

## 基于因子图一和积算法的故障链路诊断

吕香玲\*, 张志勇, 胡光岷

(电子科技大学 通信与信息工程学院, 成都 611731)

(\* 通信作者电子邮箱 lvxiangling22@163.com)

**摘要:**为求得网络内部链路的先验故障概率,提出一种估计链路状态分布的新方法。采用因子图模型描述链路状态和路径状态间的联合概率分布,并使用和积算法求得各链路状态的最大后验估计,然后利用估计出的链路故障概率和当前测量数据推断链路的当前状态。仿真结果表明,当网络规模达到400个节点时,所提方法的计算时间比联立方程组求解法低两个数量级以上,具有更好的可扩展性。

**关键词:**端到端测量;故障链路诊断;最大后验估计;因子图;和积算法

**中图分类号:** TP393.06 **文献标志码:** A

### Faulty link identification based on factor graph and sum product algorithm

LÜ Xiang-ling\*, ZHANG Zhi-yong, HU Guang-min

(School of Communication and Information Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu Sichuan 611731, China)

**Abstract:** In order to estimate the prior probability of the link failure, the paper proposed a new method for estimating the link state distribution. The new scheme adopted the factor graph to describe the joint probability distribution between the link and the path, and used the sum-product algorithm to obtain the maximum posterior estimate of the state of the link, then used the failures probability of the link and the current measurement data to conclude the current state of the link. The simulation results show that, when the size of network reaches 400 nodes, the computation time of the new scheme is more than two orders of magnitude lower than the linear equations method, and has better scalability.

**Key words:** end-to-end measurement; faulty link identification; maximum posterior estimation; factor graph; sum product algorithm

## 0 引言

监测网络内部链路的性能是网络管理和维护的重要方面之一,很多新兴业务(如网络电话、视频会议等)都要求实时感知网络内部链路的性能,因此,快速、准确地识别网络中的低性能链路(即故障链路)是提高服务质量的前提。在实际的大规模网络中,直接对每条链路进行监测具有很多局限性。基于网络层析成像技术<sup>[1-4]</sup>的故障链路诊断方法仅需要在网络边缘进行端到端测量,无需内部节点的协作,适用于复杂网络环境,同时其可扩展性强,因而受到了广泛的关注。

Duffield<sup>[5]</sup>和Padmanabhan等<sup>[6]</sup>最先提出了通过端到端测量诊断故障链路的思路。这些方法能够仅根据单个时隙的测量数据估计各条链路的状态,但是需要假设各条链路先验故障概率相等并且远小于1,这与实际情况存在差异。基于此,Nguyen等证明了通过多个历史时隙的观测数据能够唯一地确定各条链路的先验故障概率,并将其和当前时隙的测量数据结合,获得链路状态的最大似然解<sup>[7-10]</sup>。现有方法通过一个高维线性方程组描述链路先验故障概率和观测数据之间的关系<sup>[7]</sup>,在网络规模较小时能够较快地求解链路先验故障概率;但随着网络规模增大,算法的效率明显下降。

针对上述问题,提出了一种新的估计方法,以获得链路故障概率的最大后验估计。在最大后验准则下,采用因子图描述目标函数(即链路故障概率的后验分布函数)和链路状态变量、路径状态变量之间的关系,然后利用和积算法的消息传

递机制,根据各个时隙的路径状态推断出链路状态,最终获得链路故障概率。在求得链路先验故障概率后,结合当前时隙的端到端观测数据,采用现有的CLINK算法<sup>[7]</sup>估计链路的当前状态。

因子图用图结构描述全局目标函数的因式分解形式,将大规模的全局运算划分为简单的局部运算;和积算法可以并行地估计出每个时隙中的链路故障概率,即使网络规模较大时,也能够取得较高的计算效率。同时,最大后验准则确保本文方法具有较高精度,因此,该方法能够更为快速准确地估计链路的先验故障概率。最后,仿真实验验证了该方法在多种网络场景下的高效性和准确性。

