

基于压缩感知的自适应正则化磁共振图像重构

李青*, 杨晓梅, 李红

(四川大学 电气信息学院, 成都 610065)

(*通信作者电子邮箱 xiaomo.7@163.com)

摘要:当前基于压缩传感理论的正则化磁共振(CS-MR)图像重构算法普遍采用全局正则化参数,不能很好地在保持边缘和平滑噪声方面做出平衡。为此,提出一种自适应的正则化CS-MRI重构算法。结合图像稀疏性和其局部光滑性的先验知识,采用非线性共轭梯度下降算法求取最优化问题,并在迭代过程中自适应地改变局部正则化参数。新的正则化参数可以更好地恢复图像边缘,并且有利于平滑噪声,使代价函数在定义域内具有凸性;同时先验信息包含于正则化参数中,以提高图像的高频成分。实验结果表明该算法能有效权衡恢复图像边缘和平滑噪声两者的关系。

关键词:磁共振成像;压缩感知;自适应正则化;稀疏性;非线性重构

中图分类号: TP391.41 **文献标志码:** A

Compressed sensing-adaptive regularization for reconstruction of magnetic resonance image

LI Qing*, YANG Xiao-mei, LI Hong

(School of Electrical Engineering and Information, Sichuan University, Chengdu Sichuan 610065, China)

Abstract: The current Magnetic Resonance (MR) image reconstruction algorithms based on compressed sensing (CS-MR) commonly use global regularization parameter, which results in the inferior reconstruction that cannot restore the image edges and smooth the noise at the same time. In order to solve this problem, based on adaptive regularization and compressed sensing, the reconstruction method that used the sparse priors and the local smooth priors of MR image in combination was proposed. Nonlinear conjugate gradient method was used for solving the optimized procedure, and the local regularization parameter was adaptively changed during the iterative process. The regularization parameter can recover the image's edge and simultaneously smooth the noise, making cost function convex within the definition region. The prior information is involved in the regularization parameter to improve the high frequency components of the image. Finally, the experimental results show that the proposed method can effectively restore the image edges and smooth the noise.

Key words: Magnetic Resonance Imaging (MRI); compressed sensing; adaptive regularization; sparsity; nonlinear reconstruction

0 引言

压缩传感理论表明:如果图像在某个变换域具有稀疏表示,则可以通过求解相关的优化问题,由随机欠采样的变换系数来进行重构^[1-11]。一般磁共振(Magnetic Resonance, MR)图像在某一变换域都具有稀疏表示(如空间有限差分和小波变换域等),满足了压缩传感图像重构的稀疏性要求。并且利用压缩传感理论可以极大地减少Fourier变换域的采样数据,从而减少扫描时间,降低对硬件的需求,减少病人在扫描过程中的不适。因此利用压缩传感理论来加快磁共振成像(Magnetic Resonance Imaging, MRI)速度引起了人们的极大兴趣。

而在实际应用中,待重构的信号一般都会不同程度地受到噪声的污染。噪声的存在破坏了信号在空间中的稀疏性。Donoho等提出用CSDN(Compressed Sensing scheme with Denoising)方法^[6]抑制噪声,Tibshirani提出LASSO(Least Absolute Shrinkage and Selection Operator)方法^[7],Figueiredo提出把寻找稀疏解问题归结为带约束二次规划问题并利用梯度投影算法进行有效求解的方法^[8],这些方法对信号稀疏度

都采用了 l_1 范数的约束条件,在对噪声的抑制问题上都采用了 l_2 范数的约束形式。但是由于 l_2 范数不能体现信号的稀疏性,恢复得到的信号的稀疏度无法达到真正无噪信号的稀疏度,造成幅度缺失,对含噪信号的恢复在信噪比较低时效果欠佳^[9]。Bioucas-Dias等提出的TVMM(Total Variation-based Majorization Minimization)算法^[10]利用图像局部光滑特性,采用全变差正则化重构图像。但是使用该算法重构的图像过度平滑。Lustig等提出的Sparse MRI^[11]图像重构算法提出了将 l_1 范数优化和全变差两种正则化结合的思想,但是并没有提出如何设置正则化参数的有效解决方法。引入正则化的主要目的是添加合理的约束条件从而抑制近似解中的高频噪声,但是全局正则化参数不能很好地权衡图像边缘的恢复和噪声平滑两者的关系。

