

周期 B 样条基函数系数的并行算法

周凯汀¹, 郑力新¹, 林福泳²

(1. 华侨大学 信息科学与工程学院, 福建 泉州 362021; 2. 华侨大学 机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

(katezlxkatezlx@yahoo.com.cn)

摘要:在现有周期 B 样条插值方法中, 需要用迭代算法确定 B 样条基函数系数。针对现有方法的不足, 建立 B 样条基函数系数的并行算法。首先构造周期区域的正交 B 样条基, 得出正交 B 样条基函数系数的并行算法; 进一步利用正交 B 样条基函数系数与 B 样条基函数系数的关系, 得出 B 样条基函数系数的并行算法; 最后推导二阶、三阶、四阶周期插值 B 样条基函数系数及插值点函数值的显式算式。实验证明了该方法在实现 B 样条基函数系数快速并行算法的同时保持了 B 样条基函数简单的函数关系。

关键词:样条函数; 样条插值; 周期样条; 正交样条; 并行算法

中图分类号:TP301.6 **文献标志码:**A

Parallel algorithm for computing coefficients of periodic B-spline basis functions

ZHOU Kai-ting¹, ZHENG Li-xin¹, LIN Fu-yong²

(1. College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Quanzhou Fujian 362021, China;

2. College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Quanzhou Fujian 362021, China)

Abstract: In the existing methods of periodic B-spline interpolation, coefficients of B-spline basis functions are determined by iterative algorithms. To overcome the weakness of the existing methods, new parallel algorithm for computing coefficients of B-spline basis functions were established. First, this paper established orthogonal B-spline basis and derived parallel algorithm for coefficients of orthogonal B-spline basis functions; and then derived parallel algorithm for coefficients of B-spline basis functions by using the relation between coefficients of orthogonal B-spline basis functions and coefficients of B-spline basis functions; at last this paper derived explicit formulas for both coefficients of B-spline basis functions and value of interpolated point with the 2nd, the 3rd and the 4th order periodic interpolating B-spline functions. The presented method retains the simplicity of B-spline basis functions while realizing fast parallel algorithm for coefficients of B-spline basis functions.

Key words: spline function; spline interpolation; periodic spline; orthogonal spline; parallel algorithm

0 引言

样条插值用幂次较低的分段多项式函数获得插值的高阶精确性。插值样条函数不仅通过给定数据点, 而且在各数据点处光滑连续。样条插值最常使用的是 B 样条基。周期插值 B 样条函数的定义域为周期区域, 现有的构造方法是首先用给定数据求 B 样条基函数系数, 然后用这些系数与 B 样条基构造插值样条函数。B 样条基函数简单, 便于计算。但它们仅线性无关互不正交, 因此确定 B 样条基函数系数需要用迭代算法如追赶法等解一个线性方程组。通过对方程组系数逆矩阵的研究建立更为简化的递推关系可以得到更优的求解算法^[1], 但仍然没有实现并行计算。构造正交样条基^[2-9]是解除样条基函数系数耦合实现并行计算的途径之一, 但正交基函数相对复杂。本文在不增加样条基函数复杂性的前提下, 解除 B 样条基函数系数之间的耦合, 实现了 B 样条基函数系数的快速并行算法。

1 B 样条基函数系数的新算法及算式

1.1 周期区域

本文讨论的是周期区域为 $[a, b]$ 。对于 $[a, b]$ 上的一个

分划 $\Delta: a = x_0 < x_1 < \dots < x_N = b$ 和任意函数 $f(x)$, 可以在 a, b 两侧拓展节点, 并且有 $f(x_{kN-l}) = f(x_{N-l})$, $f(x_{kN}) = f(x_0)$, 以及 $f(x_{kN+l}) = f(x_l)$, 其中 k, l 为整数, 而且 $0 < l < N$ 。

1.2 记法

$[a, b]$ 上两函数 $f(x), g(x)$ 的内积 $\int_a^b f(x)g(x) \cdot dx$ 记为 $\langle f(x), g(x) \rangle$ 。其中“ $*$ ”表示求共轭复数。