## 1 模型和框架

同大多数研究类似,考虑有一个源节点和一组目的节点的逻辑树状模型 $T=(V,E)$ 。其中: $V$ 表示节点集合, $E$ 表示链路集合,路径集合用 $P$ 表示,记 $n_e$ 和 $n_p$ 分别表示链路数和路径数。 $x_j$ 表示链路 $e(j)$ 的状态, $e(j) \in E$ ,当链路故障时 $x_j=0$ ,反之 $x_j=1$ 。 $y_i = \bigoplus_{e(j) \in p(i)} x_j$ 表示路径 $p(i)$ 的状态。 $\bigoplus$ 表示逻辑与操作, $e(j) \in p(i)$ 表示 $e(j)$ 是路径 $p(i)$ 上的一条链路。

在任何时刻,每条链路 $e(j)$ 的状态 $x_j$ 都可以被看作概率 $\alpha_j=1$ 或概率 $1-\alpha_j=0$ 的伯努利随机变量。用 $B(x_j, \alpha_j) = \begin{cases} \alpha_j, & x_j = 1 \\ 1 - \alpha_j, & x_j = 0 \end{cases}$ 表示参数为 $\alpha_j$ 的伯努利随机变量的概率质量函数。

收稿日期:2011-08-01;修回日期:2011-09-23。 基金项目:国家自然科学基金资助项目(60872033)。

作者简介:吕香玲(1987-),女,河南商丘人,硕士研究生,主要研究方向:故障链路诊断; 张志勇(1985-),男,重庆万州人,博士研究生,主要研究方向:网络测量、网络性能监测; 胡光岷(1966-),男,四川眉山人,教授,博士生导师,主要研究方向:网络信号处理、网络行为学及安全。

假设共有  $m$  个测量周期(时隙),记  $x_j^{(k)}, y_i^{(k)}$  分别为链路  $e(j)$ 、路径  $p(i)$  在时隙  $k(k=1,2,\dots,m)$  的状态,对任意时隙  $k$  有:  $y_i^{(k)} = \bigoplus_{e(j) \in P(i)} x_j^{(k)}$ 。定义  $X_E^{(k)} := \{x_j^{(k)} : e(j) \in E, 1 < j < n_e\}$ ,  $Y_P^{(k)} := \{y_i^{(k)} : p(i) \in P, 1 < i < n_p\}$ ,  $X_E^{(r,s)} := \{X_E^{(k)} : r \leq k \leq s\}$ ,  $Y_P^{(r,s)} := \{Y_P^{(k)} : r \leq k \leq s\}$  和  $a_{e(j)} := \{a_j : e(j) \in E\}$ 。那么该问题实质上就是在已知观测值  $Y_P^{(1,m)}$  的条件下估计  $\alpha_j$  的最大后验概率  $\hat{\alpha} = P[\alpha_j | Y_P^{(1,m)}]$ 。

## 2 因子图—和积算法

多时隙故障链路诊断的第一步是估计出链路状态的先验概率,即已知历史时隙的路径状态信息  $Y_P^{(1,m)} := \{Y_P^{(k)} : 1 \leq k \leq m\}$ ,对任意链路  $e(j) \in E(1 < j < n_e)$  估计出  $a_j$  的值。对任意链路应用因子图—和积算法,按最大后验准则估计  $a_j$  的值,即找出  $\hat{a}_j$  使得条件概率  $\Pr(a_{e(j)} | Y_P^{(1,m)})$  最大,用公式形式表示为  $\max_{a_j} \Pr(a_j | Y_P^{(1,m)})$ 。

记  $B_E(X_E, \alpha_E)$  表示以  $\alpha_E$  为参数的  $X_E^{(k)}$  的联合离散概率,由于不同链路的状态相互独立,故

$$B_E(X_E, \alpha_E) = \prod_{e(j) \in E} B(x_j, a_j); 1 < j < n_e \quad (1)$$

同时,由时间独立性和全概率公式可得  $\alpha_E, X_E^{(1,m)}$  和  $Y_P^{(1,m)}$  的联合概率如下:

$$\Pr(\alpha_E, X_E^{(1,m)}, Y_P^{(1,m)}) \propto \prod_{k=1}^m B_E(X_E^{(k)}, \alpha_E) * \Pr_{P|E}(Y_P^{(k)}, X_E^{(k)}) \quad (2)$$

