

文章编号:1001-9081(2011)06-1645-03

doi:10.3724/SP.J.1087.2011.01645

# 不协调决策信息系统最大分布约简新方法

余承依,李进金

(漳州师范学院 数学与信息科学系,福建 漳州 363000)

(ychy100@163.com)

**摘要:**针对如何快速求解不协调决策信息系统的最大分布属性约简问题,在分析现有的约简方法的基础上,定义一种新的决策最大分布二元关系,得到了最大分布协调集的判定定理,建立起了一种不协调决策信息系统最大分布属性约简的新方法。并进一步分析了最大分布的核心属性、相对必要属性、不必要属性的相应的特征刻画。最后给出了一个实例验证本方法的有效性。

**关键词:**粗糙集;决策最大分布二元关系;属性约简;可辨识矩阵

**中图分类号:** TP18   **文献标志码:**A

## New method for maximum distribution reduction in inconsistent decision information systems

YU Cheng-yi, LI Jin-jin

(Department of Mathematics and Information Science, Zhangzhou Normal University, Zhangzhou Fujian 363000, China)

**Abstract:** In order to get the maximum distribution attribute reduction rapidly in inconsistent decision information systems, a new decision maximum distribution binary relation was defined after analyzing the existing methods. And the judgment theorems for judging maximum distribution consistent sets were obtained, from which we can provide a new maximum distribution attribute reduction algorithm in inconsistent decision information systems. Moreover, the characterization of core attributes, relative necessary attributes, unnecessary attributes were discussed based on decision maximum distribution binary relation. Finally, a case study illustrates the validity of the method.

**Key words:** rough set; decision maximum distribution binary relation; attribute reduction; discernable matrix

## 0 引言

属性约简是粗糙集理论<sup>[1-2]</sup>的核心问题之一。所谓属性约简就是在保持知识库分类能力不变条件下,删除其中不相关或不重要的属性。对信息系统和协调决策信息系统的约简已经有不少研究工作<sup>[3-6]</sup>。但在管理决策中,我们大量面对的是不协调的决策信息系统,对不协调决策信息系统的约简已有一些学者对其进行研究<sup>[7-12]</sup>。如文献[5]给出了不协调决策信息系统的分布、最大分布、分配约简的概念,并给出了相应的约简方法。文献[7]提出一种将不一致决策表的分布约简、最大分布约简和分配约简转化为一致决策表的约简,充分利用一致决策表的有效算法。文献[8]定义了一种分布二元关系,并借助依赖空间讨论了不协调决策信息系统保持分布不变的属性约简问题。

在不协调的决策信息系统中,对于判定某个属性集B是否为最大分布协调集,文献[5]中的给出的方法要分别计算条件属性全集A和条件属性子集B上的最大分布函数。求最大分布函数除了要求等价关系外,还要确定包含度。因而考虑到求等价关系比求最大分布函数运算量少,可以充分利用等价关系来减少条件属性集B上的最大分布函数的计算。因此本文定义一种决策最大分布二元关系,将不协调决策信息系统的最大分布约简转化为决策最大分布二元关系下的约简。得到了最大分布属性协调集在决策最大分布二元关系下的判定定理。本文所定义的决策最大分布二元关系在最大分布协

调集的判定方面具有一定的优势,它只需计算条件属性集A上的最大分布函数及条件属性子集B上的等价关系,避免了条件属性子集B上的最大分布函数的计算,节省了计算量。

对于如何求最大分布约简,本文相应地构造决策最大分布二元关系下的可辨识矩阵,给出一种保持最大分布不变的属性约简方法。另外针对最大分布核心属性、最大分布相对必要属性、最大分布不必要属性也给出了在决策最大分布二元关系下的相应特征。本文的方法进一步丰富了不协调决策信息系统的属性约简理论。

## 1 基本概念

为方便理解,下面仅给出一些基本概念和知识,详细知识请参考文献[5]。

**定义1<sup>[5]</sup>** 称 $(U, A, F)$ 是信息系统,其中 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是有限对象集, $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ 是有限属性集, $F = \{f_i : U \rightarrow V_i, i \leq m\}$ 是 $U$ 与 $A$ 的关系集, $V_i$ 是属性 $a_i$ 的值域。

