

## 基于参数优化的多层次单元划分曲面重建

温佩芝, 宁如花, 黄锦芳

(桂林电子科技大学 计算机科学与工程学院, 广西 桂林 541004)

(ningruhua@126.com)

**摘要:**为了提高现有多层次单元划分(MPU)曲面重建的稳定性,提出一种基于参数优化的MPU曲面重建算法。分析包围球半径的比例系数 $\alpha$ 和包围球内点云最小数目 $N_{\min}$ 对曲面重建的影响。根据局部隐函数逼近的条件,对 $N_{\min}$ 进行调整;同时,结合不同形态特征的点云模型对覆盖密度的要求,对 $\alpha$ 进行调整,使得 $\alpha$ 和 $N_{\min}$ 达到一个最优组合,进而使得曲面重建算法更稳定。实验结果表明,该算法能快速准确地对不同点云模型进行参数选取,从而得到更理想的曲面重建效果。

**关键词:**覆盖密度;多层次单元划分;曲面重建;参数优化

**中图分类号:**TP391.41 **文献标志码:**A

## Parameter optimization based multi-level partition of unity surface reconstruction

WEN Pei-zhi, NING Ru-hua, HUANG Jin-fang

(School of Computer Science and Engineering, Guilin University of Electronic Technology, Guilin Guangxi 541004, China)

**Abstract:** In order to improve the stability of surface reconstruction with Multi-level Partition of Unity (MPU), an algorithm of MPU based on parameter optimization was proposed. Firstly, the influences of proportion coefficient  $\alpha$  of the bounding sphere radius and the minimal number  $N_{\min}$  of point clouds in bounding sphere were analyzed. Then, the  $N_{\min}$  was adjusted by the approximation of condition implicit function and the  $\alpha$  was adjusted by the requests of coverage density in different models. Finally, the method of more stable surface reconstruction can be achieved by optimal combination selection of  $N_{\min}$  and  $\alpha$ . The experiments prove that the method proposed is more stable and accurate in different models.

**Key words:** coverage density; Multi-level Partition of Unity (MPU); surface reconstruction; parameter optimization

### 0 引言

如今,随着三维扫描设备的改进,可以快速方便地获取物体的三维点云模型,如何利用这些大规模点云模型对三维物体进行曲面重构,实现计算机对三维物体的真实再现,是目前图形领域研究的热点和难点。基于三维点云模型的曲面重建,因其数据量大,物体拓扑结构不明确,给曲面重建带来了很大的困难。如何使内存消耗小,曲面重建速度快,而且能够较准确地重建原始曲面,特别是能够保留原始模型的局部细节特征,如尖锐、菱角、凹凸等,这是重建工作中尚未得到很好解决的难题。

文献[1]应用径向基函数(Radial Basis Function, RBF),采用贪婪算法进行快速曲面拟合,采用快速多极子算法进行快速赋值计算,但快速多极子算法中的远离场扩展需要对每一个中心分别计算,使得算法的实现非常复杂,难以被广泛应用;而且径向基函数是一种全局支撑,待求解的线性方程不是稀疏对称矩阵,当点数很多尤其处理数万以上的海量点云数据时,计算和存储的消耗都很大,难以实现快速重构。文献[2]采用具有紧支撑的基函数将RBF线性系统的系数矩阵变为稀疏的,可以部分解决上面的两个问题,但该方法要求数据点集均匀分布,否则基函数的支撑半径难以确定。

文献[3]的多层次单元划分(Multi-level Partition of Unity, MPU)算法提供了一种解决大规模散乱数据点三维重建的可行方法。文献[3]利用八叉树组织散乱数据点集,在每个子