其中  $\Pr_{P|E}(Y_P^{(k)}, X_E^{(k)})$  表示给定  $X_E^{(k)}$  的情况下关于  $Y_P^{(k)}$  的条件概率质量函数(Probability Mass Function, PMF)。由于相同链路在不同时隙其状态是相互独立的,故  $\Pr_{P|E}(Y_P^{(k)}, X_E^{(k)})$  的值可以用式(3)求得:

$$\Pr_{P|E}(Y_P^{(k)}, X_E^{(k)}) = \prod_{p(i) \in P} \delta(y_i^{(k)} = \bigoplus_{e(j) \in P(i)} x_j^{(k)}) \quad (3)$$

其中  $\delta(\cdot)$  表示因子图中的条件函数:假设有条件判断式  $C(x)$ , 则  $C(x)$  的条件函数是  $\delta[C(x)] = \begin{cases} 1, & C(x) \text{ 成立} \\ 0, & C(x) \text{ 不成立} \end{cases}$ 。

根据式(1)和(2)可知,最大后验估计的目标可转化为对任意  $e(j) \in E(1 < j < n_e)$  找到  $\hat{a}_j$  使式(4)最大:

$$\Pr(a_{e(j)} | Y_P^{(1,m)}) \propto \sum_{\alpha_{e(j)}} \Pr(\alpha_E, X_E^{(1,m)}, Y_P^{(1,m)}) \propto \sum_{\alpha_{e(j)}} \prod_{k=1}^m B_E(X_E^{(k)}, \alpha_E) * \Pr_{P|E}(Y_P^{(k)}, X_E^{(k)}) \quad (4)$$

对每条链路  $e(j) \in E$  找到使函数  $\sum_{\alpha_E} \prod_{k=1}^m B_E(X_E^{(k)}, \alpha_E) * \Pr_{P|E}(Y_P^{(k)}, X_E^{(k)})$  最大的  $\hat{a}_j$  值这个目标与和积算法的目标一致,而函数

$$\prod_{k=1}^m B_E(X_E^{(k)}, \alpha_E) * \Pr_{P|E}(Y_P^{(k)}, X_E^{(k)}) \quad (5)$$

可以用图 1 所示的因子图表示,也就是说对所有并行的  $e(j) \in E$ ,可以应用和积算法同时找出  $\hat{a}_j$ 。

如果用式(1)和(2)进一步表示(5)中的因子  $\Pr_{P|E}(\cdot)$  和  $B_E(\cdot)$ ,则因子图将会扩展。假设  $m \geq 2$ ,则图 1 所示的因子图将会变成  $m$  层,每层代表一个时隙内函数  $B_E(X_E^{(k)}, \alpha_E) * \Pr_{P|E}(Y_P^{(k)}, X_E^{(k)})$  的因子图<sup>[11]</sup>。和积算法将首先在每层传递消息,然后根据收敛性,图的每层最终将消息传递到  $a_j$  表

示的顶点,即可得到需要的数据。这里的“消息”是在算法的中间步骤中计算的函数(对连续值变量)或表(对离散值变量)。

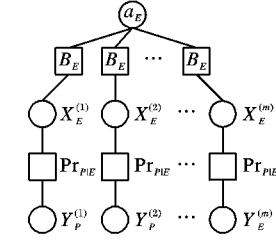


图 1 函数  $\prod_{k=1}^m B_E(X_E^{(k)}, \alpha_E) * \Pr_{P|E}(Y_P^{(k)}, X_E^{(k)})$  的因子图

在每一个时隙中具体的算法流程如下(其他时隙类似):

步骤 1 设初始值。变量节点传递给函数节点的信息初始值  $\mu_{e \rightarrow p} = 0.5$  (链路正常的先验概率)。

步骤 2 每次迭代开始由函数节点  $p$  发送它上轮迭代收到的消息累积量  $\mu_{e \rightarrow p}$  到它所有的邻居节点  $n(p)$ ,然后变量节点  $e$  发送它上轮迭代收到的消息累积量  $\mu_{p \rightarrow e}$  到它所有的邻居节点  $n(e)$ ,每一轮迭代后每一个变量节点都可以得到一个累积信息记为  $\mu_e$ ,最后判断  $\mu_e$  的值是否稳定或者达到预设的最大迭代次数(即是否达到迭代结束条件),达到迭代结束条件则进入步骤 3,否则继续进行步骤 2。