1.3 正交复数 B 样条基函数

对于 $[a, b]$ 上给定的一个分划 $\Delta: a = x_0 < x_1 < \dots < x_N = b$, 基本 B 样条基函数 $B_{l,m}(x)$ 由以下递推关系确定:

$$B_{l,1}(x) = \begin{cases} 1, & x_l \leq x \leq x_{l+1} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$B_{l,m}(x) = \frac{x - x_l}{x_{l+m-1} - x_l} B_{l,m-1}(x) + \frac{x_{l+m} - x}{x_{l+m} - x_{l+1}} B_{l+1,m-1}(x)$$

其中 m 为基本 B 样条基函数的阶数。令 $\varphi_{l,m}(x) = B_{l,m}(x + \frac{m}{2} \cdot \frac{b-a}{N})$, 函数组 $\{\varphi_{l,m}(x), l = 0, 1, \dots, N-1\}$ 在 $[a, b]$ 上线性无关并且构成 m 阶 B 样条函数空间的一组基底, 此组基即为对称 B 样条基, 以下简称为 B 样条基。进一步构造复数

收稿日期: 2010-12-20; 修回日期: 2011-01-31。

基金项目: 教育部科学技术研究重点项目 (207145); 福建省高等学校新世纪优秀人才支持计划项目 (07FJRC01)。

作者简介: 周凯汀 (1968-), 女, 辽宁大连人, 副教授, 硕士, 主要研究方向: 数值逼近、信号处理; 郑力新 (1967-), 男, 福建永春人, 教授, 博士, 主要研究方向: 信号处理、模式识别; 林福泳 (1959-), 男, 福建福州人, 教授, 博士, 主要研究方向: 工程计算、信号处理。

B样条基函数为:

$$C_q^{N,m}(x) = \sum_{l=0}^{N-1} e^{\frac{2ql\pi}{N}} \varphi_{l,m}(x); q = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

上述函数有^[10]

$$\begin{aligned} \langle C_q^{N,m}(x), C_p^{N,m}(x) \rangle &= \int_a^b \left[\sum_{l=0}^{N-1} e^{\frac{2ql\pi}{N}} \varphi_{l,m}(x) \right] \cdot \\ &\quad \left[\sum_{l'=0}^{N-1} e^{\frac{2p'l'\pi}{N}} \varphi_{l',m}(x) \right]^* dx = \\ &\quad \left(\sum_{l=0}^{N-1} e^{\frac{2ql\pi}{N}} e^{-\frac{2pl\pi}{N}} \right) \cdot \frac{b-a}{N} \cdot f(q, N) = \\ &\quad \begin{cases} 0, & \forall p \neq q, \forall p, q \\ (b-a) \cdot f(q, N), & p = q \end{cases} \end{aligned}$$

因此,式(1)的复数B样条基函数在 $[a, b]$ 上构成了一组正交函数。由于周期域的正交复数B样条基是完备的,给定周期域内 N 个数据点,插值样条函数可以由式(1)的 N 个正交B样条基函数唯一确定,即

$$f(x) = \sum_{q=0}^{N-1} a_q C_q^{N,m}(x) \quad (2)$$

式(2)左右同乘以 $C_q^{N,m}(x)^*$,并在 $[a, b]$ 区间积分,利用正交基性质得到

$$a_q = \frac{\langle f(x), C_q^{N,m}(x) \rangle}{\langle C_q^{N,m}(x), C_q^{N,m}(x) \rangle}; q = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3)$$

式(3)即为正交复数B样条基函数系数的计算公式。

1.4 B样条基函数系数的并行算法及显示算式

周期域的B样条基也是完备的。对于周期域内 N 个数据点,B样条插值函数也可以用B样条基表示,即

$$f(x) = \sum_{l=0}^{N-1} c_l \varphi_{l,m}(x) \quad (4)$$

与正交B样条基 $\{C_q^{N,m}(x), q = 0, 1, \dots, N-1\}$ 相比,B样条基 $\{\varphi_{l,m}(x), l = 0, 1, \dots, N-1\}$ 更为简单,更适合用于插值运算。但现有方法中,B样条基函数系数 $\{c_l, l = 0, 1, \dots, N-1\}$ 需要用迭代算法求解。下面讨论 $\{c_l, l = 0, 1, \dots, N-1\}$ 的新算法。将式(1)代入式(2)得

$$f(x) = \sum_{q=0}^{N-1} a_q \left[\sum_{l=0}^{N-1} e^{\frac{2ql\pi}{N}} \varphi_{l,m}(x) \right] = \sum_{l=0}^{N-1} \left(\sum_{q=0}^{N-1} a_q e^{\frac{2ql\pi}{N}} \right) \varphi_{l,m}(x) \quad (5)$$

