

文章编号:1001-9081(2011)09-2481-04

doi:10.3724/SP.J.1087.2011.02481

# 基于灰度形态学与小波相位滤波的高分辨率遥感影像边缘检测

王朋伟,牛瑞卿

(中国地质大学 地球物理与空间信息学院,武汉 430074)

(rqniu@163.com)

**摘要:**为了更好地获取高分辨率遥感影像的边缘信息,提出一种新的影像边缘检测方法。该方法首先利用主成分分析(PCA)变换获取影像的主要信息;然后采用symletsA小波对其进行分解,并用形态学算子对各尺度影像进行处理;最后利用小波相位滤波算法在同一尺度上进行相关性滤波以增强图像边缘,并通过OTSU算法进行分割获取其边缘信息。结果表明:与现有算法相比,该方法对边缘的定位更加精确,边缘检测效果更加明显。

**关键词:**遥感影像;symletsA小波变换;形态学;小波相位滤波;边缘检测

**中图分类号:**TP391.413   **文献标志码:**A

## Edge detection of high resolution remote sensing images based on morphology and wavelet phase filtering

WANG Peng-wei, NIU Rui-qing

(Institute of Geophysics and Geomatics, China University of Geosciences, Wuhan Hubei 430074, China)

**Abstract:** In order to catch the edge information of high resolution remote sensing image more effectively, a new method to get image edge was proposed. Firstly, the main information was collected by Principal Component Analysis (PCA) transform. Secondly, the information was divided with symletsA wavelet while the image in each scale was processed with morphological operators. Finally, the edge of image was enhanced by implementing correlation filtering to the image in the same scale with filtering algorithm of wavelet phase, and the edge information was caught by partitioning the image with OTSU algorithm. The results show that, compared with the existing algorithms, the edge of image is located more accurately and the edge detection effect is more evident with this method.

**Key words:** sensing image; symletsA wavelet transform; morphology; wavelet phase filtering; edge detection

## 0 引言

边缘检测算法在国内外的研究很多,传统的边缘检测算法是基于空间运算,借助空域卷积实现。目前广泛使用的边缘检测有Sobel算子、Prewitt算子、Roberts算子、Canny算子以及LoG算子等,大多数只是利用边缘邻近一阶或二阶方向导数的变化来检测边缘。这些方法空域边缘检测抗噪效果差,然而遥感影像噪声大,那些真正的边缘由于噪声的干扰引发目标边缘模糊、丢失、偏移等问题<sup>[1-5]</sup>。

数学形态学作为典型的非线性方法,在描述物体形态特征上具有独特的优势,尤其是利用不同结构元素的逻辑组合能够检测出多个方向的图像边缘;而小波分析能够在不同的尺度上分析信号的局部特征,这为边缘检测提供了新的有力手段<sup>[6-7]</sup>。在高分辨率遥感影像中,边缘信息是图像识别的主要特征,边缘检测的准确性和可靠性直接影响机器视觉系统对目标抽象理解。然而高分辨率遥感影像具有复杂细节、尺度依赖和噪声大的特点决定遥感影像边缘检测的技术难点<sup>[8]</sup>。本文结合高分辨率遥感影像的基本特征,提出基于灰度形态学与小波相位滤波相结合的方法对高分辨率的遥感影像进行边缘检测。

## 1 灰度形态学的基本理论

### 1.1 结构元素的概念

称被处理的图像称为目标图像。为了确定目标图像的结构,必须逐个考查与检验图像各部分间的关系,最后得到一个各部分之间关系的集合。在考查目标图像各部分之间的关系时,需要设计一种“结构元素”。在图像中不断移动结构元素,就可以考查图像之间各部分的关系。

高分辨率遥感影像空间信息丰富,背景噪声复杂,边缘密度大<sup>[9]</sup>,为了既能降低噪声的影响,又能对遥感影像边缘信息进行精确定位与准确提取,采用的结构元素需要能够检测出各个方向的边缘信息,本文构造如图1所示三种圆形结构元素。

