Journal of Computer Applications
计算机应用,2012,32(1):218 - 222
ISSN 1001-9081
CODEN JYIIDU
2012-01-01
http://www.joca.cn

文章编号:1001 - 9081(2012)01 - 0218 - 05
doi:10.3724/SP.J.1087.2012.00218

基于可能度矩阵的区间型多属性决策方法

郭凯红*,牟有静
(辽宁大学 信息学院,沈阳 110036)
(*通信作者电子邮箱 guokh@126.com)

摘　要:研究了几组可能度公式之间的关系,提出一种基于可能度矩阵的区间型多属性决策(MADM)方法。对决策矩阵中各指标下的属性区间值两两比较并建立各指标的可能度矩阵,通过各个可能度矩阵的排序向量把属性值为区间数的决策矩阵转化为以精确数为测度的矩阵,把求解区间型多属性决策中指标权重的不确定性问题转化为确定性问题处理,随后利用区间数排序的可能度法获得最优方案。实验结果表明了所提方法的可行性和有效性。最后对多属性决策问题中由不确定性转化为确定性的求解策略及其可能产生的问题作了必要讨论。

关键词:多属性决策;指标权重;区间数;可能度

中图分类号:C934;TP18　　**文献标志码**:A

Multiple attribute decision-making method with intervals based on possibility degree matrix

GUO Kai-hong*, MU You-jing
(*School of Information, Liaoning University, Shenyang Liaoning 110036, China*)

Abstract: The authors studied the relation between several possibility degree formulas, and proposed a possibility degree matrices-based method that aimed to objectively determine the weights of criteria in Multiple Attribute Decision-Making (MADM) with intervals. Each pair of interval values belonging to the same attributes in a decision matrix was compared to construct corresponding possibility degree matrices, whose priority vectors were subsequently utilized to convert the decision matrix expressed as intervals into a matrix with precise numbers as a measure. In this way, an uncertainty of determining weights of criteria in MADM with intervals could be converted into a certainty which was easier to handle, and with the attribute weights obtained, the possibility degree method for ranking interval numbers was still used to get the priorities of alternatives. Two numerical examples were given to illustrate the proposed method and examine its feasibility and validity. Finally, a necessary discussion was made on the conversion from uncertainty to certainty in MADM with intervals, and some potential problems coming from it.

Key words: Multiple Attribute Decision-Making (MADM); weight of criteria; interval number; possibility degree

0　引言

区间型多属性决策(Multiple Attribute Decision-Making, MADM)[1]是不确定信息决策科学的一种重要表现形式,具有广泛的应用背景,目前的研究多集中在基于UOWA(Uncertain Ordered Weighted Averaging)算子的区间数排序法[2-3],基于指标加权的区间数排序法[4-6],基于区间数距离的TOPSIS(Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution)法[7-10],基于C-OWA(Continuous Ordered Weighted Averaging)等算子理论的属性值集成法[11-14],基于理想属性区间数偏离度的灰色关联系数法[15]以及区间型理想点投影法[16]等几种方法上。这其中,指标(属性)权重信息的合理确定对决策结果有着重要的影响,已成为上述研究中的一个热点方向。

概括起来,区间型多属性决策的指标权重确定方法大致可分为三类,即:

1)主观赋权法,如直接赋值法[5,8,11-14,17]、主观权重区间值压缩法[18];

2)客观赋权法,如属性区间值相离度极大法[19],标准差与平均差极大法[20-21],正、负理想点相对接近度极值法[7,9],灰色关联系数法[15],以及基于离差最大化的误差分析法[22];

3)主、客观综合赋权法,如主、客观偏好值的总偏差最小法[4,10]。

指标权重的主观赋权方法可以准确地反映决策者的意向,但决策结果具有很大的主观随意性。文献[18]进一步认为属性的有效权重值只与区间权重向量有关,而与方案关于每个属性的属性值(单值实数或区间数)无关,将这种主观性推向极端。客观赋权方法虽然具有较强的数学理论依据,但有时会与专家或指标的实际重要程度相悖,而且当前的许多方法,如文献[6-7,9,19-22],均为基于不同数量的线性或非线性规划模型求解,计算复杂,可解释性差。主、客观综合赋权方法则将主、客观权重结合起来,得到综合权重,既充分利用客观信息,又尽可能满足决策者的主观愿望,但当主、客观权重关于某些指标所表现出的偏好关系具有较大差异时,这种折中方法的合理性及有效性受到质疑,如对于同一算例,文献[10]使用主、客观综合赋权法确定指标权重,并利用TOPSIS法得到方案的排序,而文献[16]定义了区间理想点并利用各方案在区间理想点上的投影得到方案的排序结果,但这两种排序结果却完全不同,完全是由于偏好的协调权问题[23]。文献[2-3]基于UOWA算子实现区间型多属性决策

收稿日期:2011-06-16;**修回日期**:2011-08-08。　**基金项目**:教育部社科研究青年基金资助项目(10YJC630063)。
作者简介:郭凯红(1973-),男,河南镇平人,讲师,博士,主要研究方向:信息融合、不确定信息决策;　牟有静(1962-),女,辽宁大连人,副研究馆员,主要研究方向:图书情报数字化、信息检索。

