

文章编号:1001-9081(2012)06-1707-06

doi:10.3724/SP.J.1087.2012.01707

# 基于不确定逼近的机械手间接自适应鲁棒预测控制

李桂秋<sup>1\*</sup>, 陈志旺<sup>2</sup>

(1. 常州机电职业技术学院 信息工程系, 江苏 常州 213164; 2. 燕山大学 工业计算机控制工程河北省重点实验室, 河北 秦皇岛 066004)

(\*通信作者电子邮箱: cxdlgq@126.com)

**摘要:**为了使机械手系统在含有模型不确定项时具有良好的跟踪性能和较强的抗干扰能力,提出了一种间接自适应鲁棒预测控制。首先,针对机械手模型设计出非线性鲁棒预测控制器;然后,基于三次样条函数逼近控制律中因模型不确定性产生的未知项,并在控制律中引入一个D-控制项抑制外部干扰。理论证明了所设计的控制器能够使跟踪误差收敛到原点。仿真验证了所提方法的有效性。

**关键词:**机械手;自适应控制;鲁棒预测控制;样条函数

**中图分类号:** TP273    **文献标志码:**A

## Indirect adaptive robust predictive control of robotic manipulators based on uncertain parameter approximation

LI Gui-qiu<sup>1\*</sup>, CHEN Zhi-wang<sup>2</sup>

(1. Department of Information Engineering, Changzhou Institute of Mechatronic Technology, Changzhou Jiangsu 213164, China;

2. Key Laboratory of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China)

**Abstract:** In order to make the robotic manipulator system track well and have strong disturbance-opposing ability under the circumstance of parametric uncertainty and external disturbance, an indirect adaptive robust predictive control method was presented. The nonlinear robust predictive controller was designed based on the robotic manipulator system. Then, the cubic spline functions controller was constructed to approximate the unknown terms in the predictive control law caused by system model uncertainties. And the D-controller was added into the control law to inhibit the external disturbance. It is proved that the proposed controller can make the tracking error converge to the origin. The simulation results show the effectiveness of the method.

**Key words:** robotic manipulator; adaptive control; robust predictive control; spline function

## 0 引言

近年来,关于机械手轨迹跟踪控制问题已取得了很多成果<sup>[1]</sup>,然而由于机械手具有强耦合、高度非线性、时变等特性,其模型参数随它的位置、姿态和负载的变化而变化,外界干扰以及模型不确定性等因素使控制器的设计变为一项艰巨的任务。为了实现对不确定性的在线补偿控制,各种控制策略相继被提出。其中,自适应控制<sup>[2-4]</sup>主要用于含有参数不确定性且系统可以关于未知参数线性化的情况,但是其实时性要求严格、实现比较复杂,特别是存在非参数不确定性时,自适应控制难以保证系统稳定和达到一定的控制性能指标;鲁棒控制<sup>[5-6]</sup>控制效果较好,但是这种方法需要知道不确定性的上界,而在机械手的实际应用中其不确定上界很难得到。考虑到以上方法的缺陷,许多学者将智能控制方法与鲁棒控制、自适应控制相结合<sup>[7-9]</sup>,两者相互协调,可保证控制系统具有良好的动态性能和鲁棒性能。

文献[10]通过对机器人模型的转换,设计了一个间接自适应模糊控制器,在确定了相应函数的边界后构造了一个监督控制使得系统能够保证渐近稳定。但是其控制器的推导是在干扰等于零的假设下完成的,且其闭环系统渐进稳定的条件是模糊系统的最佳逼近误差平方可积,而在实际应用中此条件很难满足,因此限制了该方案的应用。针对文献[10]中自适应模糊控制器的缺点,佟绍成等<sup>[11]</sup>提出一种非线性模糊

直接和间接自适应控制的统一设计方法,将文献[10]中的监督控制用一个D-控制项代替,并在稳定性分析中取消了要求逼近误差平方可积的条件,更加有利于机械手的实际应用。

预测控制是20世纪70年代产生于工业过程控制领域的一类先进计算机控制算法,因其具有良好的控制效果而得到了广泛的应用,被控对象也从线性系统扩展到非线性系统。为了进一步减少预测控制在线计算量以适用于非线性被控对象,近年来许多学者对非线性预测控制律及其改进方法进行了大量的研究。Lu<sup>[12]</sup>和Soroush等<sup>[13]</sup>利用Volterra级数的有限项截取来近似输出预测值,求出了当控制阶数为零时的非线性系统解析形式的最优预测控制律。Chen等<sup>[14]</sup>对光滑反射非线性系统利用当前输出的各阶导数构造未来输出的Taylor级数预测模型,导出了以预测输出跟踪误差范数最小为指标的控制器解,解决了用高的控制阶数提高输出预测精度的问题。此后,这种方法在具有特定结构的飞行器<sup>[15]</sup>、机械系统<sup>[16]</sup>中取得了很好的控制效果。

本文提出了一种适合于一类具有外部干扰和模型不确定性的机械手跟踪鲁棒控制方法。首先利用文献[17]的思路推导出鲁棒预测控制律,再用样条函数逼近机械手系统因模型不确定性以及外部干扰引起的不确定项,并在控制律中引入一个D-控制项,保证了系统的稳定性、鲁棒性、准确性。

## 1 机械手模型描述

机械手可以看作是一个开链式刚性多连杆机构。其轨迹

收稿日期:2011-11-16;修回日期:2012-01-09。

作者简介:李桂秋(1966-),女,黑龙江佳木斯人,副教授,主要研究方向:工业控制、算法优化; 陈志旺(1978-),男,河北武清人,讲师,博士,主要研究方向:预测控制、嵌入式系统。

跟踪控制问题为:给定待跟踪的关节角轨迹向量以及关节角的初始状态,要求设计控制器,给出关节控制力矩,使得机械手的关节角满足一定的跟踪条件。一个具有两自由度的机械手动力学方程可表示为:

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_d \quad (1)$$

其中: $\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})$ 为正定对称惯性矩阵, $\mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})$ 为离心力和哥氏力向量, $\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})$ 为重力矢量, $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2]^T$ 为关节控制力矩矢量, $\boldsymbol{\tau}_d = [\tau_{d1}, \tau_{d2}]^T$ 为外部扰动。 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2]^T$ , $\dot{\boldsymbol{\theta}} = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2]^T$ , $\ddot{\boldsymbol{\theta}} = [\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2]^T$ ,分别表示机械手关节角的位置、速度、加速度。