区域应用分段二次曲面拟合局部点集所表示的曲面,然后用单元划分(Partition of Unity, POU)函数<sup>[4]</sup>拼接出全局模型,该方法利用代数方法重建三维模型,比较有效地解决了内存消耗大、运行时间慢的问题,而且能够很好地保留点云模型的原始特征。在文献[3]中,求取包围球半径的比例系数 $\alpha$ 和包围球的最小点云数目 $N_{\min}$ 在曲面重建中起着关键的作用,不同的取值曲面的重建效果不同。但文献[3]没有给出最佳的 $\alpha$ 和 $N_{\min}$ 的取值,而是给出了一个比较合理的取值,但并不是任何点云模型在此值下都能得到理想的曲面重建效果,重建的效果极其不稳定。因此如何精确地选取 $\alpha$ 和 $N_{\min}$ 的值,使得重建的曲面更加精确稳定是本文研究的重点。

本文在文献[3]算法的基础上引入覆盖理论,八叉树节点所形成的包围球是点云空间的一个覆盖。根据不同形态特征的点云模型在重建时对覆盖密度大小的要求,以及局部曲面拟合对包围球内最小点云数目 $N_{\min}$ 的要求,调整 $\alpha$ 和 $N_{\min}$ 的值,使得 $\alpha$ 和 $N_{\min}$ 达到一个最优的组合,从而得到更加稳定精确的曲面重建效果。

### 1 MPU 算法

MPU曲面重建算法是通过输入的点云模型进行八叉树分解,再用局部隐函数对八叉树节点——包围球进行拟合,最后利用加权值构建全局隐函数,表达整个点云模型代表的曲面。

三维欧氏空间一闭合的全局定义域 $\Omega$ ,把它分解成 $M$ 个

收稿日期:2010-12-08;修回日期:2011-01-29。 基金项目:国家自然科学基金资助项目(61063019)。

作者简介:温佩芝(1963-),女,广西灵山人,教授,博士,主要研究方向:图形图像处理、目标检测识别、物联网;宁如花(1985-),女,广西北海人,硕士研究生,主要研究方向:图形图像处理;黄锦芳(1988-),男,福建泉州人,硕士研究生,主要研究方向:图形图像处理。

稍微重叠的子域  $\{\Omega_i\}_{i=1}^M$ , 并且  $\Omega \subseteq \bigcup_i \Omega_i$ 。在每个子域  $\Omega_i$  上存在对应的子集  $V_i$  和子域支撑函数  $\text{supp}(\varphi_i)$ , 其中

$$\sum_i \varphi_i = 1 \quad (1)$$

由此可定义在  $\Omega$  上的逼近函数  $f(x)$  的形式:

$$f(x) \approx \sum_i \varphi_i(x) Q_i(x); Q_i \in V_i \quad (2)$$

单元划分取值  $\{\varphi_i\}$  可由式(3)获得:

$$\varphi_i(x) = \frac{w_i(x)}{\sum_{j=1}^M w_j(x)} \quad (3)$$

其中:  $w_i(x) = b\left(\frac{3|x - c_i|}{2R_i}\right)$ ;  $R_i$  代表八叉树节点中局部点集的包围球半径, 它的球心为  $c_i$ 。

对于式(3)中的包围球半径  $R_i$ , 通过对所在节点的主对角线乘以一个比例系数求得:

$$R = R_i = \alpha d \quad (4)$$

并不是每次节点选取的包围球半径  $R$  都能拥有足够的点建立准确的  $Q_i(x)$ 。令包围球中点数最少为  $N_{\min}$ , 当包围球中点数小于最小值  $N_{\min}$ , 则通过式(5)的方式不断增大半径直到达到最小值  $N_{\min}$ 。

$$R' = R' + \lambda R \quad (5)$$

$R'$  表示增大后的半径, 赋初始值  $R' = R$ 。

对于比例系数  $\alpha$  和包围球中最小点数  $N_{\min}$ , 文献[3]的取值分别为 0.75 和 15。但是, 通过实验结果表明, 这并不是最优的结果。如图 1 所示, 固定  $N_{\min} = 15$ ,  $\alpha$  越大曲面越光滑, 但  $\alpha$  越大, 时间耗费越多, 见表 1。当  $\alpha$  大于一定的值时曲面在交界处会出现突起, 如图 1(d) 所示。固定  $\alpha = 0.75$ ,  $N_{\min}$  越小重建速度越快, 曲面的细节也更明显, 在曲面交界处更加光滑, 如图 1(e) 所示。但过多减小  $N_{\min}$  值, 曲面将无法重建。可见,  $\alpha$  和  $N_{\min}$  在 MPU 曲面重建中起到关键作用。因此, 如何调整  $\alpha$  和  $N_{\min}$  的值, 使得重建的曲面效果更精确稳定是本文研究的重点。