中备选方案的排序,由于 UOWA 算子加权向量的确定方法不唯一,可能会造成方案排序的随意性。文献[11-14]使用 C-OWA等算子理论集成多属性决策信息来获得备选方案的排序,由于算子本身只对方案属性值所在位置加权,无需考虑属性本身的权重,因此在指标权重完全未知的情况下选择该方法是比较适合的。但 C-OWA 算子中引入的 BUM(Basic Unit-interval Monotonic)函数含义不明显,确定方法不唯一,从而带来了一定的主观性。

针对区间型多属性决策中指标权重难以确定的问题,本文详细研究了几组可能度公式之间的关系,在此基础上,提出一种基于可能度矩阵的指标权重确定方法。该方法首先对规范化决策矩阵中各指标下的属性区间值两两比较,分别建立各指标的可能度矩阵,再通过各个可能度矩阵的排序向量把属性值为区间数的决策矩阵转化为以精确数为测度的矩阵,即把不确定性问题转化为确定性问题处理,进而可选择多种方法获得指标权重,随后利用区间数排序的可能度法实现对候选方案的比较,得到最优方案。所提方法概念清晰,计算简洁,具有较强的客观性,而且易于机器实现,迄今为止尚未见到相似方法的研究报道。实验结果表明了所提方法的可行性和有效性。最后对多属性决策问题中由不确定性转化为确定性的求解策略及其可能产生的问题作了必要讨论。

1　可能度公式的等价性

首先给出可能度的定义。

定义 1　设 a,b 均为实数,称

$$p(a > b) = \begin{cases}1, & a > b \\ 0, & a \leqslant b\end{cases} \tag{1}$$

为 $a > b$ 的可能度。

设 $\tilde{a},\tilde{b}$ 同时为区间数或有一个为区间数,记 $\tilde{a} = [a^L, a^U]$,$\tilde{b} = [b^L,b^U]$,$l_a = a^U - a^L$,$l_b = b^U - b^L$。文献[17,24-26]分别给出如下几组不同的可能度公式:

$$p(\tilde{a} \geqslant \tilde{b}) = \frac{\min\{l_a + l_b, \max(a^U - b^L, 0)\}}{l_a + l_b} \tag{2}$$

$$p(\tilde{a} \geqslant \tilde{b}) = \min\left\{\max\left(\frac{a^U - b^L}{l_a + l_b}, 0\right), 1\right\} \tag{3}$$

$$p(\tilde{a} \geqslant \tilde{b}) = \frac{\max\{0, l_a + l_b - \max(b^U - a^L, 0)\}}{l_a + l_b} \tag{4}$$

$$p(\tilde{a} \geqslant \tilde{b}) = \frac{\max(a^U - b^L, 0) - \max(a^L - b^U, 0)}{l_a + l_b} \tag{5}$$

文献[17]研究了式(2)~(4)之间的关系,证明它们之间是等价的。事实上,式(5)与式(2)~(4)也是等价的。

定理 1　式(2)~(5)是等价的,即式(2)⇔(3)⇔(4)⇔(5)。

证明　式(2)⇔(3)⇔(4)的证明见文献[17],这里只需证式(2)⇔(5)。由式(2)及可能度性质,知:

$$p(\tilde{a} \geqslant \tilde{b}) = 1 - p(\tilde{b} \geqslant \tilde{a}) =$$

$$1 - \frac{\min\{l_a + l_b, \max(b^U - a^L, 0)\}}{l_a + l_b} =$$

$$\frac{l_a + l_b - \min\{l_a + l_b, \max(b^U - a^L, 0)\}}{l_a + l_b} =$$

$$\frac{\max\{0, l_a + l_b - \max(b^U - a^L, 0)\}}{l_a + l_b} =$$

$$\frac{\max\{0, a^U - a^L + b^U - b^L - \max(b^U - a^L, 0)\}}{l_a + l_b} =$$

$$\frac{\max\{0, a^U - b^L + b^U - a^L - \max(b^U - a^L, 0)\}}{l_a + l_b} =$$

$$\frac{\max\{0, a^U - b^L + \min(0, b^U - a^L)\}}{l_a + l_b} =$$

$$\frac{\max\{0, a^U - b^L - \max(0, a^L - b^U)\}}{l_a + l_b}$$

由于 $a^L \leqslant a^U, b^L \leqslant b^U$,有 $a^L - b^U \leqslant a^L - b^L \leqslant a^U - b^L$,所以:

$$\frac{\max\{0, a^U - b^L - \max(0, a^L - b^U)\}}{l_a + l_b} = \frac{\max(a^U - b^L, 0) - \max(a^L - b^U, 0)}{l_a + l_b}$$

即:

$$p(\tilde{a} \geqslant \tilde{b}) = \frac{\max(a^U - b^L, 0) - \max(a^L - b^U, 0)}{l_a + l_b}。$$