根据机械手的物理特性可知, $\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})$ 是一个正定的对称惯性矩阵,其逆存在,则式(1)可改写为:

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} = -\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta})[\mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})] + \mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta})[\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_d] \quad (2)$$

并令 $\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) = -\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta})[\mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})]$ , $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta})$ ,则式(2)变为:

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})(\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_d) \quad (3)$$

假设1 存在一个 $2 \times 2$ 的常值矩阵 $\mathbf{M}_L$ 和一个 $2 \times 1$ 的常值向量 $\bar{\boldsymbol{\tau}}_d$ ,使得 $M_{ij} \geq M_{ij}(\boldsymbol{\theta})$ , $\tau_{di} \leq |\bar{\tau}_{di}|$ ( $i, j = 1, 2$ )。

假设2 系统的输出信号和参考信号关于时间连续可微。

由机械手的物理特性可知,其惯性矩阵 $\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})$ 中的元素大多是关于正弦或余弦的函数,而正弦和余弦函数是有界的。因此假设 $M_{ij} \geq M_{ij}(\boldsymbol{\theta})$ 是合理的。

## 2 预测控制律设计

首先令 $\boldsymbol{\tau}_d = 0$ ,给定期望的参考轨迹 $\boldsymbol{\theta}_r(t)$ ,定义 $t + t_s$ 时刻的关节角 $\boldsymbol{\theta}(t + t_s)$ 的预测值为 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t + t_s)$ ,预测误差为 $\boldsymbol{\epsilon}(t + t_s) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(t + t_s) - \boldsymbol{\theta}_r(t + t_s)$ ,设预测时域为 $T$ ,性能指标函数取为:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T [\boldsymbol{\epsilon}^T(t + t_s) \boldsymbol{\epsilon}(t + t_s) + \lambda \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^T(t + t_s) \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(t + t_s)] dt_s \quad (4)$$

其中:加权因子 $\lambda \geq 0$ 且为常数,性能指标中的 $\boldsymbol{\epsilon}$ 和 $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ 项反映了闭环系统状态优化的要求。

应用Taylor公式,将 $t + t_s$ 时刻的关节角 $\boldsymbol{\theta}(t + t_s)$ 以及 $\dot{\boldsymbol{\theta}}(t + t_s)$ 的预测值近似地展开为:

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{\theta}}(t + t_s) \approx \sum_{i=0}^4 \frac{t_s^i}{i!} \boldsymbol{\theta}^{(i)}(t) = \mathbf{H}_1(t_s) \mathbf{y} \\ \hat{\dot{\boldsymbol{\theta}}}(t + t_s) \approx 0_{2 \times 2} \times \boldsymbol{\theta}(t) + \sum_{i=1}^4 \frac{t_s^{i-1}}{(i-1)!} \boldsymbol{\theta}^{(i)}(t) = \mathbf{H}_2(t_s) \mathbf{y} \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$\mathbf{H}_1(t_s) = [I_2, t_s I_2, \frac{t_s^2}{2} I_2, \frac{t_s^3}{6} I_2, \frac{t_s^4}{24} I_2]$$

$$\mathbf{H}_2(t_s) = [0_{2 \times 2}, I_2, t_s I_2, \frac{t_s^2}{2} I_2, \frac{t_s^3}{6} I_2]$$

$$\mathbf{y} = [\boldsymbol{\theta}(t)^T, \dot{\boldsymbol{\theta}}(t)^T, \ddot{\boldsymbol{\theta}}(t)^T, \boldsymbol{\theta}^{(3)}(t)^T, \boldsymbol{\theta}^{(4)}(t)^T]^T$$

$0_{2 \times 2}, I_2$  分别为 $2 \times 2$ 阶零阵和 $2$ 阶单位阵。

同理将期望关节角位置 $\boldsymbol{\theta}_r(t)$ 及其导数在 $t + t_s$ 时刻Taylor展开近似为:

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{\theta}}_r(t + t_s) \approx \mathbf{H}_1(t_s) \mathbf{y}_r \\ \hat{\dot{\boldsymbol{\theta}}}_r(t + t_s) \approx \mathbf{H}_2(t_s) \mathbf{y}_r \end{cases} \quad (6)$$

其中 $\mathbf{y}_r = [\boldsymbol{\theta}_r(t)^T, \dot{\boldsymbol{\theta}}_r(t)^T, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_r(t)^T, \boldsymbol{\theta}_r^{(3)}(t)^T, \boldsymbol{\theta}_r^{(4)}(t)^T]^T$ 。

则根据式(5)和式(6),性能指标式(4)可近似地表示为:

$$J = \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{y}_r)^T \mathbf{R} (\mathbf{y} - \mathbf{y}_r) \quad (7)$$

其中: $\mathbf{R} = \int_0^T [\mathbf{H}_1^T \mathbf{H}_1 + \lambda \mathbf{H}_2^T \mathbf{H}_2] dt_s$ 是一个 $10 \times 10$ 维的常值对称矩阵。

对关节角向量 $\boldsymbol{\theta}(t)$ 分别求其2、3、4阶导数可得:

$$\begin{cases} \ddot{\boldsymbol{\theta}}(t) = \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\tau} \\ \boldsymbol{\theta}^{(3)}(t) = \mathbf{F}_1(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{P}_1 + \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})\dot{\boldsymbol{\tau}} \\ \boldsymbol{\theta}^{(4)}(t) = \mathbf{F}_2(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + \mathbf{P}_2 + \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\tau}} \end{cases} \quad (8)$$

其中:

$$\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) = -[\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})]^{-1} [\mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})]$$

$$\mathbf{F}_1(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) = \dot{\boldsymbol{\theta}} \frac{\partial \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$$

$$\mathbf{F}_2(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) = \dot{\boldsymbol{\theta}} \frac{\partial \mathbf{F}_1(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$$

$$\mathbf{P}_1(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\tau}) = \ddot{\boldsymbol{\theta}} \frac{\partial \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \boldsymbol{\theta}} + \dot{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{\tau} \times \frac{\partial \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$$