步骤 3 所有变量节点计算出  $\mu_e$  的最后值(最后一次迭代的值)。

步骤 2 中表明了本文中和积算法的消息传递机制。在因子图包含周期的情况下,作用于因子图的和积算法中的消息可能会以各种次序进行传递,要视具体情况选择消息传递机制。

步骤 2 中的函数节点和变量节点相互传递的消息值分别为:

$$\mu_{p \rightarrow e} = \begin{cases} 1, & Y_P^{(k)} = 1 \\ \frac{1 - \prod_{e' \in n(p) \setminus \{e\}} \mu_{e' \rightarrow p}}{2 - \prod_{e' \in n(p) \setminus \{e\}} \mu_{e' \rightarrow p}}, & Y_P^{(k)} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\mu_{e \rightarrow p} = \frac{\prod_{p' \in n(e) \setminus \{p\}} \mu_{p' \rightarrow e}}{\prod_{p' \in n(e) \setminus \{p\}} \mu_{p' \rightarrow e} + \prod_{p' \in n(e) \setminus \{p\}} (1 - \mu_{p' \rightarrow e})} \quad (7)$$

每轮迭代后变量节点的信息量累计值为:

$$\mu_e = \frac{\prod_{p' \in n(e)} \mu_{p' \rightarrow e}}{\prod_{p' \in n(e)} \mu_{p' \rightarrow e} + \prod_{p' \in n(e)} (1 - \mu_{p' \rightarrow e})} \quad (8)$$

所有时隙内按照上面三个步骤计算得到变量的信息量累积值后,可以按照式(9)计算得出每条链路正常状态的先验概率的估计值。

$$\Pr(a_j | Y_P^{(1,m)}) \propto \prod_{k=1,2,\dots,m} (\mu_j^{(k)} a_j + (1 - \mu_j^{(k)}) (1 - a_j)) \quad (9)$$

其中  $\mu_j^{(k)}$  指时隙  $k$  求出的变量节点  $j$  的消息量累积值  $\mu_e$ ,由于  $a_j$  的值取自离散集合  $S = \{1/L, 2/L, \dots, 1\}$ ,  $L$  是正整数,故可以将  $S$  中的每个值代入式(9)中,取集合  $S$  中使式(9)最大的离散值作为链路  $e(j) \in E$  状态为正常的先验概率的估计值。至此按照最大后验准则,采用因子图—和积算法求出了网络中所有链路状态的先验概率的估计值。

### 3 仿真和性能分析

为了验证本文方法的有效性,在 NS-2 仿真平台上构建一个包含不同节点的树状拓扑结构对比因子图—和积算法同联立方程组求解法两种算法的性能。采用文献[12]的丢包模型 LM1,正常链路的传输率范围在 $[0.99, 1]$ ,故障链路的传输率范围为 $[0, 0.95]$ 。仿真中节点数有 100、200、300、400、500,时隙数有 10、30、50。每个时隙内设置一定比例的链路为故障链路,不同时隙的故障链路不同;每个时隙设置的故障链路比例有 3%、5%、10%。

主要采用检测率 (Detection Rate, DR)、误检率 (False Positive Rate, FPR) 和计算时间衡量算法的性能。检测率表示故障链路被诊断出来的比例,  $DR = |F \cap BX| / |F|$ ; 误检率表示正常链路被诊断为故障链路的比例,  $FPR = |BX \setminus F| / |BX|$ 。式中  $F$  表示当前时隙实际状态为故障的链路集合,  $BX$  为估计得到的故障链路集合。计算时间表示算法通过端到端数据估计得到链路状态分布所运行的时间。