故式(2)⇔(5)成立,也即式(2)⇔(3)⇔(4)⇔(5)成立。

与式(2)~(4)相比,式(5)更加清晰、紧凑。本文将利用式(5)建立区间数比较的可能度矩阵,并基于该矩阵给出区间型决策矩阵中指标权重的确定方法。

2　确定指标权重的可能度法

2.1　问题描述

设区间型多属性决策问题中方案集 $A = \{a_i \mid i = 1,2,\cdots,m\}$,指标集 $C = \{c_j \mid j = 1,2,\cdots,n\}$ 且各指标加性独立,指标权重向量 $\boldsymbol{w} = (w_1 \quad w_2 \quad \cdots \quad w_n)^{\mathrm{T}}$,且满足 $w_j \geqslant 0, \sum_{j=1}^{n} w_j = 1$。令方案 $a_i \in A$ 在指标 $c_j \in C$ 下的属性值为 $\tilde{x}_{ij} = [x_{ij}^L, x_{ij}^U]$,从而构成区间型决策矩阵 $\tilde{\boldsymbol{X}} = (\tilde{x}_{ij})_{m\times n}$。根据文献[27],利用比重变换法对 $\tilde{\boldsymbol{X}}$ 进行规范化处理(注:若量纲相同,则无需规范化处理),得到规范化决策矩阵 $\tilde{\boldsymbol{Y}} = (\tilde{y}_{ij})_{m\times n}$,其中 $\tilde{y}_{ij} = [y_{ij}^L, y_{ij}^U]$,且

$$\tilde{y}_{ij} = \begin{cases} \dfrac{\tilde{x}_{ij}}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{m} (\tilde{x}_{ij})^2}}, & j \in J^+ \\[2ex] \dfrac{\frac{1}{\tilde{x}_{ij}}}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{m} \left(\frac{1}{\tilde{x}_{ij}}\right)^2}}, & j \in J^- \end{cases} \tag{6}$$

其中:$i = 1,2,\cdots,m$;$j = 1,2,\cdots,n$。

这里 $J^+ = \{$效益型属性集$\}$,$J^- = \{$成本型属性集$\}$。根据区间数的运算法则[28],进一步可写为:

$$\begin{cases} y_{ij}^L = \begin{cases} \dfrac{x_{ij}^L}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{m} (x_{ij}^U)^2}}, & j \in J^+ \\[2ex] \dfrac{\frac{1}{x_{ij}^U}}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{m} \left(\frac{1}{x_{ij}^L}\right)^2}}, & j \in J^- \end{cases} \\[6ex] y_{ij}^U = \begin{cases} \dfrac{x_{ij}^U}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{m} (x_{ij}^L)^2}}, & j \in J^+ \\[2ex] \dfrac{\frac{1}{x_{ij}^L}}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{m} \left(\frac{1}{x_{ij}^U}\right)^2}}, & j \in J^- \end{cases} \end{cases} \tag{7}$$

其中：$i = 1,2,\cdots,m$；$j = 1,2,\cdots,n$。

根据规范化区间型决策矩阵 $\tilde{\boldsymbol{Y}} = (\tilde{y}_{ij})_{m\times n}$ 及指标权重向量 $\boldsymbol{w} = (w_1\quad w_2\quad \cdots\quad w_n)^{\mathrm{T}}$，令 $\tilde{u}_i$ 为方案 a_i 的综合属性值，利用线性加权法，有：

$$\tilde{u}_i = \sum_{j=1}^{n} w_j \tilde{y}_{ij};\ i = 1,2,\cdots,m \tag{8}$$

其中 $\tilde{u}_i = [u_i^L, u_i^U]$。由于 $\tilde{u}_i(i = 1,2,\cdots,m)$ 仍是区间数，不便于直接对方案进行排序，可利用文献[17]提出的区间数比较的可能度法实现对整个方案集的排序。

由此可见，完整、客观地确定式(8)中指标权重 $w_j(j = 1,2,\cdots,n)$ 是有效解决区间型多属性决策问题的关键。本文将要解决的问题是，如何利用区间数比较的可能度矩阵，把求解区间型多属性决策中指标权重的不确定性问题转化为确定性问题处理，并最终利用式(8)得到最优方案。

2.2 指标权重的确定方法

对于规范化区间型决策矩阵 $\tilde{\boldsymbol{Y}} = (\tilde{y}_{ij})_{m\times n}$，其列向量分别记为 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_j = (\tilde{y}_{1j}\quad \tilde{y}_{2j}\quad \cdots\quad \tilde{y}_{mj})^{\mathrm{T}}(j = 1,2,\cdots,n)$。由于 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_j$ 是区间型向量，其分量间的数值测度不易直接获得，导致各区间型向量间的关系难以直接度量。一个启发式的想法是，如果能够以精确数为测度客观地表示 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_j$ 中各区间型分量之间的度量关系，即求得 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_j$ 所对应的确定型向量，进而得到 $\tilde{\boldsymbol{Y}}$ 所对应的确定型决策矩阵，则可把与 $\tilde{\boldsymbol{Y}}$ 有关的不确定性问题转化为确定性问题处理。本文将基于这种思想，利用区间数比较的可能度矩阵的排序向量确定区间型多属性决策中的指标权重。