定义 $\hat{\mathbf{y}} = [\boldsymbol{\theta}^T - \boldsymbol{\theta}_r^T, \dot{\boldsymbol{\theta}}^T - \dot{\boldsymbol{\theta}}_r^T]^T$ , $\hat{\boldsymbol{\theta}}_r = [\ddot{\boldsymbol{\theta}}_r^T, \boldsymbol{\theta}_r^{(3)T}, \boldsymbol{\theta}_r^{(4)T}]^T$ ,则由式(8)知:

$$\mathbf{y} - \mathbf{y}_r = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}} \\ \mathbf{Q} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\mathbf{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中:

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = [\boldsymbol{\tau}^T, \dot{\boldsymbol{\tau}}^T, \ddot{\boldsymbol{\tau}}^T]$$

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{F}^T(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}), \mathbf{F}_1^T(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}), \mathbf{F}_2^T(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})]^T$$

$$\hat{\mathbf{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}}) = [\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\tau} \quad \mathbf{P}_1 + \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})\dot{\boldsymbol{\tau}} \quad \mathbf{P}_2 + \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\tau}}]^T$$

令 $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{12} \\ \mathbf{R}_{12}^T & \mathbf{R}_{22} \end{bmatrix}$ ,其中 $\mathbf{R}_{11} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ , $\mathbf{R}_{12} \in \mathbb{R}^{4 \times 6}$ , $\mathbf{R}_{22} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ 。对式(7)求导可知:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \hat{\boldsymbol{\tau}}} &= \frac{\partial (\mathbf{y} - \mathbf{y}_r)^T}{\partial \hat{\boldsymbol{\tau}}} \mathbf{R} (\mathbf{y} - \mathbf{y}_r) = \left[ \frac{\partial \hat{\mathbf{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}})}{\partial \hat{\boldsymbol{\tau}}} \right]^T \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{R}_{12} \\ \mathbf{R}_{12}^T & \mathbf{R}_{22} \end{bmatrix} \times \\ &\quad \left( \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}} \\ \mathbf{m} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\mathbf{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}}) \end{bmatrix} \right) = \left[ \frac{\partial \hat{\mathbf{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}})}{\partial \hat{\boldsymbol{\tau}}} \right]^T \times \left( \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{12}^T & \mathbf{R}_{22} \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}} \\ \mathbf{m} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_r \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{22} \hat{\mathbf{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}}) \right) \end{aligned} \quad (10)$$

将式(9)中 $\hat{\mathbf{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}})$ 对 $\hat{\boldsymbol{\tau}}$ 求偏导可知:

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}})}{\partial \hat{\boldsymbol{\tau}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ * & \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) & 0_{2 \times 2} \\ * & * & \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

所以, $\frac{\partial \hat{\mathbf{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}})}{\partial \hat{\boldsymbol{\tau}}}$ 是可逆矩阵,因为 $\mathbf{R}_{22}$ 也是可逆矩阵,由性

能指标最小的条件 $\frac{\partial J}{\partial \hat{\boldsymbol{\tau}}} = 0$ ,令式(10)等于0得:

$$\hat{\mathbf{m}}(\hat{\boldsymbol{\tau}}) = -\mathbf{R}_{22}^{-1} \mathbf{R}_{12}^T \hat{\mathbf{y}} - (\mathbf{m} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_r) \quad (12)$$

定义 $\mathbf{e}(t) = \boldsymbol{\theta}_r(t) - \boldsymbol{\theta}(t)$ , $\mathbf{K}_1$ 为 $\mathbf{R}_{22}^{-1} \mathbf{R}_{12}^T$ 的前两行前两列构成的方阵, $\mathbf{K}_2$ 为 $\mathbf{R}_{22}^{-1} \mathbf{R}_{12}^T$ 的前两行后两列构成的方阵。由式(12)可得到使性能指标最小的控制律为(本文以下的推导中均省略时间 $t$ ):

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) [\mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_1 \mathbf{e} + \ddot{\boldsymbol{\theta}}_r - \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})] \quad (13)$$

需要说明的是当机械手系统建模精确,且 $\boldsymbol{\tau}_d$ 为零的情况下也可以用常规的比例微分(Proportional Derivative,PD)控制器来实现关节角的轨迹跟踪,其控制律为:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) [\ddot{\boldsymbol{\theta}}_r + \mathbf{K}_p \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \mathbf{e}] + \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) \quad (14)$$

式中: $\mathbf{K}_p = aI_2$ , $\mathbf{K}_d = bI_2$ ( $a, b < 0$ )。

虽然式(14)与本文通过性能指标式(4)滚动优化得到的控制律式(13)形式上一致,但是二者有本质的区别。PD控制器中系数 $\mathbf{K}_v, \mathbf{K}_p$ 的选取具有很大的随机性,试探性地选取参数并不能够保证设计的控制器为全局最优。而预测控制利用滚动优化取代全局一次性优化,即优化过程不是一次离线进行,而是在线反复进行优化计算,滚动实施,从而使模型失配、时变、干扰等引起的不确定性能够得到及时的弥补。由于实际的复杂工业过程不可避免地存在不确定性,因此建立在有限域上的滚动优化策略会更加有效。式(13)中 $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$ 正是这一特点的体现。

当 $\tau_d = 0$ 时,将控制律(13)代入式(3)中可得:

$$\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_1 \mathbf{e} = 0 \quad (15)$$

根据 $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$ 的定义,可以计算出其为:

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_1 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} k_2 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$k_1 = [(k_{11}/k_{12})/k_{13}]/k_{14}$$

$$k_2 = [(k_{21}/k_{22})/k_{23}]/k_{24}$$

$$k_{11} = 1050T^6 \times (34T^4 + 3744\lambda T^2 + 16128\lambda^2)$$

$$k_{12} = (338688\lambda^3 + 136080\lambda^2 T^2 + 5460\lambda T^4 + 25T^6) \times T^3 + 14700 \times (5T^4 + 468\lambda T^2 + 1728\lambda^2)$$

$$k_{13} = (338688\lambda^2 T^2 + 136080\lambda^2 T^2 + 5460\lambda T^4 + 25T^6) \times T^4 - 1512 \times (25T^4 + 2056\lambda T^2 + 7056\lambda^2)$$

$$k_{14} = (338688\lambda^3 + 136080\lambda^2 T^2 + 5460\lambda T^4 + 25T^6) T^5$$

$$k_{21} = 6300T^6 \times (34T^4 + 3744\lambda T^2 + 16128\lambda^2)$$

$$k_{22} = (338688\lambda^3 + 136080\lambda^2 T^2 + 5460\lambda T^4 + 25T^6) \times (1/8T^4 + 1/2\lambda T^2) + 352800 \times (5T^4 + 468\lambda T^2 + 1728\lambda^2)$$

$$k_{23} = (338688\lambda^2 T^2 + 136080\lambda^2 T^2 + 5460\lambda T^4 + 25T^6) \times (1/30T^5 + 1/6\lambda T^3) - 181440 \times (25T^4 + 2056\lambda T^2 + 7056\lambda^2)$$

$$k_{24} = (338688\lambda^3 + 136080\lambda^2 T^2 + 5460\lambda T^4 + 25T^6) \times (1/144T^6 + 1/24\lambda T^4)$$

由 $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$ 的形式知其为正定矩阵。当被控对象取(3),控制律取式(13)时,闭环系统方程(15)是全局渐进稳定的。

由于机械手系统中含有模型不确定性,并且外界干扰的具体形式未知,所以控制律式(13)不能直接使用,需要对其进行逼近处理,且需要加入一个D-控制项 $\tau_s$ 来抑制干扰。

首先对 $\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}), \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$ 进行逼近处理,函数逼近的方法有许多种,例如样条函数、径向基函数(Radial Basic Function, RBF)网络和模糊基函数等。由于样条函数只需将时变序列展成多项式基函数的线性组合形式,通过辨识这些线性组合的定常系数来实现时变参数的辨识,具有较好的实时性,所以本文采用样条基函数对不确定项进行逼近处理。其具体形式为:

$$\begin{cases} F_{0,3}(t_a) = (-t_a^3 + 3t_a^2 - 3t_a + 1)/6, \\ F_{1,3}(t_a) = (3t_a^3 - 6t_a^2 + 4)/6, \\ F_{2,3}(t_a) = (-3t_a^3 + 3t_a^2 + 3t_a + 1)/6, \\ F_{3,3}(t_a) = t_a^3/6, \end{cases} \quad 0 \leq t_a \leq 1$$

下面利用样条函数逼近式(13)中的 $\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}), \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$ 。

$$\hat{f}_i(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) = \boldsymbol{\Theta}_{fi} \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \quad (16)$$

$$\hat{h}_j(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\Theta}_{hj} \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta}) \quad (17)$$

式中:

$$\boldsymbol{\Theta}_{fi} = [\alpha_{i0}, \alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \alpha_{i3}, \beta_{i0}, \beta_{i1}, \beta_{i2}, \beta_{i3}, \gamma_{i0}, \gamma_{i1}, \gamma_{i2}, \gamma_{i3}, \sigma_{i0}, \sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \sigma_{i3}]$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{hj} = [\varepsilon_{j0}, \varepsilon_{j1}, \varepsilon_{j2}, \varepsilon_{j3}, \eta_{j0}, \eta_{j1}, \eta_{j2}, \eta_{j3}]$$

$$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) = [F_{00}\theta_1, F_{13}\theta_1, F_{23}\theta_1, F_{33}\theta_1, F_{03}\theta_2, F_{13}\theta_2, F_{23}\theta_2, F_{33}\theta_2]$$

$$F_{03}\dot{\theta}_1, F_{13}\dot{\theta}_1, F_{23}\dot{\theta}_1, F_{33}\dot{\theta}_1, F_{03}\dot{\theta}_2, F_{13}\dot{\theta}_2, F_{23}\dot{\theta}_2, F_{33}\dot{\theta}_2]$$

$$\dot{\theta}_2,$$

$$F_{33}\dot{\theta}_2]^T$$

$$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta}) = [F_{00}\theta_1, F_{13}\theta_1, F_{23}\theta_1, F_{33}\theta_1, F_{03}\theta_2, F_{13}\theta_2, F_{23}\theta_2, F_{33}\theta_2]^T$$

$\boldsymbol{\Theta}_{fi}, \boldsymbol{\Theta}_{hj}$ 为自适应参数调整律, $\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}), \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta})$ 为样条基函数。

分别利用形如式(16)、(17)由样条函数的输出构成的控制器来逼近式(13):

$$\boldsymbol{\tau} = \hat{\mathbf{H}}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) [\mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_1 \mathbf{e} + \ddot{\boldsymbol{\theta}}_r - \hat{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})] \quad (18)$$

其中: $\hat{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) = [\hat{f}_1(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}), \hat{f}_2(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})]^T$ ,  $\hat{\mathbf{H}}(\boldsymbol{\theta}) =$

$$\begin{bmatrix} \hat{h}_{11}(\boldsymbol{\theta}) & \hat{h}_{12}(\boldsymbol{\theta}) \\ \hat{h}_{21}(\boldsymbol{\theta}) & \hat{h}_{22}(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix}.$$

由于 $\hat{\mathbf{H}}(\boldsymbol{\theta})$ 是通过在线估计 $\boldsymbol{\Theta}_{hj}$ 而得,很难保证 $\hat{\mathbf{H}}(\boldsymbol{\theta})$ 的非奇异性。为此,采用其广义逆<sup>[17]</sup>

$$\hat{\mathbf{H}}^T(\boldsymbol{\theta}) [\boldsymbol{\epsilon}_0 \mathbf{I}_{2 \times 2} + \hat{\mathbf{H}}(\boldsymbol{\theta}) \hat{\mathbf{H}}^T(\boldsymbol{\theta})]^{-1} \quad (19)$$

代替 $\hat{\mathbf{H}}^{-1}(\boldsymbol{\theta})$ ,其中 $\boldsymbol{\epsilon}_0$ 为任意小的正实数。则控制律变为:

$$\boldsymbol{\tau} = \hat{\mathbf{H}}^T(\boldsymbol{\theta}) [\boldsymbol{\epsilon}_0 \mathbf{I}_{2 \times 2} + \hat{\mathbf{H}}(\boldsymbol{\theta}) \hat{\mathbf{H}}^T(\boldsymbol{\theta})]^{-1} [\mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_1 \mathbf{e} + \ddot{\boldsymbol{\theta}}_r - \hat{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})] \quad (20)$$