对于信息系统 $(U, A, F)$ ,任意 $B \subseteq A$ , $R_B = \{(x_i, x_j) | f_i(x_i) = f_j(x_j) (\forall a_i \in B)\}$ 是 $U$ 上的一个等价关系<sup>[5]</sup>。 $U/R_B = \{[x_i]_B | x_i \in U\}$ 产生 $U$ 上的一个划分,其中 $[x_i]_B = \{x_j | (x_i, x_j) \in R_B\}$ 。

**定义2<sup>[5]</sup>** 设 $(U, A, F)$ 为信息系统, $d : U \rightarrow V_d$ , $V_d$ 取有限值,称 $(U, A, F, d)$ 为决策信息系统,记:

收稿日期:2010-11-24;修回日期:2011-02-22。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10971186;11061004);福建省自然科学基金资助项目(2010J01018)。

作者简介:余承依(1976-),男,湖北襄樊人,讲师,硕士,主要研究方向:人工智能、粗糙集、不确定性理论; 李进金(1960-),男,福建泉州人,教授,博士生导师,主要研究方向:拓扑学、粗糙集、不确定性理论。

$$R_d = \{(x_i, x_j) \mid d(x_i) = d(x_j)\}$$

若  $R_A \subseteq R_d$ , 称  $(U, A, F, d)$  为协调决策信息系统。

若  $R_A \not\subseteq R_d$ , 称  $(U, A, F, d)$  为不协调决策信息系统。

记  $U/R_d = \{D_1, D_2, \dots, D_r\}$ 。

$$\text{对于 } x_i \in U, \text{ 记 } D(D_j/[x_i]_B) = \frac{|D_j \cap [x_i]_B|}{|[x_i]_B|} \quad (j \leq r),$$

称  $\eta_B(x_i) = \{D_{j_0} \mid D(D_{j_0}/[x_i]_B) = \max_{j \leq r} D(D_j/[x_i]_B)\} \quad (x_i \in U)$  为论域  $U$  上的关于属性子集  $B$  的最大分布函数。

**定义 3<sup>[5]</sup>** 设  $(U, A, F, d)$  为不协调决策信息系统,  $B \subseteq A$ , 若  $\forall x_i \in U$ , 有  $\eta_B(x_i) = \eta_A(x_i)$ , 则称  $B$  是最大分布协调集; 若  $B$  是最大分布协调集, 且  $B$  的任何真子集均不为最大分布协调集, 称  $B$  为最大分布约简集。

利用定义 3 可判别最大分布协调集, 但需要分别计算条件属性集  $A$  上和属性子集  $B$  上的最大分布函数。本文给出另一种判别最大分布协调集的简便方法。

## 2 最大分布协调集的判定定理

先定义不协调决策信息系统对象集上的一种新的二元关系, 给出基于此关系的最大分布协调集的判定定理。

**定义 4** 设  $(U, A, F, d)$  为不协调决策信息系统,  $B \subseteq A$ , 记:

$$K_B = \{(x_i, x_j) \in U \times U \mid \eta_A(x_i) = \eta_A(x_j) \wedge \eta_A(x_i) \neq \eta_A(x_j) \Rightarrow f_i(x_i) = f_i(x_j) \quad (\forall a_i \in B)\}$$

称  $K_B$  为不协调决策信息系统的决策最大分布二元关系。易知  $K_B$  是  $U$  上的自反、对称的二元关系。

记  $K_B(x) = \{y \in U \mid (x, y) \in K_B\}$ , 则  $K_B$  具有以下性质。

**性质 1** 设  $(U, A, F, d)$  为不协调决策信息系统, 对于任意  $B, C \subseteq A$ , 有:

- 1)  $B \subseteq C \Rightarrow K_C \subseteq K_B, B \subseteq C \Rightarrow K_C(x) \subseteq K_B(x) \quad (\forall x \in U);$
- 2)  $K_{B \cup C} = K_B \cap K_C, K_{B \cap C} \supseteq K_B \cup K_C;$
- 3)  $R_B \subseteq K_B$ .