首先求区间型向量 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_j = (\tilde{y}_{1j}\quad \tilde{y}_{2j}\quad \cdots\quad \tilde{y}_{mj})^{\mathrm{T}}$ 所对应的确定型向量。由于 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_j$ 的分量 $\tilde{y}_{ij}(i = 1,2,\cdots,m)$ 是区间数，可利用式(5)计算出 $\tilde{y}_{ij}(i = 1,2,\cdots,m)$ 之间的可能度，并建立可能度矩阵 $\boldsymbol{P}_j = (p_{st}^j)_{m\times m}$，其中 $p_{st}^j = p(\tilde{y}_{sj} \geqslant \tilde{y}_{tj})(s,t = 1,2,\cdots,m;\ j = 1,2,\cdots,n)$。该矩阵包含了属性 c_j 下所有方案相互比较的全部可能度信息。矩阵 $\boldsymbol{P}_j$ 实为模糊互补判断矩阵[29]，其排序向量以精确数为测度，客观地显示了 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_j$ 中各区间型分量之间的差异，可视为 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_j$ 所对应的确定型向量。记 $\boldsymbol{P}_j$ 的排序向量为 $\boldsymbol{\beta}_j = (y_{1j}\quad y_{2j}\quad \cdots\quad y_{mj})^{\mathrm{T}}$，根据文献[29]提出的模糊互补判断矩阵排序向量的计算公式，得 $\boldsymbol{\beta}_j$ 的分量为：

$$y_{sj} = \frac{\sum_{t=1}^{m} p_{st}^j + \frac{m}{2} - 1}{m(m-1)};\ s = 1,2,\cdots,m,\ j = 1,2,\cdots,n \tag{9}$$

且对于所有的 $j = 1,2,\cdots,n$，满足：

$$\sum_{s=1}^{m} y_{sj} = 1 \tag{10}$$

根据 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_j = (\tilde{y}_{1j}\quad \tilde{y}_{2j}\quad \cdots\quad \tilde{y}_{mj})^{\mathrm{T}}$ 所对应的确定型向量 $\boldsymbol{\beta}_j = (y_{1j}\quad y_{2j}\quad \cdots\quad y_{mj})^{\mathrm{T}}$，进一步可得 $\tilde{\boldsymbol{Y}} = (\tilde{y}_{ij})_{m\times n}$ 所对应的确定型决策矩阵 $\boldsymbol{Y} = (\boldsymbol{\beta}_1\quad \boldsymbol{\beta}_2\quad \cdots\quad \boldsymbol{\beta}_n) = (y_{ij})_{m\times n}$。这时，可将求解区间型决策矩阵 $\tilde{\boldsymbol{Y}}$ 的指标权重转化为求解确定型决策矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 的指标权重，实现了由不确定性问题到确定性问题的转化。对于确定型多属性决策中指标权重的求解问题，已有很多成熟的方法[30-34]。下面以熵权法[32-33]为例，简要给出指标权重的确定方法。

由式(10)知确定型决策矩阵 $\boldsymbol{Y} = (y_{ij})_{m\times n}$ 为规范化矩阵。首先计算指标 $c_j \in C$ 在 $\boldsymbol{Y}$ 下的熵值为：

$$e_j = -\frac{1}{\ln m}\sum_{i=1}^{m} y_{ij}\ln y_{ij};\ j = 1,2,\cdots,n \tag{11}$$

式(11)中常量 $\frac{1}{\ln m}$ 的作用是为了保证指标 c_j 在 $\boldsymbol{Y}$ 下的标准化值 y_{ij} 都相等时(此时熵值达到最大)满足 $e_j = 1$，这时该指标项不提供任何可供比较的信息，对综合评价不起作用；式(11)中还假定 $y_{ij} = 0$ 时 $y_{ij}\ln y_{ij} = 0$，从而保证 $e_j \in [0,1]$。进一步可计算指标 c_j 在 $\boldsymbol{Y}$ 下的差异系数为：

$$d_j = 1 - e_j;\ j = 1,2,\cdots,n \tag{12}$$

最后确定决策矩阵 $\boldsymbol{Y}$(同时也是 $\tilde{\boldsymbol{Y}}$)的指标权重向量 $\boldsymbol{w} = (w_1\quad w_2\quad \cdots\quad w_n)^{\mathrm{T}}$，其中：

$$w_j = d_j \Big/ \sum_{j=1}^{n} d_j;\ j = 1,2,\cdots,n \tag{13}$$

这时利用式(8)可得方案 $a_i \in A$ 的综合属性值 $\tilde{u}_i(i = 1,2,\cdots,m)$。由于 $\tilde{u}_i(i = 1,2,\cdots,m)$ 仍是区间数，不便于直接对方案进行排序，可利用文献[17]的方法，即首先对它们两两比较，利用式(5)求得相应的可能度 $r_{ij} = p(\tilde{u}_i \geqslant \tilde{u}_j)(i,j = 1,2,\cdots,m)$，并建立可能度矩阵 $\boldsymbol{R} = (r_{ij})_{m\times m}$，再利用式(14)得到 $\boldsymbol{R}$ 的排序向量 $\boldsymbol{u} = (u_1\quad u_2\quad \cdots\quad u_m)^{\mathrm{T}}$：

$$u_i = \frac{\sum_{j=1}^{m} r_{ij} + \frac{m}{2} - 1}{m(m-1)};\ i = 1,2,\cdots,m \tag{14}$$