比较式(4)与式(5)得到

$$\begin{aligned} c_l &= \sum_{q=0}^{N-1} a_q e^{\frac{2ql\pi}{N}} \\ \text{即} \\ \{c_l, l = 0, 1, \dots, N-1\} &= \text{IDFT}\{a_q, q = 0, 1, \dots, N-1\} \end{aligned} \quad (6)$$

其中IDFT表示离散傅里叶逆变换。

由式(6)可以推知, $\{c_l, l = 0, 1, \dots, N-1\}$ 具有周期循环性,即若 $l-1 < 0$,则 $c_{l-1} = c_{N+l-1}$ 。由于式(3)及式(6)均为并行算式,因此首先根据式(3)按并行算法计算 $\{a_q, q = 0, 1, \dots, N-1\}$,再根据式(6)按并行算法计算 $\{c_l, l = 0, 1, \dots, N-1\}$,便实现了 $\{c_l, l = 0, 1, \dots, N-1\}$ 的并行计算方法。下面分析二阶、三阶、四阶B样条基函数系数 $\{c_l, l = 0, 1, \dots, N-1\}$ 的显式算式。插值点位置为 $x \in [a, b]$,令 $x = x_0 + \frac{b-a}{N}z, z \in [0, N]$ 。对于二阶B样条,令 $m = 2$:

$$B_{0,2}\left(x_0 + \frac{b-a}{N}z\right) = \begin{cases} z, & 0 \leq z \leq 1 \\ 2-z, & 1 \leq z \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} C_q^{N,2}(x) &= \sum_{l=0}^{N-1} e^{\frac{2ql\pi}{N}} \varphi_{l,2}(x) = \\ &\quad \sum_{l=0}^{N-1} e^{\frac{2ql\pi}{N}} B_{0,2}\left[x_0 + \frac{b-a}{N}(z-l+1)\right] \end{aligned}$$

$$\langle f(x), C_q^{N,2}(x) \rangle = \left[\frac{1}{N} \sum_{z=0}^{N-1} f(x_0 + \frac{b-a}{N}z) e^{-\frac{2qz\pi}{N}} \right] \cdot (b-a)$$

$$\langle C_q^{N,2}(x), C_q^{N,2}(x) \rangle = b-a$$

根据式(3),

$$\begin{aligned} a_q &= \frac{\langle f(x), C_q^{N,2}(x) \rangle}{\langle C_q^{N,2}(x), C_q^{N,2}(x) \rangle} = \\ &\quad \text{DFT} \left\{ f\left(x_0 + \frac{b-a}{N}z\right), z = 0, 1, \dots, N-1 \right\}_q \end{aligned} \quad (7)$$

其中DFT表示离散傅里叶变换。

对于三阶B样条,令 $m = 3$:

$$B_{0,3}\left(x_0 + \frac{b-a}{N}z\right) = \begin{cases} \frac{1}{2}z^2, & 0 \leq z \leq 1 \\ -z^2 + 3z - \frac{3}{2}, & 1 \leq z \leq 2 \\ \frac{1}{2}z^2 - 3z + \frac{9}{2}, & 2 \leq z \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} C_q^{N,3}(x) &= \sum_{l=0}^{N-1} e^{\frac{2ql\pi}{N}} \varphi_{l,3}(x) = \\ &\quad \sum_{l=0}^{N-1} e^{\frac{2ql\pi}{N}} B_{0,3}\left[x_0 + \frac{b-a}{N}(z-l+\frac{3}{2})\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle f(x), C_q^{N,3}(x) \rangle &= \left[\frac{1}{N} \sum_{z=0}^{N-1} f(x_0 + \frac{b-a}{N}z) e^{-\frac{2qz\pi}{N}} \right] \cdot \\ &\quad (b-a) \cdot \left(\frac{1}{8} e^{\frac{2q\pi}{N}} + \frac{3}{4} + \frac{1}{8} e^{-\frac{2q\pi}{N}} \right) \\ \langle C_q^{N,3}(x), C_q^{N,3}(x) \rangle &= (b-a) \cdot \\ &\quad \left(\frac{1}{32} \cos \frac{4q\pi}{N} + \frac{3}{8} \cos \frac{2q\pi}{N} + \frac{19}{32} \right) \end{aligned}$$