由性质 2) 易得:  $K_B = \bigcap_{a_i \in B} K_a$ , 其中  $K_a = K_{\{a_i\}}$ 。

**定理 1** 设  $(U, A, F, d)$  为不协调决策信息系统, 对  $x_i, x_j \in U, \eta_A(x_i) \neq \eta_A(x_j) \Leftrightarrow (x_i, x_j) \notin K_A$ 。

**证明** 对于  $x_i, x_j \in U$ , 若  $\eta_A(x_i) \neq \eta_A(x_j)$ , 则  $[x_i]_A \neq [x_j]_A$ , 故由  $K_A$  的定义知  $(x_i, x_j) \notin K_A$ 。另一方面, 若  $(x_i, x_j) \notin K_A$ , 则  $\eta_A(x_i) \neq \eta_A(x_j)$ , 且存在属性  $a_i \in A$  使  $f_i(x_i) \neq f_i(x_j)$ 。

**定理 2** 设  $(U, A, F, d)$  为不协调决策信息系统,  $B \subseteq A$ , 则  $B$  是最大分布协调集  $\Leftrightarrow K_B = K_A$ 。

**证明** 因为  $B \subseteq A$ , 由性质 1 知  $K_A \subseteq K_B$ , 故只需证  $B$  是最大分布协调集  $\Leftrightarrow K_B \subseteq K_A$ 。

1) 先证若  $B$  是最大分布协调集, 则  $K_B \subseteq K_A$ 。

若  $B$  是最大分布协调集, 则  $\eta_B(x_i) = \eta_A(x_i), \eta_B(x_j) = \eta_A(x_j)$ 。由定理 1 知当  $(x_i, x_j) \notin K_A$  时有  $\eta_A(x_i) \neq \eta_A(x_j)$ , 从而  $\eta_B(x_i) \neq \eta_B(x_j)$ , 因此, 当  $(x_i, x_j) \notin K_A$  时, 有  $(x_i, x_j) \notin K_B$ 。故  $K_B \subseteq K_A$ 。

2) 再证若  $K_B \subseteq K_A$ , 则  $B$  是最大分布协调集。

对  $x_i \in U$ , 由于  $B \subseteq A$ , 故  $[x_i]_A \subseteq [x_i]_B$ , 因此  $[x_i]_B$  可以表示为  $[x_i]_B = \bigcup_{[y_k]_A \subseteq [x_i]_B} [y_k]_A$ 。当  $[y_k]_A \subseteq [x_i]_B$ , 有  $(x_i, y_k) \in R_B$ 。由性质 1 的 3) 知  $R_B \subseteq K_B$ , 故  $(x_i, y_k) \in K_B$ 。因此, 若  $K_B \subseteq K_A$ , 则  $(x_i, y_k) \in K_A$ , 由定理 1 知  $\eta_A(x_i) = \eta_A(y_k)$ 。

下面证明  $\eta_B(x_i) = \eta_A(x_i)$ 。

一方面, 对于  $j \leq r$ , 若设  $D_{j_0} \in \eta_A(x_i)$ , 则  $D(D_j/[y_k]_A) \leq$

$D(D_{j_0}/[y_k]_A)$ , 因此:

$$D(D_j/[x_i]_B) = \frac{|D_j \cap [x_i]_B|}{|[x_i]_B|} =$$

$$\sum_{[y_k]_A \subseteq [x_i]_B} \frac{|D_j \cap [y_k]_A|}{|[y_k]_A|} =$$

$$\sum_{[y_k]_A \subseteq [x_i]_B} \left( \frac{|D_j \cap [y_k]_A|}{|[y_k]_A|} \frac{|\eta_A(y_k)|}{|\eta_A(x_i)|} \right) =$$

$$\sum_{[y_k]_A \subseteq [x_i]_B} (D(D_{j_0}/[y_k]_A) \frac{|\eta_A(y_k)|}{|\eta_A(x_i)|}) \leq D(D_{j_0}/[x_i]_B)$$

即  $D(D_j/[x_i]_B) \leq (D(D_{j_0}/[x_i]_B))$ , 因此  $D_{j_0} \in \eta_B(x_i)$ , 从而  $\eta_A(x_i) \subseteq \eta_B(x_i)$ 。

