

## 基于连续覆盖的城市消防站布局优化

卢厚清\*, 袁 辉, 刘 诚

(解放军理工大学 工程兵工程学院, 南京 210007)

(\* 通信作者电子邮箱 luhouqing@yahoo.com.cn)

**摘 要:**随着城市化和工业化进程的加快,城市灾害风险日益加剧,城市已有消防站布局已不能满足消防安全需求。为了有效解决传统离散覆盖算法在选址问题的误差大的问题,通过把图的离散的节点-边二元图结构替换为连续的网状空间结构,实现对道路网的连续覆盖。在优化选址过程中,引入模拟退火算法,并对退火流程加以改进。通过算例验证该选址方法,并对两种选址方法的指标进行对比分析。实例表明,基于连续覆盖的选址方法有较好表现,具有较强的实用性和合理性。

**关键词:**布局优化;模拟退火;选址;连续覆盖

**中图分类号:** F252; TP311 **文献标志码:** A

### Continuous layout optimization of urban fire station

LU Hou-qing\*, YUAN Hui, LIU Cheng

(Engineering Institute of Corps of Engineers, PLA University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210007, China)

**Abstract:** With the rapid urbanization and industrialization, the risk of urban disasters increases and the layout of the city fire stations cannot meet fire safety requirements. In order to effectively overcome the traditional polygon coverage and edge coverage in the location problem of big error and low efficiency, the algorithm expanded the discrete (node-edge) graphic patterns as the continuous network structure to achieve the continuous coverage of road network. In the optimization of the selection process, this paper introduced the simulated annealing and improved the annealing process. A case has verified the selection method of location, and a comparative analysis of the coverage indicators of the location between discrete and continuous optimization was made. The result shows that the continuous optimization has better performance. It is of feasibility, generality and rationality and is a preferable method to resolve the site selection of the urban fire station properly.

**Key words:** layout optimization; simulated annealing; location; continuous coverage

## 0 引言

目前我国城市公共消防设施建设滞后于城市发展,作为城市公共消防设施重要组成部分的消防站更是如此。大多城市均存在消防站数量少、布点稀、责任区面积过大等问题,造成消防扑救的时机延误。消防站的选址布局是消防救援能否及时赶赴救灾点的关键,如何在已有的不能满足消防需求的消防站设施的基础上增设消防站点,提高消防救援的时效性,减少灾害所造成的损失,是城市公共消防设施建设的重要任务之一。

对于消防站的选址问题,国内外学者已从模型理论及相关算法等展开了若干研究。Helly<sup>[1]</sup>对城市系统模型进行了研究,把应急响应时间最小作为消防站选址的首要目标,建立了消防站选址的平面模型。Masood等<sup>[2]</sup>认为除考虑行车时间或行车距离外,还应考虑费用、政策、消防给水等因素,根据消防站选址所涉及的一系列相互冲突的目标,建立了多目标数学规划模型。

上述研究由于采用传统的运筹学模型及算法求解选址问题,在解的满意度和计算效率上存在局限性<sup>[3]</sup>。随着人工智能的兴起,人们开始将智能优化算法<sup>[4-6]</sup>应用于空间选址问

题的研究中,如 Yang等<sup>[6]</sup>提出结合遗传算法的模糊多目标优化模型更具实践性,但他们只是对抽象模型中可能的设施点和需求点的组合进行运算,没有实现连续覆盖,难以实现布局最优化目标。