0 0 0 1 0 0 0	0 0 1 1 1 0 0	0 0 1 1 1 1 0
0 0 1 0 0 0 0	0 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1
0 1 0 0 0 0 0	1 1 1 1 1 1 1	0 1 1 1 1 1 0
1 1 1 0 0 0 0	0 1 1 1 1 0 0	0 0 1 1 1 0 0
0 1 0 0 0 0 0	0 0 1 0 0 0 0	0 0 0 1 0 0 0

(a) 3×3结构

(b) 5×5结构

(c) 7×7结构

图1 本文构造的三种圆形结构元素

### 1.2 灰度形态运算

灰度形态学是二值形态学对灰度图像的自然扩展,其中

收稿日期:2011-03-08;修回日期:2011-06-07。

基金项目:国家863计划项目(2009AA122004);国土资源部三峡库区三期地质灾害防治重大科学项目(SXKY3-3-2)。

作者简介:王朋伟(1985-),男,陕西咸阳人,硕士研究生,主要研究方向:遥感地质;牛瑞卿(1969-),男,河南南阳人,教授,博士,主要研究方向:天空地一体化地球观测信息融合与可视化、人类工程活动与岩土体变化遥感检测技术、时空多要素遥感信息定量化和反演。

二值形态学所用到的交、并运算分别用极大、极小极值代替就是灰度形态学的相应运算<sup>[10]</sup>。

利用结构元素  $b$  对信号  $f$  的灰度膨胀记为  $f \oplus b$ , 其定义如下:

$$(f \oplus b)(s, t) = \max \{f(s - x, t - y) + b(x, y) \mid (s - x), (t - y) \in D_f \text{ 且 } x, y \in D_b\} \quad (1)$$

其中  $D_f$  和  $D_b$  分别是  $f$  和  $b$  的定义域。这里限制  $(s - x)$  和  $(t - y)$  在  $f$  的定义域之内, 类似于二值膨胀定义中要求两个运算集合至少有一个(非零)元素相交。式(1)与卷积的形式很类似, 区别是这里用极大(max)替换了卷积中的求和(或积分), 用加法替换了卷积中的相乘。膨胀灰度图像的结果是: 比背景亮的部分得到扩张, 而比背景暗的部分受到收缩。

与二值情况一样, 灰度腐蚀也可用灰度膨胀的对偶运算来定义。利用结构元素  $b$  对信号  $f$  的灰度腐蚀记为  $f \ominus b$ , 其定义如下:

$$(f \ominus b)(s, t) = \min \{f(s + x, t + y) - b(x, y) \mid (s + x), (t + y) \in D_f \text{ 且 } x, y \in D_b\} \quad (2)$$

其中  $D_f$  和  $D_b$  分别是  $f$  和  $b$  的定义域。这里限制  $(s - x)$  和  $(t - y)$  在  $f$  的定义域之内, 类似于二值腐蚀定义中要求结构元素完全包含在被腐蚀集合中。式(2)与卷积的形式很类似, 区别是这里用极小(min)替换了卷积中的求和(或积分), 用减法替换了卷积中的相乘。腐蚀灰度图像的结果是: 比背景暗的部分得到扩张, 而比背景亮的部分受到收缩。

从几何角度讲, 为了求出信号被结构元素在点  $x$  腐蚀的结果, 可以在空间滑动这个结构元素, 使其原点与  $x$  点重合, 然后移动结构元素, 使其处于信号下方所能达到的最大值, 即为该点的腐蚀结果。信号经过腐蚀运算后信号形状基本不变, 能量变弱, 相反膨胀使信号能量增强。

灰度膨胀可按下面步骤完成: 对结构元素  $b$  的定义域  $D_b$  中的每一个点  $x$  将信号  $f$  平移  $x$ , 然后再对每次平移的信号的值加上  $b(x)$ , 这样对于结构元素定义域中的每个点都得到一个信号, 对所有这些信号逐点取其最大值, 便可得到膨胀的结果。灰度腐蚀则可按下面步骤完成: 对于结构元素  $b$  的定义域中的每一点  $x$  将信号  $f$  平移  $-x$ , 然后再从每次平移信号值减去  $b(x)$ , 这样对于结构元素定义域中的每一点都得到一个信号, 对所有这些信号逐点取其最小值, 便得到腐蚀的结果。