#### 3.1 链路先验故障概率的估计误差

图 2 是节点数为 100 时,链路故障概率估计误差的累积分布函数 (Cumulative Distribution Function, CDF), 其余规模网络获得的结果类似。图中  $x$  坐标上的某一点  $x_1$  在曲线上对应的  $y$  值表示误差小于等于  $x_1$  的链路数占所有链路数的百分比。因此容易得出, 曲线上升的速度越快, 对应的算法效果越好 (误差小的链路占的百分比多)。

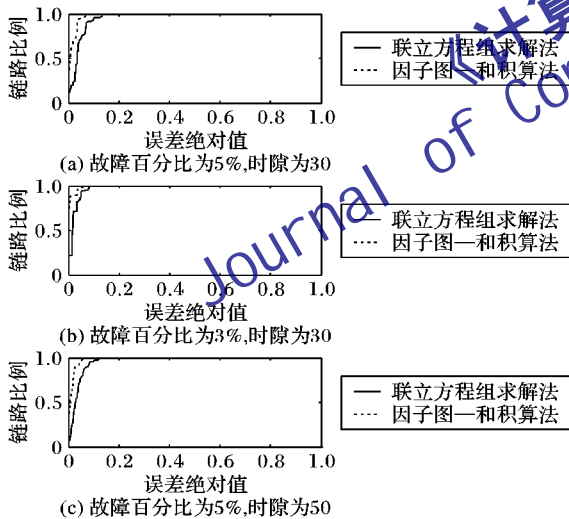


图2 误差累积量图示

由图 2 可知, 因子图—和积算法的精度略高于联立方程组求解法, 但是两种方法均能准确地估计出链路发生故障的先验概率, 绝大多数链路故障先验概率的估计值误差都不高于 10%。此外, 由图可知, 当时隙数相同时, 故障链路百分比越低, 算法的精度越高; 当故障链路百分比相同时, 随着时隙数的增加, 各算法的精度都有所提高, 但是精度上升的幅度比较小, 由下节仿真结果可知对最终的诊断结果影响不大。在实际应用中, 链路的性能参数是随时间变化的, 采用较大的历史时隙数, 可能会因为链路性能参数发生变化而产生误差。

#### 3.2 性能分析

本文在相同的网络环境下比较了节点数、时隙数、故障百分比三个变量对算法性能的影响, 同时为了更好地测试算法

的性能, 下文给出的仿真参数值均为 10 组仿真数据的统计平均值。图中 FG (Factor Graph) 表示因子图—和积算法, LE (Linear Equations) 表示联立线性方程组求解法。

由图 3、4 可知随着节点数的增加或故障链路百分比的增高, 两种方法的检测率都有所下降, 误检率有所上升, 但是都保持在可以接受的范围 (检测率在 85% 以上, 误检率大部分在 20% 以下)。由图 5 可知随着时隙数的增加, 两种方法的检测率都有所上升, 误检率有所下降。因为网络规模越大, 有更多不确定的因素影响故障链路的诊断, 检测率会下降, 误检率上升; 故障百分比越大说明设定的故障链路越多, 正确诊断链路的几率也会下降; 时隙数越大说明测量越精确, 检测率越高, 误检率越低。因此可知仿真结果与理论推断结果一致。