本文在Sparse MRI算法基础上提出了一种基于压缩感知的自适应正则化重构MR图像的方法。具体步骤如下:首先,采用非线性共轭梯度下降算法来求取最优化问题,然后在迭代过程中使用全局正则化和局部正则化结合的方法自适应地改变正则化参数。这样就可以在局部噪声方差大的区域,采用数值较大的局部正则化参数来平滑噪声;而在局部噪声

收稿日期:2011-08-01;修回日期:2011-09-27。

作者简介:李青(1987-),女,河北泊头人,硕士研究生,主要研究方向:医学图像压缩感知重构;杨晓梅(1973-),女,四川乐山人,副教授,主要研究方向:医学图像处理、模式识别;李红(1986-),女,四川眉山人,硕士研究生,主要研究方向:压缩感知图像重构。

方差小的区域,采用数值较小的局部正则化参数以利于边缘的恢复,从而能较好地均衡图像边缘的恢复和噪声平滑两者的关系。

1 自适应压缩感知 MR 图像重构主要算法

1.1 基于压缩感知的 MR 图像重构

设信号 m , 对其进行稀疏变换为 $m = \Psi\alpha$, α 是信号 m 在 Ψ 域的稀疏表示。然后用一个与变换矩阵 Ψ 不相关的测量矩阵 Φ 对信号进行线性投影, 从而得到线性观测值 y , 从观测值 y 即可重构信号^[9]。信号的重构属于逆问题求解, 理论上可以通过求解最小 l_2 范数来解决, 但是最小 l_2 范数所得到的向量是非稀疏的, 所以改为采用 l_0 范数, 但是这样会使求解的数值运算不稳定而且会产生 NP-hard 难题。Donoho 等提出用 l_1 范数来代替 l_0 范数^[12], 从而转变为一个凸优化问题, 即

$$\min \|\Psi^T m\|_1 \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \|F_u m - y\|_2 < \varepsilon$$

其中: m 为待重构的图像, y 为在 Fourier 变换域的观测数据, F_u 为 MR 图像的 Fourier 变换域的随机欠采样算子。

其中信号 x 的 l_1 范数定义为:

$$\|x\|_1 = \sum |x_i|$$

若是用有限差分作为稀疏变换域, 考虑到全变分 (Total Variation, TV) 是图像像素之差的总和, 需要在式 (1) 的基础上加上 TV, 这可以增强 MR 图像在特定的变换域和有限差分变换域的稀疏性^[11], 在这种情况下式 (1) 可以写为

$$\min \|\Psi^T m\|_1 + \lambda_2 TV(m)$$

$$\text{s.t.} \quad \|F_u m - y\|_2 < \varepsilon$$

其中 $TV(m)$ 定义为:

$$TV(m) = \sum_{i,j} \sqrt{(m_{i,j} - m_{i-1,j})^2 + (m_{i,j} - m_{i,j-1})^2}$$

其中下标 i, j 表示像素所在的空间位置。

1.2 自适应正则化参数的实现

利用 Lagrange 定理将以上约束优化问题转化为以下的无约束优化问题:

$$m = \arg \min_m \|F_u m - y\|_2^2 + \lambda \|\Psi^T m\|_1 + \lambda_2 TV(m) \quad (3)$$

其中 λ, λ_2 为局部和全局正则化参数。

为了加强 MR 图像在变换域的稀疏表示, 进一步提高图像的重构精度, 需要正则化参数 λ 具有自适应局部处理能力。本文采取一种根据降质图像 g 的噪声分布情况选取局部正则化参数的方法^[13-15]。