## 2 小波变换与小波相位滤波

小波变换的基本思想是通过平移和伸缩等运算功能对原始信号进行多尺度细化分析, 即将信号分解为一系列具有不同空间分辨率、不同频率特性和方向特性的子带信号, 这些子带信号具有良好的时域和频域特性。可以利用这些特性来表示原始信号的局部特征, 进而实现对信号时域和频域的局部分析<sup>[11]</sup>。

### 2.1 二维小波分解与重构

步骤 1 对矩阵的每一行进行一维离散小波变换(Discrete Wavelet Transform, DWT), 将产生的光滑部分 L(通过低通滤波器的系数)放在矩阵的左半部分, 细节部分 H(通过高通滤波器的系数)放在矩阵的右半部分。

步骤 2 对矩阵的每一列进行一维 DWT, 将产生四种类型的小波系数, 即在行和列两个方向均为通过低通滤波器的系数 LL、在行和列两个方向上均为通过高通滤波器的系数 HH、在行方向上通过低通滤波器而在列方向上通过高通滤波器的系数 HL、及在行方向上通过高通滤波器而在列方向上通过低通滤波器的系数 LH。其中 LL 置于矩阵左上角, 为下一个尺度进行二维变换的输入; HH 置于矩阵右下角, 表示该尺

度上原二维数据体的对角线方向特征; HL 置于矩阵的左下角, 表示该尺度上原二维数据体水平方向结构; LH 置于矩阵的右上角, 表示该尺度上原二维数据体垂直方向信息。

步骤 3 在下一个尺度上对左上角的 LL 部分重复上面的两步。

步骤 4 按上述三个步骤进行分解下去, 直到设定的尺度为止。

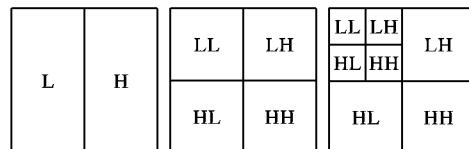


图 2 正方形二维小波变换示意图

那么对于任意的二维图像  $f(x, y) \in V_{j-1}^2$ ,  $\{c_{m,n}^{j-1}, m, n \in \mathbf{Z}\}$  是  $f(x)$  在分辨率  $j-1$  上的近似表示, 则二维信号  $\{c_{m,n}^{j-1}, m, n \in \mathbf{Z}\}$  的有限正交小波分解公式如下:

$$\begin{cases} c_{m_1, m_2}^j = \sum_k h_{k_1-2m_1} h_{k_2-2m_2} c_{k_1, k_2}^{j-1} \\ d_{m_1, m_2}^{j1} = \sum_{k_1, k_2} h_{k_1-2m_1} g_{k_2-2m_2} c_{k_1, k_2}^{j-1} \\ d_{m_1, m_2}^{j2} = \sum_{k_1, k_2} g_{k_1-2m_1} h_{k_2-2m_2} c_{k_1, k_2}^{j-1} \\ d_{m_1, m_2}^{j3} = \sum_{k_1, k_2} g_{k_1-2m_1} g_{k_2-2m_2} c_{k_1, k_2}^{j-1} \end{cases} \quad (3)$$

无穷矩阵  $\mathbf{H}_r = (H_{k_1, m_2}), \mathbf{H}_c = (H_{k_2, m_2}), \mathbf{G}_r = (G_{k_1, m_1}), \mathbf{G}_c = (G_{k_2, m_2})$ , 其中  $H_{k,m} = h_{k-2m}$ ,  $G_{k,m} = g_{k-2m}$ , 下标“r”、“c”分别表示对矩阵的行操作和列操作, 则式(3)可表示如:

$$\begin{cases} C_j = \mathbf{H}_r \mathbf{H}_c C_{j-1} \\ D_j^1 = \mathbf{H}_r \mathbf{G}_c C_{j-1}; j = 0, -1, \dots, -J \\ D_j^2 = \mathbf{G}_r \mathbf{H}_c C_{j-1} \\ D_j^3 = \mathbf{G}_r \mathbf{G}_c C_{j-1} \end{cases} \quad (4)$$

重构算法为:

$$C_{j-1} = \mathbf{H}_r^* \mathbf{H}_c^* C_j + \mathbf{H}_r^* \mathbf{G}_c^* D_j^1 + \mathbf{G}_r^* \mathbf{H}_c^* D_j^2 + \mathbf{G}_r^* \mathbf{G}_c^* D_j^3; j = -J, -J+1, \dots, -1 \quad (5)$$