另一方面, 若  $D_{j_0} \in \eta_B(x_i)$ , 必有  $D_{j_0} \in \eta_A(x_i)$ 。否则, 假设  $D_{j_0} \notin \eta_A(x_i)$ , 当  $[y_k]_A \subseteq [x_i]_B$  时, 由于  $\eta_A(x_i) = \eta_A(y_k)$ , 从而  $D_{j_0} \notin \eta_A(y_k)$ , 则  $D(D_{j_0}/[y_k]_A) < \max_{j \leq r} D(D_j/[y_k]_A)$ 。

取  $D_{k_0} \in \eta_A(x_i)$ , 当  $[y_k]_A \subseteq [x_i]_B$  时, 有  $D_{k_0} \in \eta_A(y_k)$ 。于是:

$$D(D_{k_0}/[x_i]_B) = \frac{|D_{k_0} \cap [x_i]_B|}{|[x_i]_B|} =$$

$$\sum_{[y_k]_A \subseteq [x_i]_B} (D(D_{k_0}/[y_k]_A) \frac{|\eta_A(y_k)|}{|\eta_A(x_i)|}) >$$

$$\sum_{[y_k]_A \subseteq [x_i]_B} (D(D_{j_0}/[y_k]_A) \frac{|\eta_A(y_k)|}{|\eta_A(x_i)|}) = D(D_{j_0}/[x_i]_B)$$

这与  $D_{j_0} \in \eta_B(x_i)$  矛盾。即证明了  $\eta_B(x_i) \subseteq \eta_A(x_i)$ 。

综上所述有  $\eta_B(x_i) = \eta_A(x_i)$ , 则  $B$  是最大分布协调集。

由定理 2 可以看出通过定义的决策最大分布二元关系可以确定不协调决策信息系统的最大分布协调集。如果要判定某个属性子集  $B$  是否为最大分布协调集, 只需计算属性集  $A$  上的最大分布函数和属性子集  $B$  上的等价关系, 不需要计算属性子集  $B$  上的最大分布函数, 这样可减少计算量。

如果是求最大分布协调集, 可以借助定理 2 通过下面定义的决策最大分布可辨识矩阵求解。

## 3 最大分布属性约简方法

下面定义决策最大分布可辨识矩阵, 得到一种求最大分布协调集的可辨识矩阵方法。

**定义 5** 设  $(U, A, F, d)$  为不协调决策信息系统, 记:

$$C_{ij} = \begin{cases} \{a \in A \mid f_a(x_i) \neq f_a(x_j)\}, K_A(x_i) \neq K_A(x_j) \\ \emptyset, \quad K_A(x_i) = K_A(x_j) \end{cases}$$

称  $C_{ij}$  为对象  $x_i$  和  $x_j$  的决策最大分布可辨识属性集,  $M = (C_{ij})_{n \times n}$  为决策最大分布可辨识矩阵。

**定理 3** 设  $(U, A, F, d)$  为不协调决策信息系统,  $M = (C_{ij})_{n \times n}$  为决策最大分布可辨识矩阵, 则  $B$  为最大分布协调集当且仅当对于任意  $(x_i, x_j) \notin K_A$  有  $B \cap C_{ij} \neq \emptyset$ 。

**证明** 由定理 2 知  $B$  是最大分布协调集  $\Leftrightarrow K_B = K_A$ , 又因为  $K_A \subseteq K_B$ , 故  $B$  是最大分布协调集  $\Leftrightarrow K_B \subseteq K_A$ 。对任意的  $(x_i, x_j) \notin K_A$ , 必有  $(x_i, x_j) \notin K_B$ , 也即任意  $(x_i, x_j) \notin K_A$  时必存在属性  $a \in B$ , 使  $f_a(x_i) \neq f_a(x_j)$ , 故  $K_B = K_A \Leftrightarrow B \cap C_{ij} \neq \emptyset$  成