降质图像 g 表示为:

$$g = m + n \quad (4)$$

其中: m 表示原始图像, n 表示所引入的加性噪声。再定义

$$z = d * g = d * m + d * n \quad (5)$$

其中 z 表示降质图像 g 经过平滑算子 d 平滑后的图像。可以证明图像 g 的方差要大于图像 z 的方差。为了保证降质图像 g 的方差在模糊前后近似相等, 则在选取 d 的时候其尺寸一般情况下不应超过 3×3 。降质图像 g 的噪声方差可以近似地表示为

$$\sigma_n^2 \approx r\sigma_g^2 - \sigma_z^2 \quad (6)$$

其中修正因子 r 为降质图像 g 的自相关系数, 当降质图像的模糊程度越高时, r 越接近于 1。

对于局部正则化参数 λ , 定义

$$\lambda(i, j) = \alpha(i, j) \lambda_1 \quad (7)$$

其中 $\alpha(i, j)$ 称为正则化系数, 它的值取决于图像的局部噪声方差。对于局部噪声方差较大的区域, $\alpha(i, j)$ 取较大的值来平滑噪声; 对于局部噪声方差较小的区域, $\alpha(i, j)$ 取较小的值以利于边缘的恢复。求出图像局部噪声方差后, 对于具有最大局部噪声方差 $\sigma_{n\max}^2$ 的区域, 取一个较大值 V_{\max} 作为该区域的正则化系数 $\alpha(i, j)$; 而对于具有最小局部噪声方差 $\sigma_{n\min}^2$ 的区域, 取一个较小值 V_{\min} 作为该区域的正则化系数 $\alpha(i, j)$ 。然后建立一个从 $[\sigma_{n\min}^2, \sigma_{n\max}^2]$ 到 $[V_{\min}, V_{\max}]$ 的线性映射函数, 根据此线性关系求出其他局部区域的正则化系数 $\alpha(i, j)$ 。

对于求解 λ_1 , 本文采用全局正则化参数的方法来求解。 $\lambda_{1,k}$ 和 $\|F_u m - y\|_2$ 是成正比的, 而与 $\|\Psi^T m\|_1$ 成反比^[11], 所以 $\lambda_{1,k}$ 可以表达为

$$\lambda_{1,k} = \frac{\|F_u m_k - y\|_2}{\|\Psi^T m_k\|_1 + \varepsilon} \quad (8)$$

其中: 下标 k 代表迭代次数, 极小数 ε 的作用是防止在除法运算中分母为零。

1.3 自适应压缩感知 MR 重构算法

本文采用非线性共轭梯度法来求解式 (3) 的最小化问题^[10]。自适应压缩感知 MR 重构的主要过程为:

1) 设置初始参数: y 为 Fourier 变化域的观测数据, F_u 为欠采样 Fourier 算子, Ψ 为稀疏基, $Iter_{\max}$ 为最大迭代次数, $TolGrad$ 为迭代停止精度, α, β 为线搜索参数。

2) 初始化下降方向: $g_0 = \nabla f(m_0)$, $\Delta m_0 = -g_0$, 同时令 $k = 0, m = 0$ 。其中:

$$f(m) = \|F_u m - y\|_2^2 + \lambda \|\Psi^T m\|_1 + \lambda_2 TV(m)$$

$$\nabla f(m) = 2F_u^* (F_u m - y) + \lambda \nabla \|\Psi^T m\|_1 +$$

$$\lambda_2 \nabla TV(m)$$

3) 迭代:

满足条件 ($\|g_k\|_2 > TolGrad$ and $k < Iter_{\max}$) 时

①回溯线搜索:

初始化 $t = 1$, 满足条件 ($f(m_k + t m_k) > f(m_k) + \alpha t \cdot \text{Real}(g_k^* \Delta m_k)$) 时, 再令 $t = \beta t$ 。

②更新图像:

$$m_{k+1} = m_k + t \Delta m_k$$

③改变正则化参数的值, 即

$$\lambda_{1,k+1} = \frac{\|F_u m_{k+1} - y\|_2^2}{\|\Psi^T m_{k+1}\|_1 + \varepsilon}$$

$$\lambda(i, j) = \alpha(i, j) \lambda_{1,k+1}$$

④计算当前目标函数梯度值:

$$g_{k+1} = \nabla f(m_{k+1})$$

⑤计算下降方向:

$$\gamma = \|g_{k+1}\|_2^2 / \|g_k\|_2^2$$

$$\Delta m_{k+1} = -g_k + \gamma \Delta m_k$$

⑥ $k = k + 1$ 。

4) 获得最优解 \hat{m} , 输出重构图像 \hat{m} 。

1.4 图像复原质量的客观评价方法

目前, 常用的图像复原客观评价方法有三种^[13]:

1) 均方误差 (Mean Squared Error, MSE)。设图像的大小为 $M \times N$, 这里用 f 来表示原始图像, \hat{f} 表示复原图像, 则均方误差定义如下:

$$MSE = \frac{1}{MN} \|f - \hat{f}\|^2 \quad (9)$$

2) 峰值信噪比 (Peak Signal-to-Noise Ratio, PSNR) 定义如下:

$$PSNR = 10 \lg \frac{M \times N}{MSE} \quad (10)$$

3) 改进信噪比 (Improved Signal-to-Noise Ratio, ISNR) 定义如下, 其中 g 表示降至图像:

$$ISNR = 10 \lg \frac{\|g - f\|^2}{\|g - \hat{f}\|^2} \quad (11)$$

2 实验结果分析及讨论

目前, 对 MR 图像重构的采样方法有镜像采样、螺旋形采样以及变密度随机采样, 其中变密度随机采样可以获得更多图像的有用信息, 所以本次实验采用变密度随机采样。在实验中采用 Shepp-logan 标准灰度图像, 其灰度范围在 $[0, 1]$, 其中, 0 表示黑色, 1 表示白色。如图 1 所示。各初始参数值选取最优的经验值进行仿真图像重构: 采样率 = 0.33, 噪声方差 = 0.01, $TolGrad = 10^{-4}$, $Iter_{max} = 100$, $\lambda_{1,0} = 0.01$, $\lambda_2 = 0.01$, $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.6$ 。

为了分析自适应正则化压缩感知重构算法, 本文将其与 Sparse MRI 的实验结果做比较, 并分别改变采样率和噪声方差, 使用上述两种方法分别对图像进行重构, 通过 PSNR 以及 ISNR 对图像复原质量进行评估。

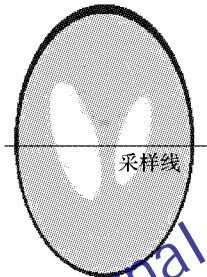


图1 原始 Shepp-logan 图像

2.1 改变采样率

Sparse MRI 和自适应正则化压缩感知两种算法在参数设置和采样率 (0.33) 及噪声方差 (0.01) 相同的情况下对 Shepp-logan 图像重构结果如图 2 所示。

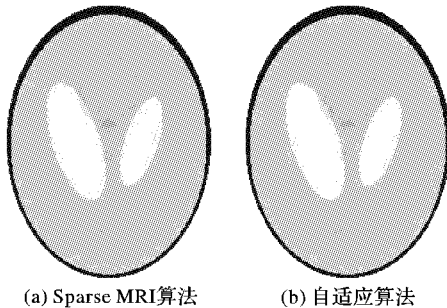


图2 采样率为 0.33, 噪声方差为 0.01 时重构图像的比较

通过图 3 中两种算法重构图像的灰度值比较得知在采样率为 0.33 的情况下, 自适应正则化压缩感知算法比 Sparse MRI 算法的重构效果有明显的改进, 更有利于恢复图像的边缘以及平滑噪声。进一步在保持噪声方差不变的情况下改变采样率, 统计两种方法重构图像的 PSNR 以及 ISNR, 如表 1 及表 2 所示。由此可知, 自适应正则化压缩感知算法重构图像的 PSNR 以及 ISNR 明显高于 Sparse MRI。

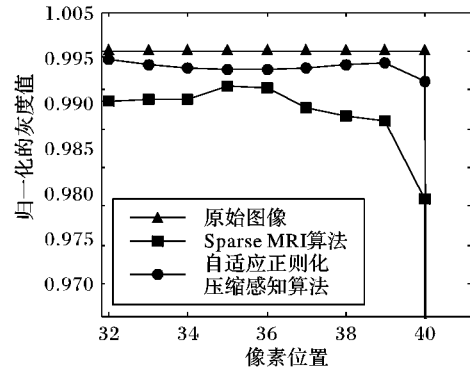


图3 采样率为 0.33, 噪声方差为 0.01 时重构图像的灰度值比较

表1 改变采样率通过两种方法重构图像的 PSNR 比较

采样率	PSNR/dB	
	自适应正则化压缩感知	Sparse MRI
0.10	33.2548	32.5091
0.20	44.7529	41.7195
0.33	47.9495	43.5766
0.40	48.0887	43.9064
0.50	48.6218	44.3291