其中:  $\mathbf{H}^*$  和  $\mathbf{G}^*$  分别是  $\mathbf{H}$  和  $\mathbf{G}$  的对偶算子;  $D_j^1, D_j^2, D_j^3$  是从  $L^2(R^2)$  分别到子空间  $V_j \otimes W_j, W_j \otimes V_j, W_j \otimes W_j$  的投影算子。

### 2.2 小波相位滤波的具体原理及算法步骤

设  $W_{2^j}^{1d} f(x, y)$  和  $W_{2^j}^{2d} f(x, y)$  分别为图像经过二维小波变换之后, 在尺度  $j$  上得到的水平分量和垂直分量, 则称

$$A_{2^j} f(x, y) = \arctan(W_{2^j}^{1d} f(x, y) / W_{2^j}^{2d} f(x, y)) \quad (6)$$

为图像在同一尺度  $j$  上的小波变换相位,

$$M_{2^j} f(x, y) = \sqrt{|W_{2^j}^{1d} f(x, y)|^2 + |W_{2^j}^{2d} f(x, y)|^2} \quad (7)$$

为图像在同一尺度  $j$  上的小波变换模值。

由于图像的边缘具有一定的连续性, 因此它经过小波分解之后每一位置的模值与相位都与其周围的一个邻域内的平均值有较大的相关性。基于这一思想, 对于任一像素点  $(x, y)$ , 给定一正数  $M_j$ , 并令

$$\bar{W}_{2^j}^{1d} f(x, y) = \sum_{k=-M_j}^{M_j} \sum_{l=-M_j}^{M_j} W_{2^j}^{1d} f(x+k, y+l) \quad (8)$$

$$\bar{W}_{2^j}^{2d} f(x, y) = \sum_{k=-M_j}^{M_j} \sum_{l=-M_j}^{M_j} W_{2^j}^{2d} f(x+k, y+l) \quad (9)$$

$$\bar{M}_{2^j} f(x, y) = (\sum_{k=-M_j}^{M_j} \sum_{l=-M_j}^{M_j} M_{2^j} f(x+k, y+l)) / (2M_j * 2M_j) \quad (10)$$

其中  $M_j$  为窗宽。于是,  $(x, y)$  点处的小波平均相位定义如下:

$$\bar{A}_{2^j} f(x, y) = \arctan\left(\frac{\bar{W}_{2^j}^{1d} f(x, y)}{\bar{W}_{2^j}^{2d} f(x, y)}\right) \quad (11)$$

如果  $(x, y)$  是真正的图像边缘点, 则  $A_{2^j} f(x, y)$  与  $\bar{A}_{2^j} f(x, y)$  的差异不会很大并且该点的模值大于其周围的平均值; 否则,  $(x, y)$  点被认为是噪声占优的, 予以删除。这一过程可以通过对  $A_{2^j} f(x, y) - \bar{A}_{2^j} f(x, y)$  和  $M_{2^j} f(x, y) - \bar{M}_{2^j} f(x, y)$  进行阈值处理而实现<sup>[12,14]</sup>。

具体算法步骤如下:

- 1) 取  $j = 1$ , 计算图像的小波变换模值  $M_{2^j} f(x, y)$  和相位  $A_{2^j} f(x, y)$ 。
- 2) 选择一窗口宽度  $M_j$ 。
- 3) 计算小波平均模值  $\bar{M}_{2^j} f(x, y)$  和相位  $\bar{A}_{2^j} f(x, y)$ 。
- 4) 选取阈值, 如果  $|A_{2^j} f(x, y) - \bar{A}_{2^j} f(x, y)| > K$  并且  $M_{2^j} f(x, y) - \bar{M}_{2^j} f(x, y) < \varepsilon$ , 则  $(x, y)$  点处的边缘信息主要由噪声引起, 重构图像时将其去掉。
- 5) 令  $j = j + 1$ , 重复步骤 2) ~ 4), 直到  $j = J$  为止,  $J$  为最大分解尺度。