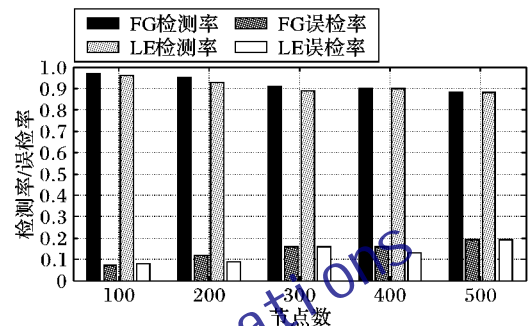


图3 固定故障百分比为5%时隙为30时的检测率和误检率

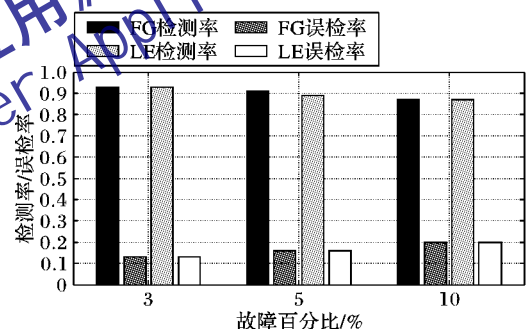


图4 固定节点数为300时隙为30时的检测率和误检率

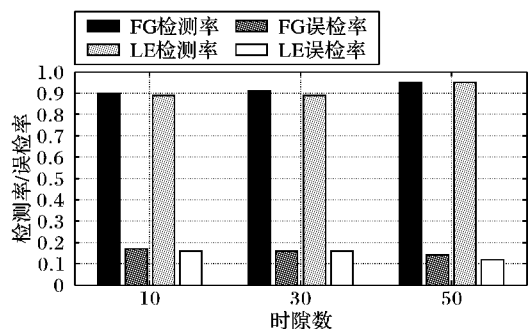


图5 固定节点数为300,故障百分比为5%时的检测率和误检率

由图 6 可知随着节点数的增加, 联立方程组求解法的计算时间增长迅速, 而因子图—和积算法的计算时间增长缓慢。这是因为节点数增加时, 联立方程组求解法需要求解的方程个数呈指数递增, 计算时间随之迅速增加, 而因子图—和积算法只是算法流程中的迭代次数增加, 计算时间增加缓慢。另外, 随着时隙数的增加联立方程组求解法的计算时间没有增加, 而由于在实际测量中时隙数一般取较小的数值 (500 以下), 因子图—和积算法的计算时间虽然会增加, 但是不会达到联立方程组求解法的计算时间, 同时可以看到故障百分比对两种方法的计算时间没有太大影响。

综合实验结果分析可以得知,因子图一和积算法在精度上略高于或等于联立方程组求解法,但是在时间上完全优于

联立方程组求解法。因此,因子图一和积算法有很好的时间计算复杂度,也具有更好的实用性和可扩展性。

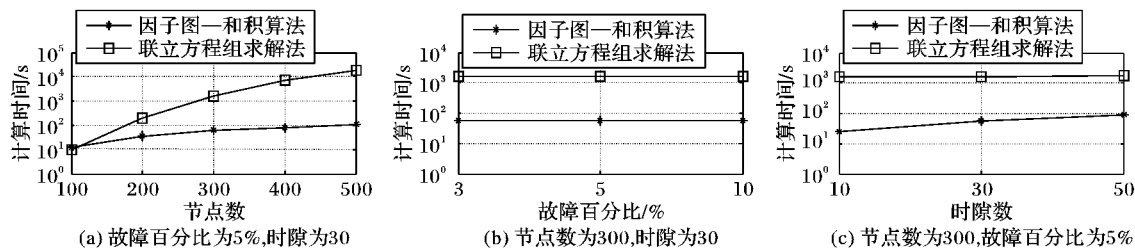


图6 不同情况下的计算时间比较

## 4 结语

联立方程组求解法通过联立多个线性方程求解网络内部链路的先验故障概率,其精度虽然较高,但随着网络规模增大,它的计算时间增长较快,难以适应实际的大规模网络环境。针对该算法的不足,提出一种基于最大后验准则的因子图一和积算法估计链路故障概率,该方法采用图模型形象地描述链路状态分布和路径状态分布的关系,通过消息传递机制计算链路状态分布的最大后验估计。本文方法在保证较高精度的前提下,能够显著降低计算时间。仿真实验验证了其有效性和可扩展性。