根据式(3):

$$\begin{aligned} a_q &= \frac{\langle f(x), C_q^{N,3}(x) \rangle}{\langle C_q^{N,3}(x), C_q^{N,3}(x) \rangle} = \\ &\quad \frac{\text{DFT} \left\{ f\left(x_0 + \frac{b-a}{N}z\right), z = 0, 1, \dots, N-1 \right\}_q}{\frac{1}{4} \cos \frac{2q\pi}{N} + \frac{3}{4}} \end{aligned} \quad (8)$$

对于四阶样条,令 $m = 4$:

$$B_{0,4}\left(x_0 + \frac{b-a}{N}z\right) = \begin{cases} \frac{1}{6}z^3, & 0 \leq z \leq 1 \\ -\frac{1}{6}(3z^3 - 12z^2 + 12z - 4), & 1 \leq z \leq 2 \\ \frac{1}{6}(3z^3 - 24z^2 + 60z - 44), & 2 \leq z \leq 3 \\ -\frac{1}{6}(z^3 - 12z^2 + 48z - 64), & 3 \leq z \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} C_q^{N,4}(x) &= \sum_{l=0}^{N-1} e^{\frac{2ql\pi}{N}} \varphi_{l,4}(x) = \\ &\quad \sum_{l=0}^{N-1} e^{\frac{2ql\pi}{N}} B_{0,4}\left[x_0 + \frac{b-a}{N}(z-l+2)\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle f(x), C_q^{N,4}(x) \rangle &= \left[\frac{1}{N} \sum_{z=0}^{N-1} f(x_0 + \frac{b-a}{N}z) e^{-\frac{2qz\pi}{N}} \right] \cdot \\ &\quad (b-a) \cdot \left(\frac{1}{6} e^{\frac{2q\pi}{N}} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} e^{-\frac{2q\pi}{N}} \right) \end{aligned}$$

$$\langle C_q^{N,4}(x), C_q^{N,4}(x) \rangle = (b-a) \cdot \left(\frac{1}{18} \cos \frac{4q\pi}{N} + \frac{4}{9} \cos \frac{2q\pi}{N} + \frac{1}{2} \right)$$

根据式(3),

$$a_q = \frac{\langle f(x), C_q^{N,4}(x) \rangle}{\langle C_q^{N,4}(x), C_q^{N,4}(x) \rangle} = \frac{\text{DFT}\{f(x_0 + \frac{b-a}{N}z), z=0,1,\dots,N-1\}_q}{\frac{1}{3} \cos \frac{2q\pi}{N} + \frac{2}{3}} \quad (9)$$

根据式(6),对式(7)、(8)、(9)的结果再做离散傅里叶逆变换即可求出相应的 B 样条基函数系数 $\{c_l, l=0,1,\dots,N-1\}$ 。

2 插值点函数值的计算

按新的并行算法得出 B 样条基函数系数 $\{c_l, l=0,1,\dots,N-1\}$ 后,插值点函数值按式(4)计算。令 $l' = \text{floor}(x)$, floor 表示朝负无穷大方向取整。所以 l' 为一整数,且 $l' \in [0, N-1]$ 。按式(4),对于二阶样条:

$$f(x) = f(x_0 + \frac{b-a}{N}z) = c_{l'}B_{0,2}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_2) + c_{l'+1}B_{0,2}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_1) \quad (10)$$