最后利用 $u_i(i = 1,2,\cdots,m)$ 对区间数 $\tilde{u}_i(i = 1,2,\cdots,m)$ 进行排序，即得到最优方案。

3 实例分析

例 1[19] 为开发新产品，拟定了 5 个投资方案 $a_i(i = 1,2,\cdots,5)$，各方案的属性值见表 1(单位为万元)。在属性集中，c_2，c_3 为效益型属性，c_1，c_4 为成本型属性，指标权重信息完全未知。请选择最佳的投资方案。

表 1 新产品投资方案的属性值 万元

方案	投资额 c_1	期望净现值 c_2	风险赢利值 c_3	风险损失值 c_4
a_1	[5,7]	[4,5]	[4,6]	[0.4,0.6]
a_2	[10,11]	[6,7]	[5,6]	[1.5,2.0]
a_3	[5,6]	[4,5]	[3,4]	[0.4,0.7]
a_4	[9,11]	[5,6]	[5,7]	[1.3,1.5]
a_5	[6,8]	[3,5]	[3,4]	[0.8,1.0]

应用本文方法求出 5 个方案的排序。首先根据表 1 建立区间型决策矩阵并规范化：

$$\tilde{\boldsymbol{X}} = \begin{bmatrix} [5,7] & [4,5] & [4,6] & [0.4,0.6] \\ [10,11] & [6,7] & [5,6] & [1.5,2.0] \\ [5,6] & [4,5] & [3,4] & [0.4,0.7] \\ [9,11] & [5,6] & [5,7] & [1.3,1.5] \\ [6,8] & [3,5] & [3,4] & [0.8,1.0] \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Normalized}}$$

$$\tilde{\boldsymbol{Y}} = \begin{bmatrix} [0.40,0.71] & [0.32,0.50] & [0.32,0.65] & [0.43,0.98] \\ [0.25,0.35] & [0.47,0.69] & [0.40,0.65] & [0.13,0.26] \\ [0.46,0.71] & [0.32,0.50] & [0.24,0.44] & [0.37,0.98] \\ [0.25,0.39] & [0.40,0.59] & [0.40,0.76] & [0.17,0.30] \\ [0.35,0.59] & [0.24,0.50] & [0.24,0.44] & [0.26,0.49] \end{bmatrix}$$

根据 $\tilde{\boldsymbol{Y}}$ 的列向量 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_j(j = 1,2,3,4)$，分别利用式(5)、(9)得到 $\tilde{\boldsymbol{Y}}$ 所对应的确定型决策矩阵 $\boldsymbol{Y}$：

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} 0.2550 & 0.1718 & 0.2170 & 0.2724 \\ 0.1208 & 0.2747 & 0.2401 & 0.1173 \\ 0.2644 & 0.1718 & 0.1443 & 0.2666 \\ 0.1344 & 0.2265 & 0.2542 & 0.1382 \\ 0.2253 & 0.1551 & 0.1443 & 0.2054 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}0.5000 & 0.9166 & 0.5380 & 0.8651 & 0.7850\\ 0.0834 & 0.5000 & 0.1195 & 0.4501 & 0.3751\\ 0.4620 & 0.8805 & 0.5000 & 0.8288 & 0.7486\\ 0.1349 & 0.5499 & 0.1712 & 0.5000 & 0.4244\\ 0.2150 & 0.6249 & 0.2514 & 0.5756 & 0.5000\end{bmatrix}$$

利用式(11) ~ (13) 求得决策矩阵 $\boldsymbol{Y}$(同时也是 $\tilde{\boldsymbol{Y}}$) 的指标权重向量 $\boldsymbol{w}=(0.3155\ \ 0.1554\ \ 0.1854\ \ 0.3437)^{\mathrm{T}}$。再利用式(8) 求得各方案的综合属性值分别为区间数 $\tilde{u}_1=[0.3831,0.7591]$,$\tilde{u}_2=[0.2707,0.4275]$,$\tilde{u}_3=[0.3665,0.7201]$,$\tilde{u}_4=[0.2736,0.4587]$,$\tilde{u}_5=[0.2816,0.5138]$,并利用式(5) 建立区间数两两比较的可能度矩阵 $\boldsymbol{R}$。最后利用式(14) 计算得到 $\boldsymbol{R}$ 的排序向量 $\boldsymbol{u}=(0.2552\ \ 0.1514\ \ 0.2460\ \ 0.1640\ \ 0.1833)^{\mathrm{T}}$,显然方案的排序为 $a_2<a_4<a_5<a_3<a_1$,即 a_1 为最优投资方案。