### 3 边缘检测方法及实现

#### 3.1 方法步骤

设  $f(x)$  为原始影像的数据矩阵, 基于灰度形态学与小波相位滤波在图像边缘检测的方案如下:

- 1) 原始图像预处理。对原始高分辨率遥感影像  $f(x)$  进行主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)变换, 由 PCA 变换性质可知, 第一主成分集中了遥感影像主要信息。
- 2) 利用第一主成分进行小波变换  $n$  尺度分解, 据实验验证  $n$  的选取为图像最大分解次数的一半最为合适。这里的选择 SymletsA 小波, 这种小波具有更好的对称性, 对应的滤波器具有线性相位的特点, 这对于图像边缘的准确定位是有益的。
- 3) 利用结构元素对分解的各个尺度低频部分和高频部分分别进行膨胀和腐蚀形态学运算, 并与低频和高频做差, 得到灰度边界图像。由于结构元素的大小不同, 提取的图像边

缘特征也不同, 虽然小尺的结构元素去噪声能力弱, 但能检测到好的边缘细节, 大尺寸的结构元素去除噪声能力强, 但所检测的边缘较粗; 又由于边界信息和噪声主要在高频部分, 低频边缘信息弱<sup>[15~17]</sup>, 所以在高频采用大尺度的结构元素, 在低频采用小尺度的结构元素。

4) 对形态学计算后的低频和高频部分分别进行倍数增强, 其中主要增强高频部分, 有利于重构后突出边缘信息。

5) 重构, 得到具有边缘信息较强的灰度图  $F'(x, y)$ 。

6) 利用相位滤波方法对  $F'(x, y)$  进行滤波, 去除非边缘的噪声信息。

7) 中值滤波与二值化。中值滤波是一种保边缘的非线性图像平滑方法, 它在衰减噪声的同时能保持图像细节的清晰。利用中值滤波技术消除步骤 6) 遗留的部分噪声, 然后采用 OTSU 算法对中值滤波处理的影像进行二值化处理。OTSU 算法以最佳门限将图像灰度直方图分割成两部分, 使两部分类间方差取最大值, 即分离性最大。

8) 形态学细化, 完成。

#### 3.2 实验仿真结果

采用三峡库区高分辨率影像进行实验。图 3(a)(b) 分别是 QuickBird 数据和航飞数据。QuickBird 卫星是目前世界上最先进提供亚米级分辨率的商业卫星, 卫星影像全色波段 0.61~0.72 m, 多光谱 2.44~2.88 m; 航片数据源于三峡库区地质灾害防治指挥部, 2006 年拍摄, 分辨率 0.5 m。采用 Roberts 算子、Log 算子、Sobel 算子和本文提出的方法对图像进行边缘检测结果如图 4 所示。