将D-控制项取为:

$$\boldsymbol{\tau}_s = [\boldsymbol{\tau}_{s1}, \boldsymbol{\tau}_{s2}]^T \quad (21)$$

其具体形式将在下文中确定。

总的控制律设计为:

$$\boldsymbol{\tau}' = \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_s \quad (22)$$

把控制律式(22)代入到模型(2)中,可得系统闭环方程为(本文以下的推导中均省略关节角 $\boldsymbol{\theta}$ 及其导数 $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ ):

$$\ddot{\mathbf{e}} = -\mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_1 \mathbf{e} + [(\hat{\mathbf{F}} - \mathbf{F}) + (\hat{\mathbf{H}} - \mathbf{H}) \boldsymbol{\tau} + \mathbf{H} \boldsymbol{\tau}_s - \mathbf{H} \boldsymbol{\tau}_d] \quad (23)$$

将其写成状态方程的形式:

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}} = -\mathbf{A} \bar{\mathbf{e}} + \mathbf{B} [(\mathbf{F} - \hat{\mathbf{F}}) + (\mathbf{H} - \hat{\mathbf{H}}) \boldsymbol{\tau}] - \mathbf{B} \mathbf{H} \boldsymbol{\tau}_s + \mathbf{B} \mathbf{H} \boldsymbol{\tau}_d \quad (24)$$

其中: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} \\ -\mathbf{I}_2 \end{bmatrix}_{4 \times 2}, \bar{\mathbf{e}} = [\mathbf{e}^T, \dot{\mathbf{e}}^T]^T$ ,

$\mathbf{e}^T = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2]^T, \dot{\mathbf{e}}^T = [\dot{\mathbf{e}}_1, \dot{\mathbf{e}}_2]^T, \mathbf{e}_i = \boldsymbol{\theta}_i - \boldsymbol{\theta}_n, \dot{\mathbf{e}}_i = \dot{\boldsymbol{\theta}}_i - \dot{\boldsymbol{\theta}}_n (i = 1, 2)$ 。

### 3 自适应控制器设计

**定理1** 对于系统闭环状态方程(24)、式(16)、式(17)中的自适应律取为:

$$\dot{\boldsymbol{\Theta}}_{fi} = \begin{cases} \gamma_{fi} [\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \mathbf{B}]_i \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}), & \text{当 } \|\boldsymbol{\Theta}_{fi}\| < M_{\boldsymbol{\Theta}_{fi}} \text{ 或者} \\ & \|\boldsymbol{\Theta}_{fi}\| = M_{\boldsymbol{\Theta}_{fi}} \text{ 且 } [\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \mathbf{B}]_i \boldsymbol{\Theta}_{fi}^T \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \leq 0 \\ P \{ \gamma_{fi} [\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \mathbf{B}]_i \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) \}, & \text{当 } \|\boldsymbol{\Theta}_{fi}\| = M_{\boldsymbol{\Theta}_{fi}} \text{ 且} \\ & [\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \mathbf{B}]_i \boldsymbol{\Theta}_{fi}^T \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) > 0 \end{cases} \quad (25)$$

$$\dot{\boldsymbol{\Theta}}_{hj} = \begin{cases} \gamma_{hj} [\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \mathbf{B}]_j \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta}), & \text{当 } \|\boldsymbol{\Theta}_{hj}\| < M_{\boldsymbol{\Theta}_{hj}} \text{ 或者} \\ & \|\boldsymbol{\Theta}_{hj}\| = M_{\boldsymbol{\Theta}_{hj}} \text{ 且 } [\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \mathbf{B}]_j \boldsymbol{\Theta}_{hj}^T \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta}) \leq 0 \\ P \{ \gamma_{hj} [\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \mathbf{B}]_j \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta}) \}, & \text{当 } \|\boldsymbol{\Theta}_{hj}\| = M_{\boldsymbol{\Theta}_{hj}} \text{ 且} \\ & [\bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \mathbf{B}]_j \boldsymbol{\Theta}_{hj}^T \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\theta}) > 0 \end{cases} \quad (26)$$

式(25)、式(26) 中:

$$\begin{aligned} P\{\gamma_{fi}\bar{e}^T PB\varphi(\theta, \dot{\theta})\} &= \gamma_{fi}[\bar{e}^T PB]_i\left(I_m - \frac{\Theta_{fi}\Theta_{fi}^T}{\|\Theta_{fi}\|^2}\right)\varphi(\theta, \dot{\theta}) \\ P\{\gamma_{hij}\bar{e}^T PB\varphi(\theta)\} &= \gamma_{hij}[\bar{e}^T PB]_i\left(I_m - \frac{\Theta_{hij}\Theta_{hij}^T}{\|\Theta_{hij}\|^2}\right)\varphi(\theta) \end{aligned}$$

则闭环系统是稳定的。

证明 记  $\bar{e}$  在有界集  $M_{\bar{e}}$  中变化, 假设  $\|\Theta_{fi}\| \leq M_{\Theta_{fi}}$ ,  $\|\Theta_{hij}\| \leq M_{\Theta_{hij}}$  ( $i = 1, 2$ ),  $M_{\Theta_{fi}}, M_{\Theta_{hij}}$  由设计者给定, 定义最优参数估计值为:

$$\begin{cases} \Theta_{fi}^* = \arg \min_{\Theta_{fi} \in Q} [\sup_{\bar{e} \subseteq M_{\bar{e}}} |f_i - \hat{f}_i|] \\ \Theta_{hij}^* = \arg \min_{\Theta_{hij} \in Q} [\sup_{\bar{e} \subseteq M_{\bar{e}}} |h_{ij} - \hat{h}_{ij}|] \end{cases} \quad (27)$$

定义最佳逼近误差:

$$\omega^* = (\hat{F}(\Theta_F^* | (\theta, \dot{\theta})) - F(\theta, \dot{\theta})) + (\hat{H}(\Theta_H^* | \theta) - H(\theta))\tau \quad (28)$$