这个排序结果与文献[19] 的结果完全一致,但文献[19] 采用属性区间值相离度极大法确定指标权重,需要求解单目标最优化模型,计算复杂;而本文方法概念清晰,计算简洁,客观性强,与其他求解指标权重的方法相比具有一定的优势。再看另一个例子。

例 2[15]　有 4 种房地产投资方案 $b_i(i=1,2,3,4)$,各投资方案的指标评价值见表 2。在指标集中,c_1,c_2,c_3 为效益型指标,c_4,c_5 为成本型指标,指标权重信息完全未知。请选择最佳的投资方案。

表 2　地产投资方案的指标评价值

方案	房屋面积 c_1	设施水平 c_2	小区环境 c_3	房屋价格 c_4	上班距离 c_5
b_1	[90,120]	[7,11]	[6,10]	[2900,3300]	[9,12]
b_2	[70,100]	[3,8]	[7,11]	[2050,3200]	[6,10]
b_3	[65,70]	[5,13]	[11,12]	[3150,3250]	[7,11]
b_4	[60,80]	[4,6]	[8,9]	[3050,3250]	[8,14]

应用本文方法求出 4 个方案的排序。首先根据表 2 建立区间型决策矩阵并利用式(7) 得到规范化矩阵:

$$\tilde{\boldsymbol{Y}}=\begin{bmatrix}[0.4763,0.8315] & [0.3544,1.1055] & [0.2841,0.6086] & [0.4029,0.5601] & [0.3018,0.6381]\\ [0.3705,0.6930] & [0.1519,0.8040] & [0.3314,0.6695] & [0.4162,0.7922] & [0.3623,0.9575]\\ [0.3440,0.4851] & [0.2532,1.3065] & [0.5208,0.7304] & [0.4096,0.5146] & [0.3293,0.8208]\\ [0.3176,0.5544] & [0.2025,0.6030] & [0.3788,0.5478] & [0.4096,0.5325] & [0.2587,0.7180]\end{bmatrix}$$

根据 $\tilde{\boldsymbol{Y}}$ 的列向量 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_j(j=1,2,3,4,5)$,分别利用式(5)、(9) 得到 $\tilde{\boldsymbol{Y}}$ 所对应的确定型决策矩阵 $\boldsymbol{Y}$:

$$\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}0.3359 & 0.2863 & 0.2124 & 0.2401 & 0.2205\\ 0.2703 & 0.2262 & 0.2439 & 0.3160 & 0.2871\\ 0.1840 & 0.2887 & 0.3227 & 0.2159 & 0.2617\\ 0.2098 & 0.1988 & 0.2110 & 0.2279 & 0.2308\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}0.5000 & 0.5491 & 0.5414 & 0.7047\\ 0.4509 & 0.5000 & 0.4871 & 0.6366\\ 0.4586 & 0.5129 & 0.5000 & 0.6728\\ 0.2953 & 0.3634 & 0.3272 & 0.5000\end{bmatrix}$$

利用式(11) ~ (13) 求得决策矩阵 $\boldsymbol{Y}$(即 $\tilde{\boldsymbol{Y}}$) 的指标权重向量 $\boldsymbol{w}=(0.3611\ \ 0.1623\ \ 0.2484\ \ 0.1555\ \ 0.0727)^{\mathrm{T}}$。再利用式(8) 求得各方案的综合指标评价值分别为区间数 $\tilde{u}_1=[0.3847,0.7643]$,$\tilde{u}_2=[0.3318,0.7398]$,$\tilde{u}_3=[0.3823,0.7083]$,$\tilde{u}_4=[0.3241,0.5691]$,并利用式(5) 建立区间数两两比较的可能度矩阵 $\boldsymbol{R}$。最后利用式(14) 计算得到 $\boldsymbol{R}$ 的排序向量 $\boldsymbol{u}=(0.2746\ \ 0.2562\ \ 0.2620\ \ 0.2072)^{\mathrm{T}}$,显然方案的排序为 $b_4<b_2<b_3<b_1$,即 b_1 为最优投资方案。

文献[15] 通过定义理想属性偏离度把指标值为区间数的决策矩阵转化为以理想属性偏离度为测度的决策矩阵,把不确定性问题转化成确定性问题处理,最终得到方案的排序为 $b_4<b_3<b_2<b_1$。本文的排序结果与文献[15] 的结果基本一致,但不完全一致。

4　讨论

对于前述两例,既然分别得到了与区间型决策矩阵 $\tilde{\boldsymbol{Y}}$ 相对应的确定型矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 及指标权重向量 $\boldsymbol{w}$,是否可考虑直接将 $\boldsymbol{Y}$ 与 $\boldsymbol{w}$ 集成以得到方案的排序呢?令 $\boldsymbol{u}',\boldsymbol{u}''$ 分别为例 1、例 2 中 $\boldsymbol{Y}$ 与 $\boldsymbol{w}$ 的集成结果,则对于例 1,有:

$$\boldsymbol{u}'=\boldsymbol{Y}\cdot\boldsymbol{w}=$$

$$\begin{bmatrix}0.2550 & 0.1718 & 0.2170 & 0.2724\\ 0.1208 & 0.2747 & 0.2401 & 0.1173\\ 0.2644 & 0.1718 & 0.1443 & 0.2666\\ 0.1344 & 0.2265 & 0.2542 & 0.1382\\ 0.2253 & 0.1551 & 0.1443 & 0.2054\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0.3155\\ 0.1554\\ 0.1854\\ 0.3437\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.2410\\ 0.1657\\ 0.2285\\ 0.1722\\ 0.1925\end{bmatrix}$$