本文提出了基于连续覆盖的道路网空间覆盖算法,并结合改进的模拟退火算法,对消防站布局进行优化,为复杂路网条件下的消防站选址提供决策支持。

## 1 连续网空间覆盖算法

### 1.1 连续网空间定义

**定义1** 连续网空间。对于  $n$  维欧氏空间中的点集  $N$ , 如满足下列条件,则称  $N$  是网空间,  $V$  称为网空间的端点,  $E$  称为网空间的边:

- 1)  $\forall p, q \in N$ , 存在连续映射  $\sigma: [0, 1] \rightarrow N$ , 使得  $\sigma(0) = p, \sigma(1) = q$ , 且  $p, q$  两点间的距离  $d_{pq} = \int_0^1 \sigma'(t)' dt$ ;
- 2) 线段集  $E$  是有限集且  $N$  能被  $E$  所覆盖;
- 3) 点集  $V \subset N$ , 对于  $\forall e \in E, \exists a, b \in V$  使得  $a, b$  为  $e$  的端点;
- 4) 对于  $\forall e \in E, \exists e' \in E$ , 使得  $e \subseteq e'$ 。

收稿日期: 2011-06-27; 修回日期: 2011-11-19。 基金项目: 全军军事学研究生基金资助项目(2010JY0279-156)。

作者简介: 卢厚清(1966-), 男, 江苏海安人, 教授, 博士生导师, 博士, 主要研究方向: 数学建模与优化分析; 袁辉(1972-), 男, 湖南衡南人, 副教授, 博士研究生, 主要研究方向: 军事系统建模与优化; 刘诚(1982-), 男, 江苏海安人, 硕士, 主要研究方向: 数据融合。

根据定义1可知,网空间是 $n$ 维欧式空间<sup>[7]</sup>的子集,网空间的坐标可以用直角坐标系进行表示。由于网空间任意两点都是道路联通的且 $E$ 是线段的集合,因而 $N$ 中任意两点 $p, q$ 间的道路 $\sigma(t)$ 是一条以 $p$ 为起点 $q$ 为终点的折线,可以用端点序列表示:

$$(p, v_1, v_2, \dots, v_m, q); v_i \in V, i = 1, 2, \dots, m$$

其中:

$$t \in (0, 1)$$

$$d_{pq} = d_{pv_1} + d_{v_1v_2} + \dots + d_{v_mv_m} + d_{v_mq}$$

即连接这些端点的边的长度。

## 1.2 连续网空间覆盖模型

定义点 $v_i \in N$ 的覆盖权值 $r(v_i)$ 为该节点向外覆盖的最大半径,即点 $v$ 称为被覆盖的,如果 $v$ 满足:

$$d_{vp} < f(v_i); v \in N$$

且  $r(v) = r(v_i) - d_{vp}$

覆盖方向为沿着道路指向权值减小的方向。通过指定道路的可覆盖方向,可控制节点的覆盖范围。定义了覆盖方向的边叫有向边(否则叫普通边),在有向边上节点只能沿着指定方向进行覆盖。先考虑单条普通边的情况,设 $v_0$ 和 $v_1$ 是普通边 $e$ 的端点。存在两种覆盖状态,覆盖量 $\alpha_e$ 计算公式如下:

$$\alpha_e = \begin{cases} d_{v_0v_1}, & r(v_0) + r(v_1) \geq d_{v_0v_1} \\ r(v_0) + r(v_1), & r(v_0) + r(v_1) < d_{v_0v_1} \end{cases} \quad (1)$$

当 $r(v_0) + r(v_1) \geq d_{v_0v_1}$ 时,称 $e$ 被完全覆盖;当 $r(v_0) + r(v_1) < d_{v_0v_1}$ 时,称 $e$ 被部分覆盖。覆盖率 $C(e) = \alpha_e / d_{v_0v_1}$ ,覆盖情况如图1所示。

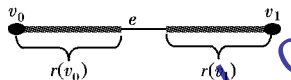


图1 普通边被部分覆盖的情况

对于单条有向边的情况,边的覆盖情况完全取决于与指定覆盖方向相对的端点的权值。覆盖量 $\alpha_e$ 计算公式如下:

$$\alpha_e = \begin{cases} d_{v_0v_1}, & r(v_0) \geq d_{v_0v_1} \\ r(v_0), & r(v_0) < d_{v_0v_1} \end{cases} \quad (2)$$