图 3 QuickBird 数据和航飞数据

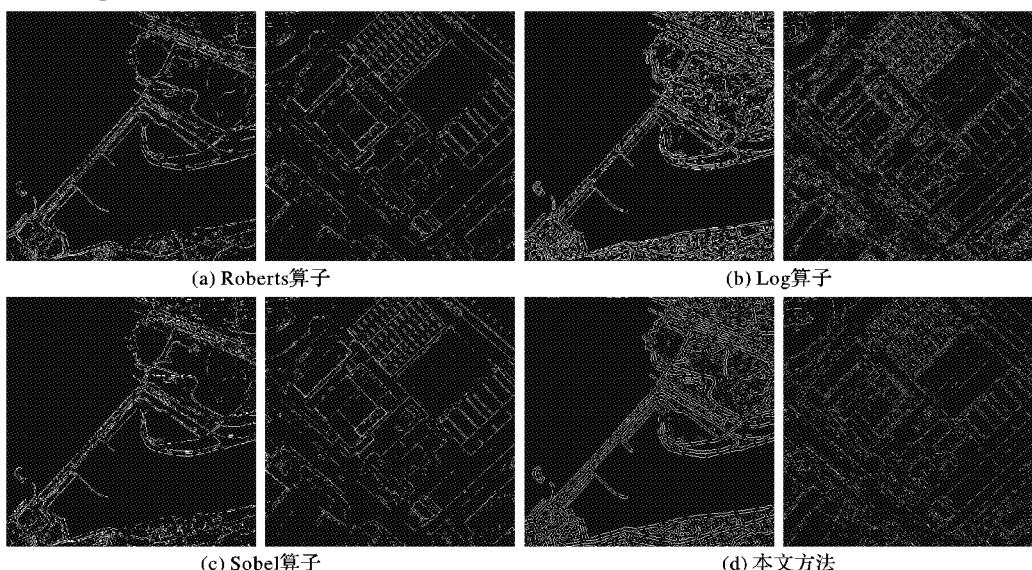


图 4 实验结果

在边缘检测中, 边缘定位能力与噪声抑制能力是一对矛盾体, 有些算子边缘定位能力比较强, 有些抗噪声能力好。Roberts 算子利用局部差分算子寻找边缘, 边缘定位精度高,

但容易丢失一部分边缘; 同时由于图像没经过平滑处理, 不具备抑制噪声能力。Sobel 算子根据像素点上下、左右邻点灰度加权差在边缘处达到极值这一现象检测边缘, 对噪声具有平

滑作用,能提供较为精确的边缘方向信息,但边缘定位精度不够高,所以当对精度要求不是很小时,是一种较为常用的边缘检测方法。Log 算子是二阶导数算子,该算子用高斯函数对图像作平滑滤波处理,然后才使用拉普拉斯算子检测边缘,克服了拉普拉斯算子抗噪能力比较差的缺点;但在抑制噪声的同时也可能将原有的比较尖锐的边缘也平滑掉了,造成这些尖锐的边缘无法被检测到。

本文提出的方法结合灰度形态学在低频和高频部分良好的边缘增强能力以及小波相位滤波利用图像边缘信息在同一尺度的相关性进行滤波,能够很好地保留边缘信息,提高边缘的检测能力。由图 4 可以看出对于高分辨率的遥感影像,相比传统方法,本文算法边缘检测结果的边缘信息比较完整、清晰,表明本文算法是有效和实用的。

#### 4 结语

小波的多分辨率特性可以从不同的尺度分析边界,小波变换还可计算边界的相位角信息,为图像边界提取提供方便,但其主要缺点是计算复杂,耗时较长。灰度形态学对遥感图像的处理具有直观上的简明性和数学上的严谨性,在定量描述图像的形态特征上具有独特的优势,为进行图像边缘检测提供了强有力手段。

本文提出灰度形态学与小波相位滤波的高分辨率遥感影像边缘检测算法,既利用了小波多尺度分析和计算边界相位信息的优势,又合理地结合灰度形态学在图像特征提取中的独特优势,然后经过小波相位滤波除去多余的背景信息,并且在二值化的时候采用 OTSU,使得边缘定位准确,对噪声有一定的抑制作用,边缘检测效果明显。实验结果表明,在高分辨率遥感影像的边缘处理较之传统的边缘检测方法,该方法具有边缘细节丰富、边缘轮廓准确和边缘定位能力强等特点。

#### 参考文献:

- [1] GONZALEZ R C, WOODS R E, EDDIN S L. 数字图像处理: Matlab [M]. 阮秋琦,译. 北京:电子工业出版社,2006.