其中 $z_2 = z - l' + 1, z_1 = z - (l' + 1) + 1$, 则 $1 \leq z_2 \leq 2, 0 \leq z_1 \leq 1$ 。而且:

$$B_{0,2}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_1) = z_1$$

$$B_{0,2}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_2) = 2 - z_2$$

对于三阶样条:

$$f(x) = f(x_0 + \frac{b-a}{N}z) = \sum_{l=0}^{N-1} c_l B_{0,3} \left[x_0 + \frac{b-a}{N} \left(z - l + \frac{3}{2} \right) \right]$$

当 $0 \leq x - l' \leq 0.5$,

$$f(x) = c_{l'-1}B_{0,3}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_3) + c_{l'}B_{0,3}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_2) + c_{l'+1}B_{0,3}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_1) \quad (11)$$

其中: $z_3 = z - (l' - 1) + \frac{3}{2}, z_2 = z - l' + \frac{3}{2}, z_1 = z - (l' + 1) + \frac{3}{2}$, 则 $2 \leq z_3 \leq 3, 1 \leq z_2 \leq 2, 0 \leq z_1 \leq 1$ 。

当 $0.5 \leq x - l' \leq 1$,

$$f(x) = c_{l'}B_{0,3}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_3) + c_{l'+1}B_{0,3}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_2) + c_{l'+2}B_{0,3}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_1) \quad (12)$$

其中 $z_3 = z - l' + \frac{3}{2}, z_2 = z - (l' + 1) + \frac{3}{2}, z_1 = z - (l' + 2) + \frac{3}{2}$, 则 $2 \leq z_3 \leq 3, 1 \leq z_2 \leq 2, 0 \leq z_1 \leq 1$ 。

而且:

$$B_{0,3}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_1) = \frac{1}{2}z_1^2$$

$$B_{0,3}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_2) = -z_2^2 + 3z_2 - \frac{3}{2}$$

$$B_{0,3}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_3) = \frac{1}{2}z_3^2 - 3z_3 + \frac{9}{2}$$

对于四阶样条:

$$f(x) = f(x_0 + \frac{b-a}{N}z) = c_{l'-1}B_{0,4}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_4) + c_{l'}B_{0,4}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_3) + c_{l'+1}B_{0,4}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_2) + c_{l'+2}B_{0,4}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_1) \quad (13)$$

其中: $z_4 = z - (l' - 1) + 2, z_3 = z - l' + 2, z_2 = z - (l' + 1) + 2, z_1 = z - (l' + 2) + 2$, 则 $3 \leq z_4 \leq 4, 2 \leq z_3 \leq 3, 1 \leq z_2 \leq 2, 0 \leq z_1 \leq 1$ 。而且

$$B_{0,4}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_1) = \frac{1}{6}z_1^3$$

$$B_{0,4}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_2) = -\frac{1}{6}(3z_2^3 - 12z_2^2 + 12z_2 - 4)$$

$$B_{0,4}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_3) = \frac{1}{6}(3z_3^3 - 24z_3^2 + 60z_3 - 44)$$

$$B_{0,4}(x_0 + \frac{b-a}{N}z_4) = -\frac{1}{6}(z_4^3 - 12z_4^2 + 48z_4 - 64)$$

3 数值实例

例 1 构造经过 $\{(1,1), (2,-1), (3,2), (4,4), (5,2), (6,1.5)\}$ 的二阶、三阶、四阶周期插值 B 样条函数。

由式(6)、(7)可知,二阶 B 样条基函数系数等于给定数据,由式(6)、(8)计算三阶 B 样条基函数系数,由式(6)、(9)计算四阶 B 样条基函数系数,结果如表 1 所示。

表 1 例 1 的 B 样条基函数系数计算结果

B 样条阶数 m	B 样条基函数系数					
	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
2	1.0000	-1.0000	2.0000	4.0000	2.0000	1.5000
3	1.4071	4.6929	2.2071	4.6929	1.6357	1.4929
4	1.7667	-2.5333	2.3667	5.0667	1.3667	1.4667

分别由式(10)~(13)计算二阶、三阶、四阶周期 B 样条插值点函数值。插值区间 $[1,6]$ 内步长为 0.1 的各数据点连接所得的插值样条曲线如图 1 所示。