表 1 不同参数值的运行结果

模型	$\alpha$	$N_{\min}$	运行时间/s
图 1(b)	0.40	15	0.516
图 1(c)	0.75	15	1.453
图 1(d)	1.10	15	4.047
图 1(e)	0.75	5	1.375
图 1(f)	0.75	20	1.860
图 1(g)	0.75	30	1.907

## 2 参数的优化选取

### 2.1 参数 $N_{\min}$ 的优化

由式(5)可知,  $N_{\min}$  越大, 当包围球内点云数目较小时, 要使包围球内点云数目达到  $N_{\min}$  值, 需要进行迭代的次数越多, 运行的时间越长。因此, 减小  $N_{\min}$  值可以提高运行速度, 且当  $N_{\min}$  值减少时, 进一步细分了整个点云模型的局部细节特征区域和边界区域, 从而在边界和细节处的曲面更加光滑。因此, 减小  $N_{\min}$  值可使曲面重建效果得到进一步的提高。

MPU 算法将式(2)中的  $Q_i(x)$  局部函数分为三类: 1) 普通三元二次函数; 2) 局部坐标系上的二元二次多项式; 3) 分段二次曲面函数。

在进行普通三元二次函数的局部拟合时<sup>[4]</sup>, 局部曲面函数具体的表达形式如下:

$$Q(x) = x^T A x + b^T x + c \quad (6)$$

其中:  $A$  为  $3 \times 3$  的矩阵,  $b$  是由 3 个部分组成的矢量, 而  $c$  是缩放因子。求取这三个未知数, 需要使用辅助点集  $\{q_i\}$ , 这些点取自细分节点的边或角。对  $q$  的选取要满足一定的规则, 在细分点集  $P$  中选取离它最近的 6 个点  $P^{(1)}, P^{(2)}, \dots, P^{(6)}$ , 分别数量积:

$$n^{(i)} \cdot (q - p^{(i)}); i = 1, 2, \dots, 6 \quad (7)$$

如果这些点的数量积存在不同的符号就将  $q$  移除。可见, 为满足这个要求,  $N_{\min}$  的最小取值范围应为 5~7。因此,  $N_{\min}$  的最优取值范围为 5~7。如图 1(e) 所示, 当  $N_{\min} = 5$  时, 交界处的曲面更加光滑, 且更好地保留了椅子的特征, 特别是椅子底座特征, 这是因为椅子底座的点云数目少且细小, 若  $N_{\min}$  取值较大, 底座曲面则无法重建。

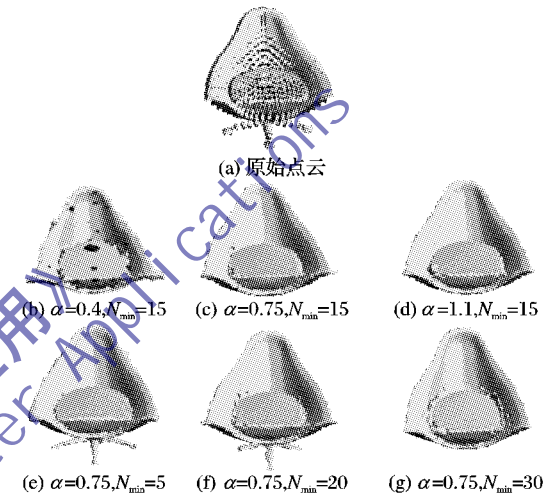


图 1 不同参数下 chair 模型的重建效果

### 2.2 基于覆盖密度的 $\alpha$ 优化

调整了  $N_{\min}$  值, 并不能得到最精确稳定的重建效果, 因为不同形态特征的模型对  $\alpha$  的要求不同。

设  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$  是平面上一个由凸体组成的集族,  $D$  是一区域。如果  $\bigcup_i C_i \supseteq D$ , 则称  $C$  为  $D$  的一个覆盖<sup>[5]</sup>。