显然方案的排序为 $a_2<a_4<a_5<a_3<a_1$,与例 1 的区间数排序结果一致。而对于例 2,有:

$$\boldsymbol{u}''=\boldsymbol{Y}\cdot\boldsymbol{w}=$$

$$\begin{bmatrix}0.3359 & 0.2863 & 0.2124 & 0.2401 & 0.2205\\ 0.2703 & 0.2262 & 0.2439 & 0.3160 & 0.2871\\ 0.1840 & 0.2887 & 0.3227 & 0.2159 & 0.2617\\ 0.2098 & 0.1988 & 0.2110 & 0.2279 & 0.2308\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0.3611\\ 0.1623\\ 0.2484\\ 0.1555\\ 0.0727\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}0.2739\\ 0.2649\\ 0.2461\\ 0.2127\end{bmatrix}$$

显然方案的排序为 $b_4<b_3<b_2<b_1$,与例 2 的区间数排序结果不完全一致,但与文献[15] 的结果一致。

分析 $\boldsymbol{u}',\boldsymbol{u}''$ 的排序结果与区间数排序结果的异同可知,当把不确定性决策问题转化成确定性决策问题处理时,可能会由于获得的数据过于刚性而损失掉部分决策信息,尽管这部分信息很少,但如果继续使用确定性方法求解,可能会导致更多信息的损失。而且,这种从不确定性到确定性的完全转化会使原来解决问题的方法发生本质性变化,从而导致对同一个问题由不同方法产生的结果可能不一致。文献[15]将指标值为区间数的决策矩阵转化为确定型矩阵后,继续以精确数为测度解决后续问题,把不确定性问题完全转化成确定性问题处理;而本文旨在方便地获取指标权重,仅在这一过程中将不确定性问题转化成确定性问题处理,其他处理过程(包括信息的集结)仍以区间数为操作对象,这就避免了信息的损失和扭曲,从而保证了模糊多属性决策的柔韧性以及决策结果的准确性和可靠性。这也是为什么文献[15]的结果与本文例 2 的区间数排序结果不完全一致,而与上述 $\boldsymbol{u}''$ 的排序结果一致的原因。

5　结语

合理地确定区间型多属性决策中的指标权重信息对决策结果有着重要影响。针对区间型多属性决策中指标权重难以确定的问题,本文详细研究了几组可能度公式之间的关系,在

此基础上，提出一种基于可能度矩阵的指标权重确定方法，并利用基于线性加权的区间数排序法求得最优方案。实验结果表明，所提方法是可行性的、有效的。本文的主要贡献在于，利用区间数比较的可能度矩阵，把求解区间型多属性决策中指标权重的不确定性问题转化为确定性问题处理，这种方法概念清晰，计算简洁，具有较强的客观性，而且易于机器实现，与其他求解指标权重的方法相比具有一定的优势。另外，在整个决策过程中，仅在获取指标权重这一步骤中将不确定性问题转化成确定性问题处理，其他处理过程（包括信息的集结）仍以区间数为操作对象，这就避免了信息的损失和扭曲，从而保证了决策结果的准确性和可靠性。事实上，这种把不确定性转化为确定性的问题求解策略可能会由于获得的数据过于刚性而导致少量决策信息的损失，但实验结果表明，如果该转换过程仅在求解过程的局部实现并且转换后的数据只作为中间结果使用，则对总体决策不会产生大的不良影响；而对于那种从不确定性到确定性的完全转化策略，尽管在操作上简单方便，但易造成信息的过度损失，从而降低模糊多属性决策的柔韧性以及决策结果的可靠性，因此在实际应用中对该策略应持谨慎态度。

参考文献：

[1] HWANG C L, YOON K S. Multiple attribute decision making: Methods and applications [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1981.

[2] XU Z S, DA Q. L. The uncertain OWA operator [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2002, 17(6): 569 –575.

[3] 徐泽水. 几类多属性决策方法研究[D]. 南京: 东南大学经济管理学院, 2002.

[4] 徐泽水. 求解不确定型多属性决策问题的一种新方法[J]. 系统工程学报, 2002, 17(2): 177 –181.

[5] 李德清, 谷云东. 一种基于可能度的区间数排序方法[J]. 系统工程学报, 2008, 23(2): 243 –246.

[6] GUO P, TANAKA H. Decision making with interval probabilities [J]. European Journal of Operational Research, 2010, 203(2): 444 –454.

[7] 尤天慧, 樊治平. 区间数多指标决策的一种 TOPSIS 方法[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2002, 23(9): 840 –843.