当 $r(v_0) \geq d_{v_0v_1}$ 时,称 $e$ 被完全覆盖;当 $r(v_0) < d_{v_0v_1}$ 时,称 $e$ 被部分覆盖。覆盖率 $C(e) = \alpha_e / d_{v_0v_1}$ ,覆盖情况如图2所示。

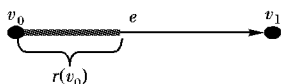


图2 有向边被部分覆盖的情况

在网空间中,每一个边对应两个端点,计算覆盖率时只要知道根节点的覆盖半径和坐标,就可以根据 $r(v) = r(v_i) - d_{vp}$ 算得在根节点的影响之下每个端点的权值,从而求得根节点对整个空间的覆盖率。端点集也允许存在孤立点。由于孤立点测度为零,因而在没有特殊要求的情况下可以认为孤立点的覆盖情况不影响整体覆盖率。

由于网空间每个点的权值决定了该点的剩余覆盖半径,因而在多个服务站的覆盖空间有重叠时,各点的权值以在各服务站影响下的最大权值为准。

## 1.3 网空间覆盖算法步骤

### 1.3.1 数据预处理

根据地图给出的数据,所有路口均为端点,然后沿着道路按照相邻端点近似直线的原则取点,即各端点的坐标 $p_{v_i}$  ( $v_i \in V$ )和各端点之间的连接情况各计算出条边的赋权邻接矩阵 $W$ 。 $W(i, j)$ 是端点为 $v_i, v_j$ 的边的长度。若 $v_i, v_j$ 之间不存在边,则 $W(i, j) = \infty$ 。用Floyd算法求出各端点之间的最小路由矩阵 $R$ 和在此路由下的最小距离矩阵 $D$ 。

### 1.3.2 算法步骤

第1步 计算服务站 $p$ 到所在边的端点 $v_i, v_j$ 的距离,根据 $p$ 的覆盖半径 $r(p)$ 更新两端点的权值 $r(v_i), r(v_j), r(v_i) = r(p) - d_{pv_i}, r(v_j) = r(p) - d_{pv_j}$ 。从 $v_i, v_j$ 出发,以它们的权值 $r(v_i), r(v_j)$ 更新相邻的端点权值,依此类推,直到 $r$ 为0。如果被更新端点的权值大于更新值,则保持原权值不变。

第2步 选择下一个服务站重复第1步,直到所有服务站覆盖的端点都被更新为止。

第3步 按照式(1)或式(2)计算 $\alpha_e$ 。

第4步 重复第3步,直到遍历所有边。

第5步 计算服务站所在特殊边的覆盖量,直到将所有特殊边更新完毕。

第6步 按式 $\eta = \sum_{e \in E} \alpha_e / \sum_{e \in E} w_e$ 计算覆盖率。

## 2 改进的模拟退火算法

模拟退火算法<sup>[8]</sup>最早是由Metropolis等提出的一种通用优化算法,其物理退火过程由以下3个部分组成。

1) 加温过程。其目的是增强粒子的热运动,使其偏离平衡位置。当温度足够高时,固体将熔为液体,从而消除系统原先存在的非均匀状态。

2) 等温过程。对于与周围环境交换热量而温度不变的封闭系统,系统状态的自发变化朝自由能减少的方向进行,当自由能达到最小时,系统达到平衡状态。

3) 冷却过程使粒子热运动减弱,系统能量下降,得到晶体结构。

加温过程对应算法的设定初温,等温过程对应算法的Metropolis抽样过程,冷却过程对应控制参数的下降。能量的变化就是目标函数,要得到的最优解就是能量最低态。其中Metropolis准则是SA算法收敛于全局最优解的关键所在,Metropolis准则以一定的概率接受恶化解,这样就使算法跳离局部最优的陷阱。

为使算法能在更短时间内收敛,对算法在以下几个方面进行改进:

1) 初始温度的自动设定。

初始温度选取的总的原则是让算法的初始接受概率接近于1,从而保证算法的全局优化能力。李香平等<sup>[9]</sup>提出了用式(3)计算初始温度 $\Delta f^*$ 是函数增量的平均值:

$$t_0 = \frac{\Delta f^*}{\ln x^{-1}} \quad (3)$$

其中  $x$  是初始的接受概率。这个方法涉及到求平均值的问题。实验次数越多,  $t_0$  越合理。但大量的实验会消耗 CPU 时间, 从而使得算法的效率降低。我们注意到温度选取的原则是可大不可小, 因而我们可用  $\max \Delta f^*$  代替  $\Delta f^*$ , 这样仅需较少的次数便可完成初始温度的设定。

2) 新解产生方式。

一般采用 2-opt 变换产生新解, 但是这种变换范围太小, 在温度较低的情况下, 容易掉入局部最优的陷阱而不能自拔。于是引入其他的两种变换: 插入和交换。插入就是随机取一个点, 插入到其他两个点中间, 而交换就是随机取两个点, 交换彼此的位置。这两种变换和 2-opt 变换的次数比例为 0.25 比 0.75 为宜。由于引入了这两种变换, 即使在很低的温度下, 算法也会以一定的概率跳出局部最优点, 从而获得更大的搜索能力。

3) 降温策略的自动调整。

降温函数有很多种。降温太快, 容易陷入局部最优; 太慢又会降低收敛速度让人难以忍受。常用的函数是  $t_{k+1} = a \times t_k$ ,  $a$  为降温系数。李香平等<sup>[9]</sup> 认为可以用  $t_k = t_0 / (1 + k)$ , 这个函数的特点是开始降温很快, 然后慢下来。在终止温度很小的情况下, 这个函数非常慢。因而, 本文采用  $t_{k+1} = a \times t_k$  的降温策略。为防止温度过高时浪费太多的时间, 采用可变温度调整策略:

$$t_{k+1} = \begin{cases} a_1 \times t_k, & \frac{N_2}{N_1} < \theta_1 \\ a_2 \times t_k, & \frac{N_2}{N_1} > \theta_2 \\ a_0 \times t_k, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $a_0$ 、 $a_1$  和  $a_2$  为降温系数;  $\theta_1$  和  $\theta_2$  为判断参数。  $N_1$  和  $N_2$  的含义为: 在  $t_k$  温度下进行  $N$  次实验, 有  $N_1$  次出现  $\Delta f > 0$  的情况, 其中有  $N_2$  次的差解被接受。

4) 返回搜索过程。

由于模拟退火算法只能得到一个近似解, 因而为了提高解的质量, 在算法结束后加入返回搜索过程。对已知最优解的邻域进行遍历式的局部搜索。对于规模比较大的问题, 该方法可以有效提高解的质量。

3 算例分析

3.1 基本资料

根据消防站建设标准, 城市规划区内消防站的布局, 一般应以接到出动指令后 5 min 内消防队可到达辖区边缘为原则确定。消防站辖区大小与两个因素有关, 一是该地区的最大车速, 另一个是消防队出警前的准备时间<sup>[10-13]</sup>。消防队准备时间一般需要 2 min, 如果按照 5 min 覆盖半径, 车辆行驶时间为 3 min, 按照消防车在城市出警速度 40 km/h 计算, 消防站的辖区半径为 2 km。

图 3 是某市交通图, 考虑经济投入的约束下, 欲建立 30 个消防站, 应用目标为寻求最佳设站位置使得在有效响应时间下消防站的覆盖面积达到最大。

图 4 是该市道路网的拓扑图。传统的离散覆盖选址其候选点为各条道路的路口以获得最大的覆盖范围(圆点表示),

解空间是 NP 完全问题, 而基于连续覆盖的消防站布局没有任何限制, 因而具有无穷大的解空间, 需采用智能优化算法进行求解, 本文采用改进的模拟退火算法进行求解。