如果  $D$  为有界区域, 则定义集族  $C$  关于  $D$  的密度为:

$$\rho(C, D) = \frac{\sum_i A(C_i)}{A(D)} \quad (8)$$

如果  $D$  是全平面, 则定义上、下密度  $\bar{\rho}, \underline{\rho}$  如下, 设  $D(r)$  表示以固定点  $O$  (原点) 为圆心,  $r$  为半径的圆盘, 令

$$\begin{cases} \bar{\rho}(C, R^2) = \limsup_{r \rightarrow \infty} \rho(C, D(r)) \\ \underline{\rho}(C, R^2) = \liminf_{r \rightarrow \infty} \rho(C, D(r)) \end{cases} \quad (9)$$

如果这两个数相同, 则称此数为平面上集族  $C$  的密度, 记为  $\rho(C, R^2)$ 。

1939 年 Kershner<sup>[5]</sup> 证明了平面中全等圆盘形成的覆盖  $C$  的(下)密度至少为  $\frac{2\pi}{\sqrt{27}} \approx 1.209$ 。即

$$\underline{\rho}(C, R^2) \geq \frac{2\pi}{\sqrt{27}} \quad (10)$$

这种界可由适当的格配置达到, 如图 2 所示。

由此, 本文提出了在三维点云空间  $D^3$  上覆盖密度的定义。设  $C^3(R) = \{C_1^3(R), C_2^3(R), \dots, C_n^3(R)\}$  是三维点云空间上的一组包围球,  $\bigcup_i C_i^3(R) \supseteq D^3$ , 故  $C^3(R)$  为  $D^3$  的一个覆盖, 其覆盖密度为:

$$\rho(C^3(R), D^3) = \frac{\sum_i V(C_i^3(R))}{V(D)} \quad (11)$$

根据式(11)可以看出,改变包围球的半径  $R$ , 可以调整包围球对整个点云模型空间的覆盖程度。本文通过分析比较不同覆盖密度下对不同点云模型重建效果的影响,选取出最优的比例参数  $\alpha$ 。

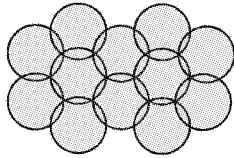


图2 全等圆盘构成最稀疏的覆盖

为了说明八叉树叶子节点所形成的包围球对点云空间的覆盖程度,用平面截图显示出包围球覆盖情况,如图3所示。

表2 不同参数的覆盖密度

圆盘半径 $R$	覆盖密度	圆盘半径 $R$	覆盖密度
$0.5d$	1.57	$d$	6.28
$0.75d$	3.53	$1.2d$	9.04

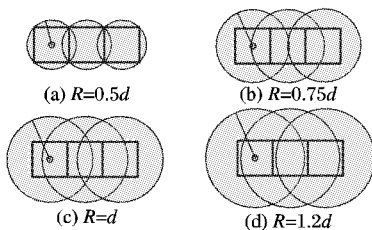


图3 不同参数的球面包围情况

根据覆盖密度可知,当  $\alpha$  取值为 0.5 时,包围球刚好能够填充包围盒,见图 3(a)。由表 2 可知,其覆盖密度为 1.57,而覆盖  $C$  的(下)密度  $\rho(C, R^2)$  至少为 1.209,可见  $\alpha$  取值为 0.5 时,覆盖密度较小,覆盖程度不高,对包围盒内的点云数据进行局部隐函数拼接时,会出现较大的误差,导致出现空洞,缺口等现象,如图 4(a)所示。因此,  $\alpha$  取值不能低于 0.5。

