, 译. 北京: 科学出版社, 2008.
- [3] WEBER J, PENN J. Creation and rendering of realistic trees [C]// SIGGRAPH'95: Proceedings of the 22nd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1995: 119–128.

SIGGRAPH'95: Proceedings of the 22nd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1995: 119–128.

- [4] 曾兰玲. 虚拟场景中弯曲枝条的生成方法 [J]. 福建电脑, 2006(5): 102–103.
- [5] 郭武, 孟宇, 徐长青, 等. 基于物理的阔叶植物仿真 [J]. 系统仿真学报, 2009, 21(5): 1372–1375.
- [6] 赵星, 熊范纶, de REFFEY P. 一种新的植物枝条弯曲生成算法 [J]. 中国科学技术大学学报, 2001, 31(6): 714–720.
- [7] 谷欣超, 杨勇. 树木枝条弯曲形态的生成算法 [J]. 长春理工大学学报, 2005, 9(3): 39–41.
- [8] 孙讯方, 方孝淑, 关来泰. 材料力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2009.
- [9] MECH R, PRUSINKIEWICZ P. Visual models of plants interacting with their environment [C]// SIGGRAPH'96: Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1996: 397–410.
- [10] 冯宗坚. 基于 L-系统的植物三维可视化研究 [D]. 杭州: 浙江工业大学, 2008.
- [11] 钟南, 罗锡文, 秦琴. 基于微分 L 系统理论的植物根系生长模拟的算法 [J]. 系统仿真学报, 2006, 18(2): 138–143.
- [12] 张帆, 谭建荣. VRML 环境中三维分形植物的生成和应用 [J]. 计算机工程, 2003, 29(21): 110–111.