图 3 某市交通地图

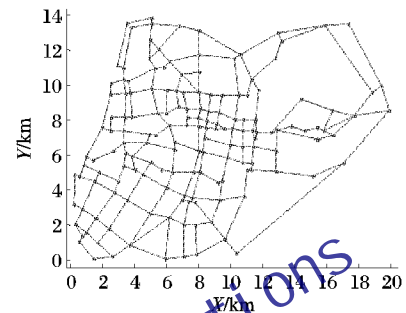


图 4 某市道路网拓扑

3.2 算例求解

本选址研究采用 Matlab 软件编程实现。改进模拟退火算法参数设置如表 1 所示。

表 1 改进模拟退火算法参数设置

终止温度	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$\theta_1$	$\theta_2$
0.0001	0.9	0.99	0.62	0.25	0.75

图 5~6 分别表示在基于离散选址条件下, 采用枚举算法和基于连续选址条件下采用改进模拟退火算法时的优化结果。

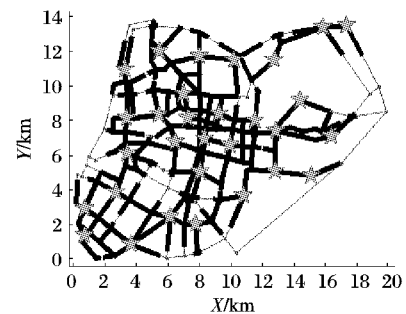


图 5 基于离散选址最优化方案覆盖图

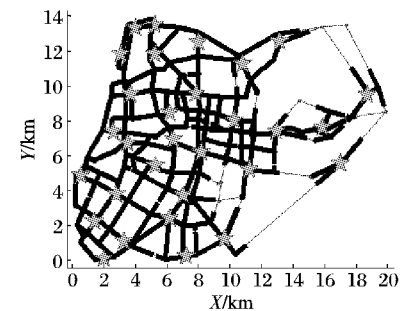


图 6 基于连续选址的最优化方案覆盖图

计算覆盖率和交叉覆盖率如表 2 所示。



入式系统软硬件划分模型(ESHPM)。通过对比实验结果可知,本文设计的嵌入式系统软硬件划分模型的性能是较优越的。本文所建立的 ESHPM 满足一致性,各进程间无死锁存在,且各个进程之间的交互是兼容的;同时 ESHPM 有效地提高了划分精度,并获得了更加合理的软硬件划分方法。

#### 参考文献:

- [1] ERNST R, HENKEL J, BENNER T. Hardware-software cosynthesis for microcontrollers[J]. IEEE Design & Test of Computers, 1993, 10(4): 64-75.
- [2] GUPTA R K, COELHO C, de MICHELI G. Synthesis and simulation of digital systems containing interacting hardware and software components[C]// DAC'92: Proceedings of the 29th ACM/IEEE Design Automation Conference. Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society Press, 1992: 225-230.
- [3] MACIEL P, BARROS E, ROSENSTIEL W. A Petri net model for hardware software codesign[J]. Design Automation for Embedded Systems, 1999, 4(10): 243-310.
- [4] 曹木亮. 基于  $\pi$ -演算的 Petri 网和密码协议的形式化分析[D]. 上海: 上海交通大学, 2007: 20-75.
- [5] LEILA S, AUGUSTO S, EDNA B. A constructive approach to hardware/software partitioning[J]. Formal Methods in System Design, 2004, 24(1): 45-90.
- [6] 徐海涛. 基于 SOPC 的软硬件划分算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2009: 48-52.