### 参考文献:

- [1] CASTRO R, COATES M, LIANG G, *et al.* Network tomography: Recent developments [J]. *Statistical Science*, 2004, 19(3): 499 – 517.
- [2] DUFFIELD N G, PRESTI F L, PAXSON V, *et al.* Network loss tomography using striped unicast probes [J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2006, 14(4): 697 – 710.
- [3] CHEN AIYOU, CAO JIN, BU TIAN. Network tomography: identifiability and Fourier domain estimation [C]// *IEEE INFOCOM 2007: 26th IEEE International Conference on Computer Communications*. Piscataway: IEEE, 2007: 1875 – 1883.
- [4] ERIKSSON B, DASARATHY G, BARFORD P, *et al.* Toward the practical use of network tomography for Internet topology discovery [C]// *IEEE INFOCOM 2010*. Piscataway: IEEE, 2010: 1 – 9.
- [5] DUFFIELD N G. Network tomography of binary network performance characteristics [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(12): 5373 – 5388.
- [6] PADMANABHAN V N, QIU L, WANG H J. Server-based inference of Internet link lossiness [C]// *INFOCOM 2003: Twenty-Second Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies*. Piscataway: IEEE, 2003, 1: 145 – 155.
- [7] NGUYEN H X, THIRAN P. The boolean solution to the congested IP link location problem: theory and practice [C]// *INFOCOM 2007: 26th IEEE International Conference on Computer Communications*. Piscataway: IEEE, 2007: 2117 – 2125.
- [8] GHITA D, ARGYRAKI K, THIRAN P. Network tomography on correlated links [C]// *IMC '10: Proceedings of the 10th Annual Conference on Internet Measurement*. New York: ACM, 2010: 1 – 10.
- [9] NGUYEN H X, THIRAN P. Network loss inference with second order statistics of end-to-end flows [C]// *IMC '07: Proceedings of the 7th ACM SIGCOMM Conference on Internet Measurement*. New York: ACM, 2007: 1 – 13.
- [10] GHITA D, NGUYEN H X, KURANT M, *et al.* Netscope: Practical network loss tomography [C]// *IEEE INFOCOM 2010*. Piscataway: IEEE, 2010: 1 – 9.
- [11] MAO YONGYI, LI BAOCHUN. A factor graph approach to link loss monitoring in wireless sensor networks [J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2006, 23(4): 820 – 829.
- [12] GUO DONG, WANG XIAODONG. Bayesian inference of network loss and delay characteristics with applications to TCP performance prediction [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(8): 2205 – 2218.

(上接第342页)

通过对网络流量序列进行降噪,抑制了流量序列中的高频噪声,恢复了混沌吸引子的自相似结构,为相空间重构奠定基础。采用在线更新样本,使模型对新样本也有较好的预测能力。

## 4 结语

本文提出了融合提升小波降噪和支持向量机回归的在线网络流量预测方法。实验结果表明该方法能有效滤除实时网络流量中的噪声并进行准确预测,该方法对新样本也有较强的适应能力。下一步工作计划结合网络故障管理将本文方法应用于网络故障预测。

### 参考文献:

- [1] 陆锦军,王执铨.基于混沌特性的网络流量预测[J].*南京航空航天大学学报*,2006,38(2):217–221.
- [2] 吕金虎,陆君安,陈士华.混沌时间序列分析及其应用[M].武汉:武汉大学出版社,2002.
- [3] 姜明,吴春明,胡大民,等.网络流量预测中的时间序列模型比较研究[J].*电子学报*,2009,37(11):2353–2358.
- [4] HABIB T, INGLADA J, MERCIER G, *et al.* Support vector reduction in SVM algorithm for abrupt change detection in remote sensing [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2009, 6(3): 606 – 610.
- [5] SUYKENS J A K, VANDEWALLE J. Least squares support vector machine classifiers[J]. *Neural Processing Letters*, 1999, 9(3): 293 – 300.
- [6] MALLAT S. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, 11(7): 674 – 693.
- [7] SWELDEN W. The lifting scheme: A custom-design construction of biorthogonal wavelets [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 1996, 3(2): 186 – 200.
- [8] DONOHO D L. De-noising by soft-thresholding [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1995, 41(3): 613 – 627.
- [9] 叶美盈,汪晓东,张浩然.基于在线最小二乘支持向量机回归的混沌时间序列预测[J].*物理学报*,2005,54(6):2568–2573.
- [10] MA J S, THEILER J, PERKINS S. Accurate online support vector regression [J]. *Neural Computation*, 2003, 15(11): 2683 – 2703.
- [11] 肖支才,王杰,王永生.基于在线LSSVM算法的变参数混沌时间序列预测[J].*航空计算技术*,2010,40(3):29–33.