表2 改变采样率通过两种方法重构图像的 ISNR 比较

采样率	ISNR/dB	
	自适应正则化压缩感知	Sparse MRI
0.10	-3.6517	-4.0637
0.20	7.8070	4.7286
0.33	9.5367	6.5867
0.40	10.6222	6.9141
0.50	11.6167	7.3128

2.2 改变信噪比

为更好地分析两种算法图像重构的效果, 本文在保持采样率为 0.33 的基础上进一步加大噪声方差。图 4 所示为将噪声方差增大到 0.05 时通过两种算法重构图像的灰度值比较, 可以看出自适应正则化压缩感知算法的重构效果较 Sparse MRI 稍有改善。通过表 3 及表 4 中 PSNR 以及 ISNR 的比较, 可以看到自适应压缩感知算法重构的 PSNR 以及 ISNR 要高于 Sparse MRI, 但是随着噪声方差的增大则改善效果越来越接近 Sparse MRI 算法, 这说明自适应正则化压缩感知算法在对噪声的抑制方面没有明显优于 Sparse MRI, 对于信噪比的改进较小。

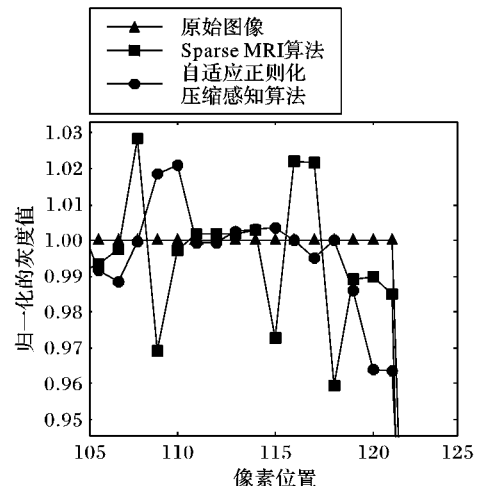


图4 采样率为 0.33, 噪声方差为 0.05 时重构图像的灰度值比较

表 3 改变噪声方差两种方法图像重构的 PSNR 比较

噪声方差	PSNR/dB	
	自适应正则化压缩感知	Sparse MRI
0.005	52.107 5	44.899 3
0.010	47.949 7	43.576 6
0.020	38.690 1	37.731 6
0.030	35.178 3	33.200 5
0.040	30.256 3	30.133 7
0.050	27.870 1	27.830 6

表 4 改变噪声方差两种方法图像重构的 ISNR 比较

噪声方差	ISNR/dB	
	自适应正则化压缩感知	Sparse MRI
0.005	8.829 3	4.017 8
0.010	9.536 7	6.586 7
0.020	7.815 2	6.790 9
0.030	5.953 2	5.720 9
0.040	5.320 7	5.228 6
0.050	4.849 7	4.771 5

3 结语

本文针对目前采用的全局正则化方法不能很好地在保持边缘和平滑噪声方面做出平衡的不足,利用基于空间域的噪声分布估计方法提出了基于压缩感知的自适应的 MR 图像重构方法,将正则化参数的求解问题由全局正则化转化为具有局部自适应能力的正则化参数求解问题,并且给出了有效算法。实验证明,本文提出的算法的图像重构效果较 Sparse MRI 算法有一定的提高。

参考文献:

- [1] 郝鹏鹏. 基于压缩传感原理的图像重构方法研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学信息科学与工程学院, 2009.
- [2] 李卓凡, 闫敬文. 压缩感知及应用[J]. 微计算机应用, 2010, 31(3): 12-16.
- [3] van den BERG E, FRIEDLANDER M P. In pursuit of a root [EB/OL]. [2011-03-22]. <http://www.optimizationonline.org/DB-FILE/2007/06/1708.pdf>.