立。结论得证。

下面给出不协调决策信息系统属性特征刻画。

**定义6** 设  $S = (U, A, F, d)$  为不协调决策信息系统,  $\{B_k \mid k \leq l\}$  是最大分布属性约简全体, 记:

$$C = \bigcap_{k \leq l} B_k, H = \bigcup_{k \leq l} B_k - C, I = A - \bigcup_{k \leq l} B_k$$

$a \in C$  时, 称  $a$  为最大分布核心属性,  $C$  为最大分布核心集;  $a \in H$  时, 称  $a$  为最大分布相对必要属性,  $H$  为最大分布相对必要属性集;  $a \in I$  时, 称  $a$  最大分布不必要属性,  $I$  为最大分布不必要属性集。

**定理4** 设  $(U, A, F, d)$  为不协调决策信息系统, 则以下命题等价:

- 1)  $a$  是最大分布核心属性;
- 2) 存在  $x_i, x_j \in U, C_{ij} = \{a\}$ ;
- 3)  $K_{A-\{a\}} \not\subseteq K_A$ .

证明:

1)  $\Rightarrow$  2) 采用反证法, 假设 2) 不成立, 即对任意包含  $a$  的可辨识属性集  $C_{ij}$  中至少包含两个元素。记:

$$B = \bigcup \{(C_{ij} - \{a\}) \mid (x_i, x_j) \notin K_A\}$$

则对任意的  $(x_i, x_j) \notin K_A, B \cap C_{ij} \neq \emptyset$ 。由定理 3 知  $K_B = K_A$ , 从而存在  $C \subseteq B$  使  $C$  为最大分布约简集, 但是  $a \notin C$ , 这与  $a$  为核心属性矛盾。

2)  $\Rightarrow$  3) 若  $C_{ij} = \{a\}$ , 则  $(x_i, x_j) \notin K_A, f_a(x_i) \neq f_a(x_j)$  且  $f_b(x_i) = f_b(x_j) (b \neq a)$ , 于是  $(x_i, x_j) \in K_{A-\{a\}}$ , 故  $K_{A-\{a\}} \not\subseteq K_A$ 。

3)  $\Rightarrow$  1) 采用反证法, 假设  $a$  不是最大分布核心属性, 则存在最大分布属性约简集  $B (a \notin B)$ , 满足  $B \subseteq A - \{a\}$ 。由性质知  $K_{A-\{a\}} \subseteq K_B$ , 又因为  $K_B \subseteq K_A$ , 从而  $K_{A-\{a\}} \subseteq K_A$ , 与 3) 矛盾。

**定理5** 设  $(U, A, F, d)$  为不协调决策信息系统, 则  $a$  为最大分布不必要属性, 当且仅当  $K(a) \subseteq K_A \cup K_a$  其中  $K(a) = \bigcup \{K_{B-\{a\}} \mid K_B \subseteq K_A, B \subseteq A\}$ 。

证明 先证必要性, 设  $a$  为不必要属性, 则  $a$  不存在于任何最大分布约简集中。于是对于任意  $K_B \subseteq K_A (B \subseteq A)$ , 有  $K_{B-\{a\}} \subseteq K_A$ , 否则若  $K_{B-\{a\}} \not\subseteq K_A$ , 则对任意的  $B' \subseteq B - \{a\}$ , 有  $K_{B'} \not\subseteq K_A$ , 从而  $B$  为约简集, 且  $a \in B$ , 这与  $a$  为不必要属性矛盾。于是对于任意  $B \subseteq A, K_B \subseteq K_A$  时必有  $K_{B-\{a\}} \subseteq K_A \subseteq K_A \cup K_a$ 。故  $K(a) \subseteq K_A \cup K_a$  成立。

再证充分性。若  $K(a) \subseteq K_A \cup K_a$ , 则对任意  $B \subseteq A, K_B \subseteq K_A$  时必有  $K_{B-\{a\}} \subseteq K_A \cup K_a$ , 于是  $K_{B-\{a\}} \cap K_a^c \subseteq K_A$ , 从而  $K_B \cup (K_{B-\{a\}} \cap K_a^c) \subseteq K_A$ 。而  $K_B \cup (K_{B-\{a\}} \cap K_a^c) = K_{B-\{a\}}$ , 故  $K_{B-\{a\}} \subseteq K_A$ , 从而  $a$  不存在于任何约简集中, 即  $a$  是不必要属性。