则闭环方程(24) 可以表示为:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}} &= -A\bar{e} + B\omega^* - BH\tau_s + BH\left[\begin{array}{c} \Phi_{f1}^T \varphi(\theta, \dot{\theta}) \\ \Phi_{f2}^T \varphi(\theta, \dot{\theta}) \end{array}\right] + \\ &B\left(\begin{bmatrix} \Phi_{h11}^T \varphi(\theta) & \Phi_{h12}^T \varphi(\theta) \\ \Phi_{h21}^T \varphi(\theta) & \Phi_{h22}^T \varphi(\theta) \end{bmatrix} \times \tau\right) \end{aligned} \quad (29)$$

其中:  $\Phi_{fi} = \Theta_{fi} - \Theta_{fi}^*$ ,  $\Phi_{hij} = \Theta_{hij} - \Theta_{hij}^*$  ( $i, j = 1, 2$ )。

因为  $K_1, K_2$  都为正定矩阵, 故任取正定矩阵  $Q$ , 存在一个唯一的  $4 \times 4$  正定矩阵  $P$  满足李亚普诺夫方程:

$$A^T P + PA = -Q \quad (30)$$

定义李亚普诺夫函数:

$$V = \frac{1}{2}\bar{e}^T P\bar{e} + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2\gamma_{fi}}\Phi_{fi}^T \Phi_{fi} + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2\gamma_{hij}}\Phi_{hij}^T \Phi_{hij} \quad (31)$$

将  $V$  沿误差方程求导:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2}\bar{e}^T Q\bar{e} + \bar{e}^T PB(\omega^* - H\tau_s + H\tau_d) + \\ &\sum_{i=1}^2 \Phi_{fi}^T [\bar{e}^T PB]_i \varphi(\theta, \dot{\theta}) - \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\gamma_{fi}}\Phi_{fi}^T \dot{\Theta}_{fi} + \\ &\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \Phi_{hij}^T [\bar{e}^T PB]_i \varphi(\theta) - \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{1}{\gamma_{hij}}\Phi_{hij}^T \dot{\Theta}_{hij} \end{aligned} \quad (32)$$

以下分情况讨论自适应律的不同取法。

1) 当  $\dot{\Theta}_{fi}$  取式(25) 中第 1 行,  $\dot{\Theta}_{hij}$  取式(26) 中第 1 行时, 由式(32) 知:

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}\bar{e}^T Q\bar{e} + \bar{e}^T PB(\omega^* H\tau_s + H\tau_d) \quad (33)$$

2) 当  $\dot{\Theta}_{fi}$  取式(25) 中第 2 行,  $\dot{\Theta}_{hij}$  取式(26) 中第 2 行时, 由式(32) 知:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2}\bar{e}^T Q\bar{e} - \bar{e}^T PB(\omega^* - H\tau_s + H\tau_d) + \\ &\sum_{i=1}^2 \Phi_{fi}^T [\bar{e}^T PB]_i \frac{\Theta_{fi}\Theta_{fi}^T}{\|\Theta_{fi}\|^2} \varphi(\theta, \dot{\theta}) + \\ &\sum_{i=1}^2 \Phi_{hij}^T [\bar{e}^T PB]_i \frac{\Theta_{hij}\Theta_{hij}^T}{\|\Theta_{hij}\|^2} \varphi(\theta) \end{aligned} \quad (34)$$

此时,

$$\begin{aligned} \Phi_{fi}\Theta_{fi} &= (\Theta_{fi}^* - \Theta_{fi})^T \Theta_{fi} = \\ &\frac{1}{2} [\|\Theta_{fi}^*\|^2 - \|\Theta_{fi}\|^2 - \|\Theta_{fi} - \Theta_{fi}^*\|^2] = \\ &\frac{1}{2} [\|\Theta_{fi}^*\|^2 - M_{\Theta_{fi}}^2 - \|\Theta_{fi} - \Theta_{fi}^*\|^2] \leq 0 \end{aligned}$$

$$\Phi_{hij}\Theta_{hij} = (\Theta_{hij}^* - \Theta_{hij})^T \Theta_{hij} =$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [\|\Theta_{hij}^*\|^2 - \|\Theta_{hij}\|^2 - \|\Theta_{hij} - \Theta_{hij}^*\|^2] &= \\ \frac{1}{2} [\|\Theta_{hij}^*\|^2 - M_{\Theta_{hij}}^2 - \|\Theta_{hij} - \Theta_{hij}^*\|^2] &\leq 0 \end{aligned}$$

于是可得:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\bar{e}^T Q\bar{e} + \bar{e}^T PB(\omega^* - H\tau_s + H\tau_d) \quad (35)$$

3) 同理可知, 当  $\dot{\Theta}_{fi}$  取式(25) 中第 2 行,  $\dot{\Theta}_{hij}$  取式(26) 中第 1 行时, 或当  $\dot{\Theta}_{fi}$  取式(25) 中第 1 行,  $\dot{\Theta}_{hij}$  取式(26) 中第 2 行时, 同样有式(34) 成立, 因此命题得证。

**定理 2** 对于含有模型不确定性以及外部未知干扰情况下的机械手模型方程(1), 如果控制律取式(22), 其中  $\tau$  由式(20) 确定, 参数自适应调整律为式(25)、(26),  $\tau_s$  为:

$$\tau_s = \begin{bmatrix} \tau_{s1} \\ \tau_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{s1} \operatorname{sgn}(\bar{e}^T PB) \\ k_{s2} \operatorname{sgn}(\bar{e}^T PB) \end{bmatrix} \quad (36)$$

式中  $k_{s1}, k_{s2}$  为给定正常数。

则控制系统具有如下性能:

$$1) |\Theta_{fi}| \leq M_{\Theta_{fi}}, |\Theta_{hij}| \leq M_{\Theta_{hij}}, \theta_i \in L_\infty, \tau_i \in L_\infty (i, j = 1, 2)$$

$$2) \lim_{t \rightarrow \infty} |\bar{e}| = 0$$

证明 将  $D$ -控制项代入式(35) 中可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2}\bar{e}^T Q\bar{e} + \bar{e}^T PB(\omega^* - H\tau_s + H\tau_d) = \\ &- \frac{1}{2}\bar{e}^T Q\bar{e} + \bar{e}^T PB\omega^* - |\bar{e}^T PB|H\left[\begin{array}{c} k_{s1} \\ k_{s2} \end{array}\right] + \\ &\bar{e}^T PBH\tau_d \end{aligned} \quad (37)$$