(上接第 523 页)

4 结语

本文提出的采样点特征描述的新方法,通过点主曲率之间的 Hausdorff 距离对物体表面采样点几何性质做出判断,该算法既能较大程度地简化数据点云,又具有不破坏细小特征的特点。而仿真实验也表明,本文所给算法对于不同的点云数据,其精简精度和运算时间均优于 Kim 与刘涛的方法,证明了算法的可行性以及有效性。这为后续的三维重建提供了有效的数据信息,极大地节约了后续工作的处理时间和硬件资源,具有明显的工程意义。

参考文献:

- [1] 万军, 鞠鲁粤. 逆向工程中数据点云精简方法研究[J]. 上海大学学报: 自然科学版, 2004, 10(1): 26-29.
- [2] 王宏涛, 张丽艳, 杜伟, 等. 测量点集的简化及其隐式曲面重建误差分析[J]. 中国图象图形学报, 2007, 12(11): 2114-2118.
- [3] DYN N, ISKE A, WENDLAND H. Meshfree thinning of 3D point clouds[J]. Foundations of computational Mathematics, 2008, 8(4): 409-425.

- [4] JOSHUA T, ANMANDO M, ERIC B. Sparse MRI reconstruction via multiscale l0-continuation [C]// SSP '07: IEEE/SP 14th Workshop on Statistical Signal Processing. 2007: 176-180.
- [5] 王艳, 练秋生, 李凯. 基于联合正则化及压缩传感的 MRI 图像重构[J]. 光学技术, 2010, 36(3): 350-355.
- [6] DONOHO D L, TSAIG Y. Extensions of compressed sensing[J]. Signal Processing, 2006, 86(3): 533-548.
- [7] TIBSHIRANI R. Regression shrinkage and selection via the lasso [J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B, 1996, 58(1): 267-288.
- [8] FIGUEIREDO M A T, NOWAK R D, WRIGHT S J. Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems[J]. Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(4): 586-598.
- [9] 石光明, 刘丹华, 高大化, 等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070-1081.
- [10] BLOUCAS-DIAS J M, FIGUEIREDO M A T, OLIVEIRA J P. Total variation-based image deconvolution: A majorization-minimization approach [C]// ICASSP 2006: 2006 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Piscataway: IEEE, 2006, 2: 278-281.
- [11] LUSTIG M, DONOHO D, PAULI J M. Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging [J]. Magnetic Resonance in Medicine, 2007, 58(6): 1182-1195.
- [12] CHEN S S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM Review, 2001, 43(1): 129-159.
- [13] 吴显金. 自适应正则化图像复原方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学研究生院, 2006.
- [14] XUEFENG, LIU QUAN-SHENG, FAN WEI-HONG. Iterative image restoration using a non-local regularization function and a local regularization operator [C]// ICPR'06: 18th International Conference on Pattern Recognition. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2006, 3: 766-769.
- [15] 徐启飞, 张怀国, 王厚军, 等. 自适应正则化超分辨率 MR 图像重建[J]. 中国组织工程研究与临床康复, 2010, 14(39): 7407-7410.

- [4] 邓劲莲, 杨家强, 何国金. 复杂曲面反向工程的数字化测量及数据处理的研究[J]. 中国制造业信息化, 2003, 32(2): 85-87.
- [5] 王志清, 李伟, 张英平, 等. 基于逆向工程的数据精简方法研究[J]. 机械制造, 2005, 43(11): 20-22.
- [6] KIM S-J, KIM C-H, LEVIN D. Surface simplification using a discrete curvature norm [J]. Computer & Graphics, 2002, 26(5): 657-663.
- [7] 刘涛, 徐铮, 沙成梅, 等. 基于包围盒法的散乱点云数据的曲率精简[J]. 科学技术与工程, 2009, 9(12): 3333-3336.
- [8] MAO ZHIHONG, MA LIZHUANG, ZHAO MINGXI, et al. SUSAN structure preserving filtering for mesh denoising[J]. The Visual Computer, 2006, 22(4): 276-284.
- [9] 孙殿柱, 范志先, 李延瑞, 等. 散乱数据点云型面特征分析算法的研究与应用[J]. 机械工程学报, 2007, 43(6): 133-136.
- [10] 董明晓, 郑康平, 姚斌. 曲面重构中点云数据的区域分割研究[J]. 中国图象图形学报, 2005, 10(5): 575-578.
- [11] 王仁芳, 张三元, 叶修梓. 基于相似性的点模型简化算法[J]. 浙江大学学报, 2009, 43(3): 448-545.