当  $\alpha$  取值为 0.75 时,如图 3(b)所示,所取的球面可以覆盖邻接包围盒的一半左右,其覆盖密度为 3.53,这样就可以很好地覆盖包围盒,那么在隐函数拼接时,可以得到较准确的全局函数,在拼接处出现的误差比较小,而且能得到比较光滑的曲面,如图 4(b)所示。在这个比例系数下,对于不同特征点云模型都能得到可以接受的曲面重建效果,这是文献[3]把 0.75 作为  $\alpha$  取值的原因。但通过分析可知,该系数对所有点云模型并不是最优的选择。对局部细节特征明显的点云模型,能得到较好的重建效果,但对表面光滑的点云模型,曲面出现皱褶,不够光滑,如图 5(b)所示。

当  $\alpha$  取值为 1 时,如图 3(c)所示,所取的球面可以覆盖邻接包围盒的大部分面积,其覆盖密度为 6.28,可充分覆盖包围盒,在进行隐函数拼接时,在拼接处的误差较小,能得到更为光滑的曲面。但对局部细节特征明显的点云模型,这是一个分界点,  $\alpha$  大于 1,会使曲面在交接处出现突起现象。如图 4(c)所示。这是因为  $\alpha$  取值大于 1 时,如 1.2,所取得的球面可以完全覆盖邻接的包围盒,其覆盖密度为 9.04,能得到极为光滑的曲面,如图 5(c)所示。对表面光滑的点云模型,这是一个较优的取值。但对具有明显局部细节特征的曲面,会出现过覆盖现象,在边界处出现突起。因此,这样的覆盖密度适用于球体、环等曲面光滑物体的重建。

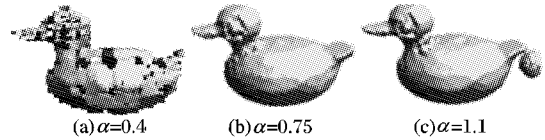


图4  $N_{\min} = 5$  时,不同  $\alpha$  值的点云模型重建效果

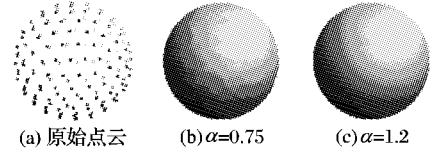


图5  $N_{\min} = 6$  时,不同  $\alpha$  值的点云模型重建效果

综上所述,可以得到以下结论。对光滑的点云模型,应加大  $\alpha$ , 使包围球在交接处的点云数目增多,得到更为光滑的曲面,较符合模型的特征曲面表达。大量实验表明,对光滑的点云模型,  $N_{\min}$  的最优取值范围为  $5 \leq N_{\min} \leq 7$ ,  $\alpha$  的最优取值范围为  $1.1 \leq \alpha \leq 1.3$ 。

对具有明显局部细节特征点云模型,为了保留其局部细节特征,  $\alpha$  的取值应满足  $0.75 < \alpha < 1$ 。大量实验表明,对这一类点云模型,  $N_{\min}$  的最优取值范围为  $5 \leq N_{\min} \leq 7$ ,  $\alpha$  的最优取值范围为  $0.75 \leq \alpha \leq 0.9$ 。

这样,根据点云模型的特征,可快速锁定  $\alpha$  和  $N_{\min}$  的取值范围,得到保留点云模型局部细节特征的光滑的重建曲面。

### 3 实验结果

本文实验应用 VC++ 6.0 和 OpenGL 工具,在 CPU 为 P4 3.0 GHz,内存 2.0 GB 的计算机上实现了上述算法,对 20 组点云模型进行实验。实验结果表明,  $N_{\min}$  在 [5, 7] 的范围内,对光滑的点云模型参数  $\alpha$  在 [1.1, 1.3] 的范围内微调,即可得到比较光滑的重建曲面;对具有明显局部细节特征点云模型,参数  $\alpha$  在 [0.75, 0.9] 的范围内微调,即可得到保留局部细节特征的光滑的曲面。