- [7] 李兰英, 冯宏伟. 基于多性能指标的 SoC 软硬件划分方法研究[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(12): 126-129.
- [8] 郭荣佐, 郭进, 王霖. 嵌入式系统软件体系结构动态建模及应用研究[J]. 计算机应用, 2009, 29(4): 1153-1158.
- [9] 曲长征, 于永利, 金伟, 等. 基于 ExSpec 的复杂离散事件动态系统建模[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(12): 3011-3013.
- [10] MILNER R, PARROW J, WALKER D. A calculus of mobile processes Pt. 2[J]. Journal of Information and Computation, 1992, 100(1): 41-77.
- [11] MILNER R. Communicating and mobile systems: the  $\pi$ -calculus[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999: 20-30.
- [12] SANGIORGI D, WALKER D. The  $\pi$ -calculus: A theory of mobile process[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2001: 32-42.
- [13] 邓水光. Web 服务自动组合与形式化验证的研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2007: 93-116.
- [14] 贾志淳, 陈荣, 张维石. 航空订票业务的 Web 服务建模及组合兼容性验证[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(24): 237-242.
- [15] 李康顺, 李元香, 康立山, 等. 一种基于输运理论的多目标演化算法[J]. 计算机学报, 2007, 30(5): 797-805.
- [16] 彭春华, 孙惠娟, 郭剑峰. 求解 PMU 多目标优化配置问题的非劣排序微分进化算法[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(10): 1075-180.
- [17] 纪颖, 李兰英, 石敏, 等. 基于遗传和禁忌搜索混合的软硬件划分算法[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(20): 81-84.

(上接第 854 页)

表 2 消防站覆盖指标对比

选址方式	覆盖率	交叉覆盖率
离散	79.91	38.3
连续	89.97	24.3

## 4 结语

本文提出连续覆盖的模型,将模拟退火算法加以改进并使用 Matlab 语言,以消防站在有效响应时间内的覆盖面积最大为目标函数,进行编程,在退火过程中通过控制降温参数来实现基于连续空间的消防站的选址优化。通过实例应用研究,得到以下结论:

1) 基于连续选址的解空间突破了图二元结构的束缚,实现了空间内任意坐标的选址和精确的覆盖,覆盖效果大为提高;

2) 模拟退火算法能有效地应用于大规模城市空间的消防站选址问题的研究,算法简单并能得到较稳定的全局最优解,实用性强,效率高;

3) 连续选址消防站分布比较均匀,且在人口稠密区消防站密度也较大,比较符合实际需求。

消防站选址布局规划除考虑出警时间这一定量因素外,还与土地资源、土地征用费、环境气候等因素相关,需对消防站选址进行动态的修正和调整,并根据行政区域进一步划分各消防站的辖区范围,以实现消防资源的优化。考虑更多因素约束的消防站选址问题,以期能更好地符合实际应用的需求,将是今后需要进一步研究的问题。

#### 参考文献:

- [1] HELLY W. Urban systems models[M]. New York: Academic Press, 1975.
- [2] MASOOD B, AMRK M. A multi-objective model for locating fire station[J]. European Journal of Operational Research, 1998, 110(2): 243-260.
- [3] 胡运权. 运筹学教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.
- [4] 何晋强, 黎夏, 刘小平, 等. 蚁群智能及其在大区域基础设施选址中的应用[J]. 遥感学报, 2009, 13(2): 246-256.
- [5] 陈慕齐, 陈迎春, 齐欢. 基于混合遗传算法的试验选址问题研究[J]. 武汉理工大学学报, 2006, 30(5): 877-880.
- [6] YANG LILI, JONES B F, YANG SHUANG-HUA. A fuzzy multi-objective programming for optimization of fire station locations through genetic algorithms[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 181(2): 903-915.
- [7] 姚泽清, 苏晓冰. 应用泛函分析[M]. 北京: 科学出版社, 2008.
- [8] 王凌. 智能优化算法及其运用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
- [9] 李香平, 张红阳. 模拟退火算法原理及改进[J]. 软件学报, 2008, 7(4): 47-48.
- [10] 何寿奎. 城市消防站点布局的改进启发式算法[J]. 数学的实践与认知, 2008, 40(1): 143-146.
- [11] 吴军. 消防站优化布局方法与技术[J]. 消防科学与技术, 2006, 25(1): 100-102.
- [12] 陈驰, 任爱珠. 消防站布局优化的计算机方法[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2003, 43(10): 1390-1393.
- [13] 马云峰, 杨超, 张敏, 等. 基于时间满意的覆盖选址问题[J]. 中国管理科学, 2006, 14(2): 45-51.