从定理 5 可以发现: 若  $C$  为最大分布核心集,  $K_C \subseteq K_A \cup K_a$ , 取  $B = C + \{a\}$ , 则  $K(a) \subseteq K_A \cup K_a$ 。因此  $K_C \subseteq K_A \cup K_a$  是  $a$  为最大分布不必要属性的充分条件, 在实际中这也是判别  $a$  为不必要属性的简洁方法。

由定理 4 和定理 5 易得:

**定理6** 设  $(U, A, F, d)$  为不协调决策信息系统, 则有以下结论:

- 1)  $a$  是最大分布核心属性  $\Leftrightarrow K_{A-\{a\}} \not\subseteq K_A$ ;
- 2)  $a$  是最大分布不必要属性  $\Leftrightarrow K(a) \subseteq K_A \cup K_a$ ;
- 3)  $a$  是最大分布相对必要属性  $\Leftrightarrow K_{A-\{a\}} \subseteq K_A$  且  $K(a) \not\subseteq K_A \cup K_a$ 。

## 4 实例分析

表 1 所示的决策信息系统,  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$  为条件属

性集,  $d$  为决策属性。

表 1 决策信息系统

$U$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$d$
$x_1$	1	1	3	2	1
$x_2$	2	1	3	2	1
$x_3$	1	2	2	2	1
$x_4$	1	2	2	2	2
$x_5$	2	2	2	2	2
$x_6$	3	3	3	1	2

因为  $R_A \not\subseteq R_d$ , 故该决策信息系统是不协调的, 从表 2 可以看出最大分布约简是  $\{a_1, a_2\}$  和  $\{a_1, a_3\}$ 。其中  $a_1$  是最大分布核心属性,  $a_2, a_3$  是最大分布相对必要属性,  $a_4$  是最大分布不必要属性。

表 2 最大分布

$U$	$\eta_A(x)$	$\eta_{a_1}(x)$	$\dots$	$\eta_{a_1a_2}(x)$	$\eta_{a_2a_3}(x)$	$\eta_{a_1a_3}(x)$	$\dots$
$x_1$	$\{D_1\}$	$\{D_1\}$	$\dots$	$\{D_1\}$	$\{D_1\}$	$\{D_1\}$	$\dots$
$x_2$	$\{D_1\}$	$\{D_1, D_2\}$	$\dots$	$\{D_1\}$	$\{D_1\}$	$\{D_1\}$	$\dots$
$x_3$	$\{D_1, D_2\}$	$\{D_1\}$	$\dots$	$\{D_1, D_2\}$	$\{D_2\}$	$\{D_1, D_2\}$	$\dots$
$x_4$	$\{D_1, D_2\}$	$\{D_1\}$	$\dots$	$\{D_1, D_2\}$	$\{D_2\}$	$\{D_1, D_2\}$	$\dots$
$x_5$	$\{D_2\}$	$\{D_1, D_2\}$	$\dots$	$\{D_2\}$	$\{D_2\}$	$\{D_2\}$	$\dots$
$x_6$	$\{D_2\}$	$\{D_2\}$	$\dots$	$\{D_2\}$	$\{D_2\}$	$\{D_2\}$	$\dots$

下面采用本文方法求解:

由定义 4 得  $K_A(x_1) = K_A(x_2) = \{x_1, x_2\}, K_A(x_3) = K_A(x_4) = \{x_3, x_4\}, K_A(x_5) = K_A(x_6) = \{x_5, x_6\}$ 。

1) 判别最大分布属性协调集(例如判别  $B_1 = \{a_1, a_2\}$  和  $B_2 = \{a_2, a_3\}$  是否为最大分布属性协调集)。

由  $B_1, B_2$  确定的等价关系和  $K_A$  得:  $K_{B_1} = K_A$  和  $K_{B_2} \neq K_A$ (因为  $(x_3, x_5) \in K_{B_2}$ , 但  $(x_3, x_5) \notin K_A$ ), 由定理 2 知  $B_1$  是属性协调集,  $B_2$  不是属性协调集。