- [2] 姚敏等.数字图像处理[M].北京:机械工业出版社,2006.  
[3] 段瑞玲,李庆祥,李玉和.图像边缘检测方法研究综述[J].光学技术,2005,31(3):415-419.  
[4] 袁修贵,龚正,孟正中.基于边缘方向性的小波边缘检测算法[J].计算机工程与科学,2010,32(3):49-51.  
[5] 许慎洋,郭希娟,刘晴.基于小波的多尺度医学图像边缘检测[J].计算机科学,2008,35(4):170-172.  
[6] MALLAT S, ZHONG S. Characterization of signals from multiscale edges[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(7): 710-732.  
[7] BRANNOCK E, WEEKS M. Edge detection using wavelets[C]// ACM SE 2006: Proceedings of the 44th Annual ACM Southeast Regional Conference. New York: ACM, 2006: 649-654.  
[8] 明冬萍,骆剑承,沈占锋,等.高分辨率遥感影像信息提取与目标识别技术研究[J].测绘科学,2005,30(3):18-20.  
[9] 刘胜,王萧雨,邱新法.一种高分辨率遥感影像的数学形态学滤波算法[J].气象与减灾研究,2008,31(4):48-51.  
[10] 唐常青,吕宏伯,黄铮,等.数学形态学原理与应用[M].北京:科学出版社,1990.  
[11] 葛哲学,沙威.小波分析理论与 MATLAB R2007 实现[M].北京:电子工业出版社,2007.  
[12] 赵瑞珍,徐龙,宋国乡.图像噪声去除的小波相位滤波算法[J].计算机科学,2001,28(12):27-29.  
[13] SIMONCELLI E P, ADELSON E H. Noise removal via Bayesian wavelet coring[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing. Piscataway, NJ: IEEE, 1996: 279-382.  
[14] 张伟林.钢索检测信号降噪处理的小波分析[J].安徽建筑工业学院学报·自然科学版,2007,15(1):6-8.  
[15] 李世毅,苏广川,陈东,等.基于小波变换和数学形态学的边缘检测法[J].仪表仪器学报,2004,25(4):685-687.  
[16] 王树梅,王志成,蔡健.一种基于灰度形态学的小波域边缘检测算法[J].计算机技术与发展,2009,19(1):32-35.  
[17] 李俊兵.基于数学形态学的图像边缘信息分析[J].计算机应用与软件,2004,21(12):75-77.

(上接第 2439 页)

- [3] KRISHNAMURTHY L, MATHUR A. On the estimation of reliability of a software system using reliabilities of its components [C]// Proceedings of the Eighth International Symposium on Software Reliability Engineering. Washington, DC: IEEE Computer Society, 1997: 146-155.  
[4] YACOUB S M, AMMAR H H. A methodology for architecture-level reliability risk analysis [J]. IEEE Transactions on Software Engineering, 2002, 28(6): 529-547.  
[5] YACOUB S. A scenario-based reliability analysis approach for component-based software [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2004, 53(4): 465-480.  
[6] JELINSKI Z, MORANDA P B. Software reliability research [M]// Statistical Computer Performance Evaluation. New York: Academic Press, 1972: 465-484.  
[7] 赵秀梅.软件构件简介[J].晋东南师范专科学校学报,2003,20(5):35-40.  
[8] MARTIN D. OWL-S: semantic markup for Web services [EB/OL]. [2010-05-16]. <http://www.ai.sri.com/daml/services/owl-s/1.2/overview>.  
[9] AHRENDT W, ROTH A, SASSE R. Automatic validation of transformation rules for Java verification against a rewriting semantics [C]// Logic for Programming, Artificial Intelligence, and Reasoning, LNCS 3835. Berlin: Springer-Verlag, 2005: 412-426.  
[10] de OLIVEIRA BRAGA C. Rewriting logic as a semantic framework for modular structural operational semantics [D]. Brasil: Pontifícia

- Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2001.  
[11] CLAVEL M, DURÁN F, EKER S, et al. All about maude—a high-performance logical framework [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2006: 124-126.  
[12] PENG YOUNGYI, HUANG NING. Formalizing semantics of OWL-S process model [C]// PACIIA 2008: IEEE 2008 Pacific-Asia Workshop on Computational Intelligence and Industrial Application. Piscataway, NJ: IEEE, 2008: 597-601.  
[13] 贾晓光.基于重写逻辑和剖面的 SOA 软件可靠性评估[D].北京:北京航空航天大学,2009.  
[14] 蔡开元.软件可靠性工程基础[M].北京:清华大学出版社,1995:68-72.  
[15] NING HUANG, WANG XIAO JUAN, ROCHA C. Formal semantics of OWL-S with rewrite logic [J]. Journal of Software Engineering and Applications, 2009, 54(2): 25-33.  
[16] 梁胜杰,张志华.操作剖面对软件可靠性评估可信度的影响研究[J].计算机工程与应用,2006,42(14):30-42.  
[17] 庄楚强,何春雄.应用数理统计基础[M].广州:华南理工大学出版社,2006:150-152.  
[17] 杨虎,钟波,刘琼荪.应用数理统计[M].北京:清华大学出版社,2006:201-204.  
[18] HAMLET D, MASON D, WOIT D. Theory of software reliability based on components [C]// Proceedings of the 3rd International Workshop on Component-based Software Engineering. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2001: 361-370.