图 7 为文献[3]参数下图 6 原始点云模型的曲面重建效果图,由图可知,使用文献[3]的参数,曲面重建效果不稳定,曲面重建的效果参差不齐,并不是所有点云模型都能取得理想的重建效果。如原始球体和环的重建效果不理想,出现凹凸空洞现象。使用本文算法,如图 8 所示,所有模型都取得了较好的重建效果,可见本文算法的重建效果更加稳定可靠。

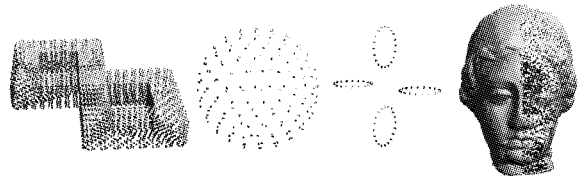


图6 原始点云模型

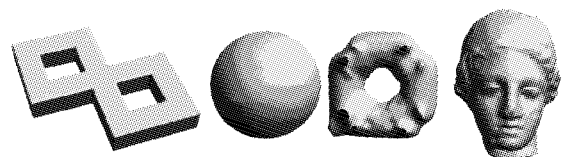


图7 文献[3]重建结果

下面给出 ball、venus、squirrel 等模型实验的具体结果,实验具体参数值见表 3。

对于光滑的点云模型,如图 9(a) 的球体模型,使用文献[3]的参数重建的球体曲面,其表面凹凸不平,不能很好地重建出光滑的球体曲面,见图 9(b)。使用文本算法得到的参数



重建的球体曲面光滑,符合球体模型特征的曲面表达,如图 9(c)所示。

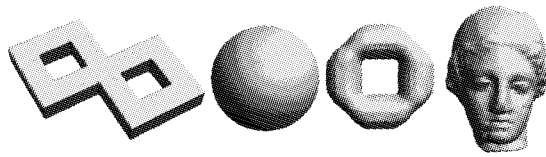


图 8 本文算法重建结果

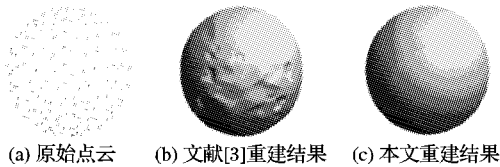


图 9 ball 模型

对于具有局部细节特征的点云模型,如图 10(a)所示的人体点云模型。图 10(b)为文献[3]算法得到的参数重建的人体曲面,其曲面模糊,脖子处出现突起现象,局部细节特征的曲面不够光滑。图 10(d)为乳房和肚脐部位的局部放大图,由图可知,其曲面粗糙,特征不够明显。使用本文参数,身体的整体轮廓更加清晰,各部位特征更加明显。由图 10(e)的放大图可知,对于具有凹凸特征的肚脐和尖锐特征的乳房,其曲面更加光滑,且能很好地保留和增强了乳房和肚脐的局部细节特征。由此可见,使用本文算法,在处理具有局部细节特征的点云模型时能得到更光滑的且局部细节特征更明显的曲面重建效果。

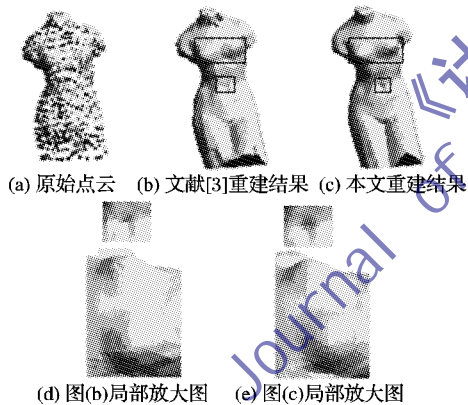


图 10 venus 模型

另外,本文算法对孔洞也具有较好的修补效果。图 11(a)的松鼠模型存在部分点云缺失,出现孔洞,使用文献[3]参数进行重建,修补曲面与周围原始曲面粘合不协调,在脖子处的修复,曲面凹凸不平,而下身部位的修复则出现很多不规则曲面,见放大大图图 11(d)。使用本文参数,脖子处的修复曲面过渡自然,与周围原曲面相对保持一致,较好地还原了模型的形状,对下身部位的修复,修复曲面规则有型。可见使用本文参数可得到更精确稳定的曲面重建效果。