2) 求最大分布约简。

由定义 5 得可辨识矩阵为:

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \emptyset & \emptyset & a_2a_3 & a_2a_3 & a_1a_2a_3 & a_1a_2a_4 \\ \emptyset & a_1a_2a_3 & a_1a_2a_3 & a_2a_3 & a_1a_2a_4 \\ & & \emptyset & a_1 & A \\ & & & a_1 & A \\ & & & \emptyset & \emptyset \\ & & & & \emptyset \end{bmatrix}$$

其中:  $\boldsymbol{M}$  是对称矩阵, 其中  $\{a_1, a_2\}$  简记为  $a_1a_2$ 。

故最大分布约简是  $\{a_1, a_2\}$  和  $\{a_1, a_3\}$ 。进一步可知  $C = \{a_1\}, H = \{a_2, a_3\}, I = \{a_4\}$ 。

由定义 4 得:

$K_{a_1} = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,5), (3,1), (3,3), (3,4), (4,1), (4,3), (4,4), (5,2), (5,5), (5,6), (6,5), (6,6)\}$ ;

$K_{a_2} = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,3), (4,4), (4,5), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,5), (6,6)\}$ ;

$K_{a_3} = \{(1,1), (1,2), (1,6), (2,1), (2,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,3), (4,4), (4,5), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,5), (6,6)\}$ ;

$K_{a_4} = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)\}$ ;

(下转第 1659 页)

表2 贪婪算法、遗传算法与改进蚁群算法对比

实例场景		最优解			最差解			平均解			
序号	规模( $n, m$ )	任务收益和	贪婪算法	遗传算法	改进蚁群	贪婪算法	遗传算法	改进蚁群	贪婪算法	遗传算法	改进蚁群
1	(2,10)	340	340	340	340	340	340	340	340	340	340
2	(2,20)	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
3	(2,100)	2630	2320	2320	2360	2320	2310	2320	2320	2315	2346
4	(2,200)	5020	4290	4240	4370	4100	4150	4270	4150	4195	4345
5	(5,100)	4500	4250	4300	4340	4250	4290	4210	4250	4295	4293
6	(5,200)	8120	7490	7520	7550	7150	7230	7410	7309	7375	7486
7	(5,300)	9220	8700	8800	9020	8260	8680	8730	8494	8740	8835
8	(10,100)	4450	4160	4290	4330	4150	4200	4250	4154	4245	4294
9	(10,200)	9130	8880	8850	8890	8620	8690	8760	8801	8770	8836
10	(10,300)	11890	11180	11210	11270	10660	10780	10910	10909	10995	11080

注:  $n$  表示场景中的卫星数目,  $m$  表示任务数目, 任务收益和是指具有观测时间窗口的任务收益之和。

## 4 结语

通过分析成像侦察卫星调度系统中资源间的约束关系、任务收益值与可见时间窗, 设定了合理的状态转移规则, 信息素更新规则, 并加入了基于启发式规则的任务路径处理流程, 建立了蚁群算法求解该类问题的基本模型。最后, 通过随机生成若干实例进行仿真计算, 并与文献[3]提出的贪婪算法以及文献[6]提出的遗传算法进行对比, 验证了本文方法的有效性。

### 参考文献:

- [1] BENSANA E, VERFAILLIE G, AGNESE J C, et al. Exact and approximate methods for the daily management of an earth observing satellite[ C]// Proceedings of the 4th International Symposium on Space Mission Operations and Ground Data Systems. Munich: [ s. n. ], 1996: 3 - 12.
- [2] GLOBUS A, CRAWFORD J, LOHN J, et al. Earth observing fleets using evolutionary algorithms: Problem description and approach [ C]// Proceedings of the 3rd International NASA Workshop on

(上接第 1647 页)

3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,5),(6,6) }。

其中: (1,2) 表示  $(x_1, x_2)$ 。从而  $K_{a_1} \subseteq K_A \cup K_{a_4}$ ,  $K_{a_1} \not\subseteq K_A \cup K_{a_2}$ ,  $K_{a_1} \not\subseteq K_A \cup K_{a_3}$ , 但  $K_{A-a_1} \subseteq K_A$  ( $i \neq 1$ ), 这与  $a_2, a_3$  是最大分布相对必要属性,  $a_4$  是最大分布不必要属性特征一致。