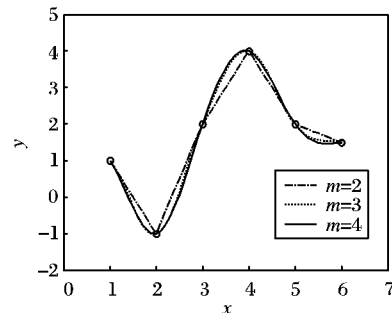


图 1 例 1 的插值样条曲线

例 2 对 256×256 灰度图像“peppers”的 $1/2$ 重采样图像分别用本文的二阶、三阶、四阶周期 B 样条插值方法放大 2 倍,并与双线性、双立方插值方法比较放大效果。

二维数据样条插值可以先后沿行列两个方向用一维插值算法实现。图 2 显示了不同插值方法的放大图像及相应的峰值信噪比 (Peak Signal-to-Noise Ratio, PSNR), PSNR 按如下计算:

$$PSNR = 10 \lg \left\{ \frac{[\max_{x,y} f(x,y)]^2}{MSE} \right\} \quad (14)$$

$$MSE = \frac{1}{M} \frac{1}{N} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [\hat{f}(x,y) - f(x,y)]^2 \quad (15)$$

其中: $\hat{f}(x,y)$ 为放大图像, $f(x,y)$ 为重采样的源图像; M 和 N 分别为源图像行、列像素个数。由图2可见,周期B样条插值的放大图像更为清晰,具有更高的PSNR。

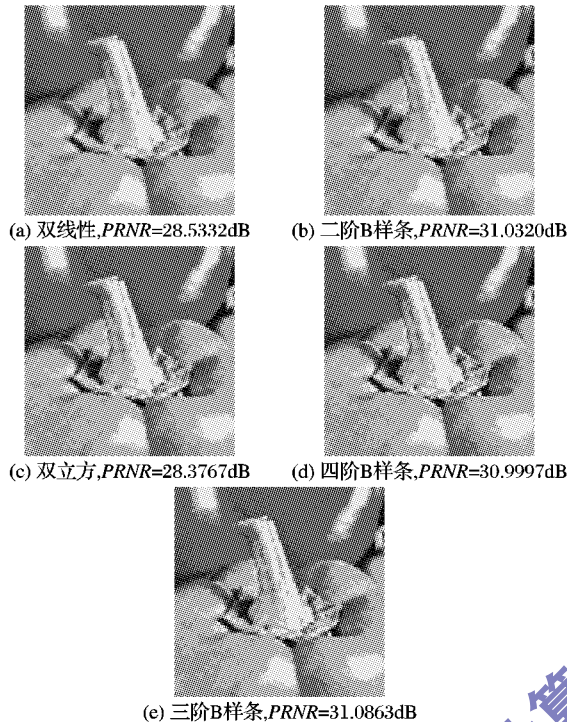


图2 不同方法对 peppers1/2 重采样图像的性能比较

4 结语

现有周期B样条插值方法中,需要用迭代算法确定B样条基函数系数,算法的计算复杂度为 $O(N)$, N 为插值节点个

数。针对现有方法的不足,本文建立B样条基函数系数的并行新算法。任意阶周期B样条插值问题,都可以使用本文给出的通用算式(3)得出类似式(7)、(8)、(9)的显式算式,再与式(6)一起用快速并行算法计算样条基函数系数,算法的计算复杂度为 $O(N \log N)$ 。然后使用式(4)得出类似式(10)、(11)、(12)、(13)的显式算式计算插值点函数值。本文在不增加B样条基函数复杂性的前提下,实现B样条基函数系数的快速并行算法。为求解周期B插值样条问题提供一个新的方法。

参考文献:

- [1] MOON B S. An explicit solution for the cubic spline interpolation for functions of a single variable[J]. Applied Mathematics and Computation, 2001, 117(2/3): 251 - 255.
- [2] 蔡占川, 孙伟, 齐东旭. 基于正交完备U-系统的图形分类与识别方法[J]. 软件学报, 2006, 17(5): 21 - 27.
- [3] 齐东旭, 陶尘钧, 宋瑞霞, 等. 基于正交完备U-系统的参数曲线图组表达[J]. 计算机学报, 2006, 29(5): 778 - 784.
- [4] 梁延研, 宋瑞霞, 王小春, 等. 完备正交V-系统及其在几何信息重构中的应用[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007, 19(7): 871 - 875.
- [5] LIN FUYONG. Orthogonal continuous segmentation polynomial[J]. Applied Mathematics and Computation, 2004, 154(3): 599 - 607.
- [6] LIN FUYONG. Orthogonal bases of 3-B-spline and its application in bending problem of plate and beam system[J]. Applied Mathematics and Computation, 2005, 162(2): 723 - 733.
- [7] LIN FUYONG. Orthogonal finite element and multi-resolution theory[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20(7): 1741 - 1758.
- [8] 郑力新, 周凯汀, 林福泳. 正交复数B样条插值新方法[J]. 华侨大学学报: 自然科学版, 2009, 30(4): 394 - 398.
- [9] 周凯汀, 郑力新, 林福泳. 任意阶正交B样条插值新方法[J]. 计算机工程与设计, 2009, 30(1): 152 - 154.
- [10] 颜庆津. 数值分析[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2000.

(上接第1799页)

与经典的模拟退火算法和文献[6]中算法比较,使用本文算法能大幅度提高算法的收敛速度,尤其在大任务集的情况下优势更加明显,并且新算法能以更大概率搜索到近似全局最优解,有较好的性能。

参考文献:

- [1] APATÓ P, MANN Z Á, ORBÁN A. Hardware-software co-design for Kohonen's self organizing map[C]// Proceedings of the IEEE 7th International Conference on Intelligent Engineering Systems. New York: IEEE, 2003: 136 - 156.
- [2] BASSIRI M M, SHAHHOSEINI H S. On-line HW/SW partitioning and co-scheduling in reconfigurable computing systems[C]// 2nd IEEE International Conference on Computer Science and Information Technology. New York: IEEE, 2009: 557 - 562.
- [3] MEEUWS R. A quantitative model for hardware/software partitioning[D]. Julianalaan, Netherlands: Delft University of Technology, 2007.
- [4] CHEHIDA K B, AUGUIN M. HW/SW partitioning approach for reconfigurable system design[C]// Proceedings of the 2002 International Conference on Compilers, Architecture, and Synthesis for Embedded Systems. New York: ACM, 2002: 247 - 251.
- [5] WU JIGANG, SRIKANTHAN T. Algorithmic aspects of hardware/

software partitioning: 1D search algorithms[J]. IEEE Transactions on Computers, 2010, 59(4): 532 - 544.

- [6] BANERJEE S, DUTT N. Efficient search space exploration for HW-SW partitioning[C]// The IEEE/ACM/IFIP International Conference on Hardware/Software Codesign and System Synthesis. New York: ACM, 2004: 122 - 127.
- [7] 邢冀鹏, 邹雪城, 刘政林, 等. 一种基于改进模拟退火算法的软硬件划分技术[J]. 微电子学与计算机, 2006, 23(5): 31 - 37.
- [8] ELES P, PENG Z, KUCHCINSKI K, et al. System level hardware/software partitioning based on simulated annealing and tabu search[J]. Design Automation for Embedded Systems, 1997, 2(1): 5 - 32.
- [9] KORYFIDIS I. Power aware HW/SW partitioning for DVB-H receiver module[D]. Julianalaan, Netherlands: Delft University of Technology, 2006.
- [10] 沈英哲, 周学海. 一种用于可重构计算系统的软硬件划分算法[J]. 中国科学技术大学学报, 2009, 39(2): 182 - 188.
- [11] VAKIL-BAGHMISHEH M T, NAVARBAF A. A modified very fast simulated annealing algorithm[C]// 2008 International Symposium on Telecommunications. New York: IEEE, 2008: 61 - 66.
- [12] Task Graphs for Free (TGFF v3.0) [EB/OL]. [2010 - 10 - 20]. http://ziyang.eecs.umich.edu/~dickrp/tgff/