[8] 夏勇其, 吴祈宗. 一种混合型多属性决策问题的 TOPSIS 方法[J]. 系统工程学报, 2004, 19(6): 630 –634.

[9] 樊治平, 尤天慧, 张尧. 属性权重信息不完全的区间数多属性决策方法[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2005, 26(8): 798 –800.

[10] 谭旭, 高妍方, 陈英武. 区间型多属性决策求解新方法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(7): 1082 –1085.

[11] XU Z S. A C-OWA operator based approach to decision making with interval fuzzy preference relation [J]. International Journal of Intelligent Systems, 2006, 21(12): 1289 –1298.

[12] YAGER R R, XU Z S. The continuous ordered weighted geometric operator and its application to decision making [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2006, 157(10): 1393 –1402.

[13] 徐泽水. 拓展的C-OWA算子及其在不确定多属性决策中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(11): 7 –13.

[14] 陈华友, 刘金培, 王慧. 一类连续区间数据的有序加权调和(C-OWH)平均算子及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(7): 86 –92.

[15] 王育红, 党耀国. 基于灰色关联系数和 D-S 证据理论的区间数投资决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(11): 128 –134.

[16] 徐泽水, 达庆利. 区间型多属性决策的一种新方法[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2003, 33(4): 498 –501.

[17] 徐泽水, 达庆利. 区间数排序的可能度法及其应用[J]. 系统工程学报, 2003, 18(1): 67 –70.

[18] 宋业新, 尹迪, 张建军. 一种新的区间数多属性决策的集结方法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(8): 1060 –1062.

[19] 徐泽水, 孙在东. 一类不确定型多属性决策问题的排序方法[J]. 管理科学学报, 2002, 5(3): 35 –39.

[20] 周文坤. 一种不确定型多属性决策的组合方法[J]. 系统工程, 2006, 24(2): 96 –100.

[21] 许叶军, 达庆利. 不确定型多属性决策的权系数确定及其应用[J]. 系统工程理论方法应用, 2005, 14(5): 434 –436.

[22] 尤天慧, 樊治平. 区间数多指标决策中确定指标权重的一种客观赋值法[J]. 中国管理科学, 2003, 11(2): 92 –95.

[23] WEI Q L, YAN H, MA J, *et al*. A compromise weight for multi-criteria decision making with individual preference [J]. Journal of the Operational Research Society, 2000, 51(5): 625 –634.

[24] FACCHINETTI G, RICCI R G, MUZZIOLI S. Note on ranking fuzzy triangular numbers [J]. International Journal of Intelligent Systems, 1998, 13(7): 613 –622.

[25] 达庆利, 刘新旺. 区间数线性规划及满意解[J]. 系统工程理论与实践, 1999, 19(4): 3 –7.

[26] WANG Y M, YANG J B, XU D L. A preference aggregation method through the estimation of utility intervals [J]. Computers and Operation Research, 2005, 32(8): 2027 –2049.

[27] 樊治平, 宫贤斌, 张全. 区间数多属性决策中决策矩阵的规范化方法[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 1999, 20(3): 326 –329.

[28] 罗承忠. 模糊集引论(上)[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 1989: 197 –199.

[29] 徐泽水. 模糊互补判断矩阵排序的一种算法[J]. 系统工程学报, 2001, 16(4): 311 –314.

[30] 樊治平. 多属性决策的一种新方法[J]. 系统工程, 1994, 12(1): 15 –17.

[31] 陈华友. 多属性决策中基于离差最大化的组合赋权方法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(2): 194 –197.

[32] MOSTAGHIMI M. Bayesian estimation of a decision using information theory [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, 1997, 27(4): 506 –517.

[33] SHUIABI E, THOMSON V, BHUIYAN N. Entropy as a measure of operational flexibility [J]. European Journal of Operational Research, 2005, 165(3): 696 –707.

[34] 徐泽水, 达庆利. 多属性决策的组合赋权方法研究[J]. 中国管理科学, 2002, 10(2): 84 –87.

（上接第 201 页）

[8] LEI PENG, GUODONG LI, LIU CHANGAN. The application research of resources catalog in the network technology information organizations [C]// Proceedings of 2010 4th International Conference on Intelligent Information Databases. Oulu, Finland: Academy Publisher, 2007: 167 –172.

[9] 王必晴, 钟志水, 孟伟东. S-Chord: 一种层次式 Chord 路由模型[J]. 计算机工程, 2011, 37(1): 96 –100.

[10] 赵静, 张振宇. 基于 Chord 的 P2P 路由模型[J]. 计算机应用, 2010, 30(10): 2645 –2647.

[11] DABEK F, COX R, KAASHOEK F. Vivaldi: A decentralized network coordinate system [C]// Proceedings of the 2004 Conference on Applications, Technologies, Architectures, and Protocols for Computer Communications. New York: ACM Press, 2003: 15 –26.

[12] 郭松梅, 王新生, 龚华, 等. 基于网络拓扑和节点异构的 Chord 系统[J]. 计算机科学, 2009, 36(3): 90 –92.