## 5 结语

在不协调决策信息系统的属性约简中, 本文利用属性全集上的最大分布函数和属性子集上的等价关系来构造一种决策最大分布二元关系, 将不协调决策信息系统的约简转化为决策最大分布二元关系下的约简, 得到了一种新的属性约简方法。该方法可以有效减少计算量, 为快速进行不协调决策信息系统的属性约简提供了一种新的途径。另外, 不同类型的属性在所定义的决策最大分布二元关系下表现出了不同的特征, 这有利于我们对属性类型的判别与理解。今后我们将进一步考虑不完备不协调的决策信息系统。

### 参考文献:

- [1] PAWLAK Z. Rough sets [ J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341 - 356.
- [2] PAWLAK Z. Rough sets: Theoretical aspects of reasoning about data [ M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [3] QIAN Y H, LIANG J Y, PEDRYCZ W, et al. Positive approxima-

Planning and Scheduling for Space. [ S. l. ]: IEEE Press, 2002.

- [3] 卢盼, 徐培德. 基于贪婪算法成像侦察卫星调度方法研究[ J]. 计算机仿真, 2008, 25(2): 37 - 40.
- [4] MURAOKA H, COHEN R H, OHNO T, et al. Aster observation scheduling algorithm[ EB/OL]. [ 2010 - 06 - 01 ]. <http://track.sfo.jaxa.jp/spaceops98/paper98/track2/2b004.pdf>.
- [5] 李军, 王钧, 陈健, 等. 基于多目标遗传算法的卫星成像任务调度技术[ J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(7): 1164 - 1168.
- [6] 王炎娟, 张辉. 基于遗传算法的成像侦察卫星调度问题研究[ J]. 兵器自动化, 2008, 27(10): 83 - 85.
- [7] 朱威震, 杨博, 袁建平. 人工智能在卫星任务规划中的应用[ J]. 飞行力学, 2008, 26(1): 79 - 82.
- [8] 李士勇. 蚁群算法及其应用[ M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2004: 18 - 21.
- [9] DORIGO M, BONABEAU E, THERAULAZ G. Ant algorithms and stigmergy[ J]. Future Generation Computer Systems, 2000, 16(8): 851 - 871.
- [10] 李菊芳, 王军民, 王沛. 面向多星观测调度的启发式算法研究[ J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(35): 11 - 14.

tion: An accelerator for attribute reduction in rough set theory [ J]. Artificial Intelligence, 2010, 174(9): 597 - 618.

- [4] 张文修, 仇国芳, 吴伟志. 粗糙集属性约简的一般理论[ J]. 中国科学:E辑(信息科学), 2005, 35(12): 1304 - 1313.
- [5] 张文修, 仇国芳. 基于粗糙集的不确定决策[ M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [6] 王国胤. Rough 集理论与知识获取[ M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.
- [7] 李凡, 刘启和, 叶茂, 等. 不一致决策表的知识约简方法研究[ J]. 控制与决策, 2006, 21(8): 857 - 862.
- [8] LEUNG Y, MA J M, ZHANG W X, et al. Dependence-space based attribute reductions in inconsistent decision information systems [ J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2008, 49(3): 623 - 630.
- [9] ZHANG W X, MI J S, WU W Z. Approaches to knowledge reductions in inconsistent systems [ J]. International Journal of Intelligent Systems, 2003, 18(9): 989 - 1000.
- [10] 张文修, 米据生, 吴伟志. 不协调目标信息系统的知识约简[ J]. 计算机学报, 2003, 26 (1): 12 - 18.
- [11] 邓大勇, 黄厚宽, 李向军. 不一致决策系统中约简之间的比较[ J]. 电子学报, 2007, 35(2): 252 - 255.
- [12] 米据生, 吴伟志, 张文修. 不协调目标信息系统知识约简的比较研究[ J]. 模糊系统与数学, 2003, 17(3): 54 - 60.