由表 3 的重建时间可以看出,使用本文算法,对点云数目在万以下的具有局部细节特征的点云模型,曲面重建的时间效率明显优于文献[3]算法。但对光滑的点云模型和点云数目较大的具有局部细节特征的点云模型,曲面重建时间效率比文献[3]略低。但由实验结果可知,使用本文算法得到重建曲面更加稳定精确,曲面重建效果得到了很大的提高,此时少量的时间消耗是可以接受的。

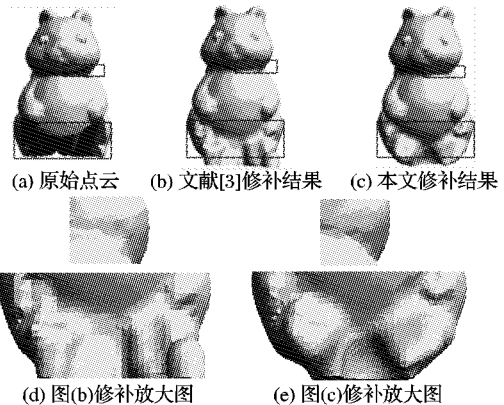


图 11 squirrel 模型

表 3 算法效率比较

模型	原始点数	$\alpha$	$N_{\min}$	重建时间/s	
				本文算法	文献[3]算法
ball	180	1.20	5	0.781	0.672
venus	711	0.86	5	1.312	1.484
squirrel	40 627	0.84	6	2.594	2.203

#### 4 结语

本文在研究了已有的三维点云模型曲面重建算法的基础上,提出了一种基于参数优化的 MPU 曲面重建方法,此算法能够快速锁定和选取 MPU 曲面重建方法中的比例参数  $\alpha$  和包围球内最小点云数目  $N_{\min}$ 。实验结果表明,由此算法得到的参数所重建的曲面更加精确稳定可靠,具有良好的曲面重建效果。如何更精确地求取这两个参数值,使其自适应化,是下一步研究的重点。

#### 参考文献:

- [1] CARR J C, BEATSON R K, CHERRIE J B, *et al.* Reconstruction and representation of 3D objects with radial basis functions[C]// Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM, 2001: 67-76.
- [2] OHTAKE Y, BELYAEV A, ALEXA M, *et al.* Multi-level partition of unity implicits[J]. ACM Transactions on Graphics, 2003, 22(3): 463-470.
- [3] OHTAKE Y, BELYAEV A, SEIDEL H P. Multi-scale approach to 3D scattered data interpolation with compactly supported basis functions[C]// Proceedings of Shape Modeling International. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2003: 1909.
- [4] BABUSKA I, MELENK J M. The partition of unity method[J]. International Journal of Numerical Methods in Engineering, 1997, 40(4): 727-758.
- [5] (美)帕赫 J, 阿格瓦尔 P K. 组合几何[M]. 丁仁, 苏站军, 苑立平, 等译. 北京: 科学出版社, 2008.
- [6] TOBOR I, REUTER P, SCHLICK C. Reconstructing multi-scale variational partition of unity implicit surfaces with attributes[J]. Graphical Models, 2006, 68(1): 25-41.
- [7] BLOOMENTHAL J. An implicit surface polygonizer[M]. San Diego: Morgan Kaufmann, 1994.
- [8] 来疆亮, 王守觉. 最小球覆盖几何算法及其在模式识别中的应用[J]. 模式识别与人工智能, 2006, 19(2): 271-276.
- [9] 徐兰菊. 球填充和球面上填充问题的研究[D]. 北京: 清华大学数学科学系, 2006.
- [10] 张晶晶.  $R^n$  空间中单位球面覆盖的半径问题[J]. 数学研究, 2007, 40(1): 109-113.