则由式(37) 可知:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\bar{e}^T Q\bar{e} + |\bar{e}^T PB|(\sup_{t \geq 0} |\omega^*| - H\left[\begin{array}{c} k_{s1} \\ k_{s2} \end{array}\right] + H\bar{\tau}_d) \quad (38)$$

只需要保证:

$$\sup_{t \geq 0} |\omega^*| - H\left[\begin{array}{c} k_{s1} \\ k_{s2} \end{array}\right] + H\bar{\tau}_d \leq 0 \quad (39)$$

就有:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\bar{e}^T Q\bar{e} \quad (40)$$

由 2) 对  $H(\theta)$  的定义可知,  $H(\theta) = M^{-1}(\theta)$ , 且由机械手系统的物理意义可知,  $M_{ij}(\theta) > 0$ 。将不等式(39) 两边同时乘以  $M(\theta)$ , 可得:

$$\left[\begin{array}{c} k_{s1} \\ k_{s2} \end{array}\right] \geq M(\theta) \sup_{t \geq 0} |\omega^*| + \bar{\tau}_d \quad (41)$$

即当  $\left[\begin{array}{c} k_{s1} \\ k_{s2} \end{array}\right] = M_L \sup_{t \geq 0} |\omega^*| + \bar{\tau}_d$  时, 可得式(40)。

上述证明可知,  $\tau_s$  中的  $k_{s1}$  和  $k_{s2}$  进行适当估算满足式(41) 即可。 $\bar{e}^T PB$  在式(25) 自适应律计算中已给出, 因此增加  $D$ -控制项不会增加计算量, 但却可以有效抑制干扰。

由式(40) 知  $V \leq L_\infty$ ,  $\bar{e} \leq L_\infty$ 。对式(40) 两边积分可得:

$$\int_0^\infty \frac{1}{2}\bar{e}^T Q\bar{e} dt \leq V(0) - V(\infty) \quad (42)$$

由式(40) 可知,  $\Theta_{fi}, \Theta_{hij}, \bar{e} \in L_\infty$ , 且由式(22) 知  $\dot{e} \in L_\infty$ 。由于:

$$\frac{d}{dt} |\bar{e}|^2 = \frac{\bar{e}^T \dot{\bar{e}}}{|\bar{e}|^2} \leq |\bar{e}| \in L_\infty \quad (43)$$

由 Barbalat 引理可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\bar{e}| = 0$ , 即  $\theta \rightarrow \theta_r, \dot{\theta} \rightarrow \dot{\theta}_r$ 。

样条函数作为一种非线性函数逼近器,只要足够多截断项来构造 $\hat{F}, \hat{H}$ ,就可以使逼近误差 $\omega^*$ 任意小。因此本文假设 $\omega^*$ 有界是合理的。

#### 4 仿真研究

考虑两关节机械手,其动力学模型为式(1),式中:

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} M_{11}(\theta_2) & M_{12}(\theta_2) \\ M_{21}(\theta_2) & M_{22}(\theta_2) \end{bmatrix}$$

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} G_1(\theta_1, \theta_2) \\ G_2(\theta_1, \theta_2) \end{bmatrix}$$

$$C(\theta) = \begin{bmatrix} -C_{12}(\theta_2)\dot{\theta}_2 & -C_{12}(\theta_2)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ C_{12}(\theta_2)\dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{11}(\theta_2) = (m_1 + m_2)r_1^2 + m_2r_2^2 + 2m_2r_1r_2\cos(\theta_2)$$

$$M_{12}(\theta_2) = m_2r_2^2 + m_2r_1r_2\cos(\theta_2)$$

$$M_{22}(\theta_2) = m_2r_2^2$$

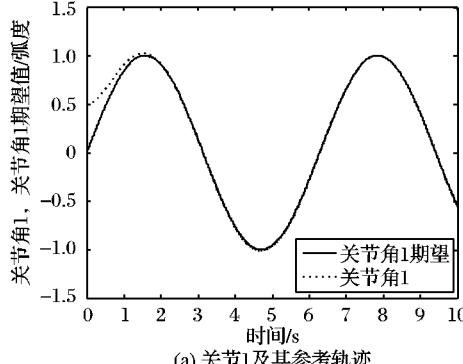
$$G_1(\theta_1, \theta_2) = m_2r_1r_2\sin(\theta_2)$$

$$G_1(\theta_1, \theta_2) = (m_1 + m_2)r_1\cos(\theta_2) + m_2r_2\cos(\theta_1 + \theta_2)$$

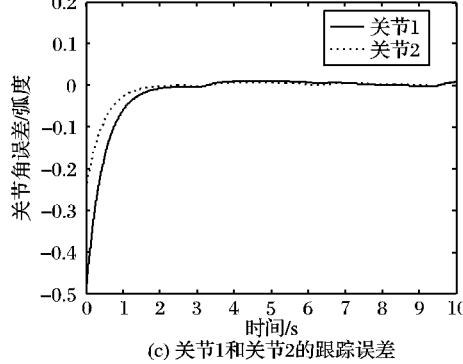
$$G_2(\theta_1, \theta_2) = m_2r_2\cos(\theta_1 + \theta_2)$$

仿真参数:  $r_1 = 1, r_2 = 0.8, m_1 = 0.5, m_2 = 0.5$ 。

期望跟踪信号为:



(a) 关节1及其参考轨迹



(c) 关节1和关节2的跟踪误差

$$[\theta_{11} \theta_{12}]^T = [\sin(t) \sin(t)]^T$$

系统所受外部干扰为:

$$[\tau_{d1} \tau_{d2}]^T = [2\sin(2t) 1.3\cos(2t)]^T$$

#### 4.1 采用样条函数逼近不确定项仿真

采用样条函数逼近不确定项。样条函数的时间参数 $t_a$ 必须在 $[0, 1]$ 内,因此需要将自变量时间 $t$ 的区间 $[0, +\infty)$ 变换到区间 $[0, 1]$ ,可选取 $t_a = \exp(- (t/c)^2)$ ( $c$ 为常数), $t_a = t/(t+1)$ 等形式,但经仿真验证对最终结果影响不大,因此本文将其设计为 $t_a = \exp(- (t/0.9)^2)$ 。

自适应参数 $\Theta_{fi}$ 的初始值选取为 $\Theta_{fi}(0) = [0.1, \dots, 0.1]_{16 \times 1}$ ,而 $\Theta_{hij}$ 参数的选取必须保证 $\hat{H}(\theta)$ 非奇异。选择如下:

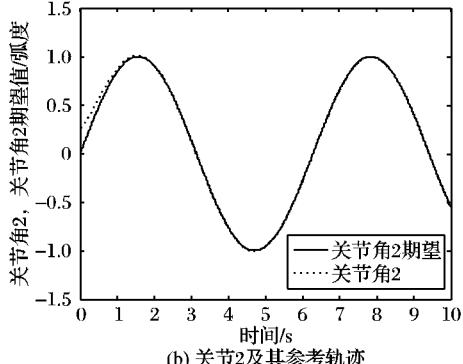
$$\Theta_{h11} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\Theta_{h22} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

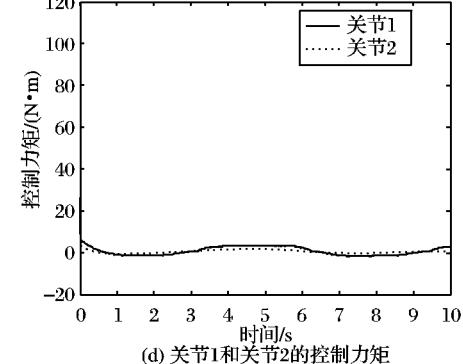
$$\Theta_{h12} = \Theta_{h21} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

其他参数设计为: $M_{\Theta_{fi}} = 10, M_{\Theta_{hij}} = 15, \gamma_{fi} = \gamma_{hij} = 0.01, \varepsilon_0 = 0.1, k_{s1} = 30, k_{s2} = 30$ 。

采用Simulink和S函数进行控制系统仿真。仿真结果如图1所示。图1(a)~1(b)为关节角输出及其参考轨迹,图1(c)为误差曲线,图1(d)为控制力矩。从图1(c)中可以看出采用样条函数逼近不确定项具有较好的稳态和暂态性能,跟踪误差能够快速收敛,上升时间和超调量都较小。



(b) 关节2及其参考轨迹



(d) 关节1和关节2的控制力矩

图1 采用样条函数逼近不确定项

#### 4.2 采用模糊逻辑逼近不确定项仿真

采用模糊逻辑逼近不确定项。采用单值模糊器、乘积推理和重心平均反模糊器来设计模糊系统,则模糊系统输出可以表示为:

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \left( \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)}{\sum_{l=1}^M \left( \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)}$$

其中: $\bar{y}^l$ 是隶属度, $\mu_i^l$ 为最大值对应的点。

定义1 隶属度函数为:

$$\mu_{F_i^l}(x_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - \sigma_j}{0.6}\right)^2\right); j = 1, 2, 3$$

其中: $\sigma_1 = 1.25, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -1.25$ 。

定义2  $x = [\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2]^T$ 。则 $f_i(\theta, \dot{\theta}), h_{ij}(\theta)$ 可以表示为:

$$\begin{cases} \hat{f}_i(x) = q_{fi}\varphi(x)^T \\ \hat{h}_{ij}(x) = q_{hij}\varphi(x)^T \end{cases}$$

式中: $q_{fi}, q_{hij}$ 分别表示自适应参数调整向量, $\varphi(x)^T = [\varphi_1(x), \dots, \varphi_M(x)]^T$ 为回归向量。

$$\varphi_l(\mathbf{x})^T = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{Fl_i}(\mathbf{x}_i)}{\sum_{l=1}^M \left( \prod_{i=1}^n \mu_{Fl_i}(\mathbf{x}_i) \right)}$$

参数自适应调整向量的初始值参见 4.1 节, 其他参数为:  $M_{\theta_{fj}} = 10, M_{\theta_{hj}} = 10, \gamma_{fj} = \gamma_{hj} = 0.2, \epsilon_0 = 0.1, k_{s1} = 30, k_{s2} = 30$ 。

仍然采用 Simulink 和 S 函数进行控制系统仿真。仿真结

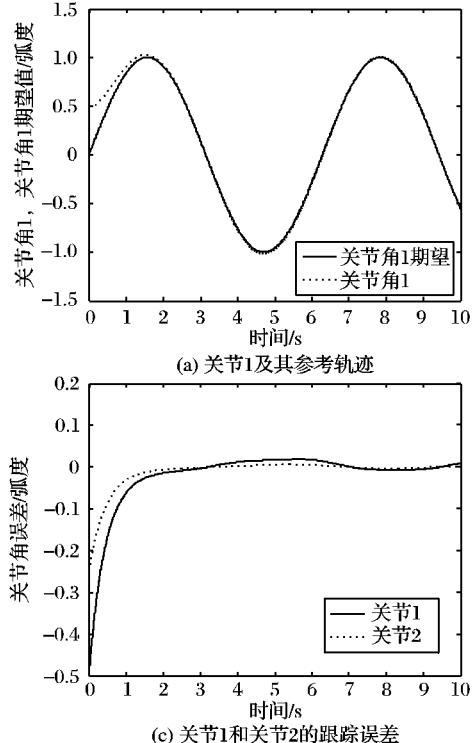


图 3 为没有自适应逼近时的关节角误差曲线, 与图 1(c)

和图 2(e)相比可以看出, 本文所设计的控制器能够使关节角的误差更小且收敛速度更快, 系统的动态性能和稳态性能都得到了明显的提高。

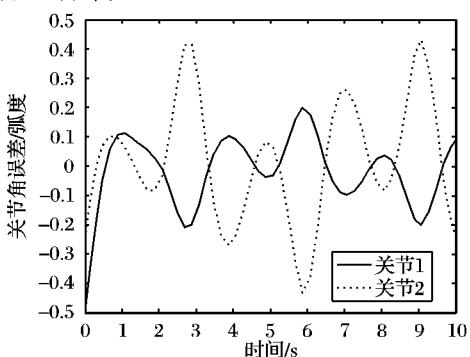
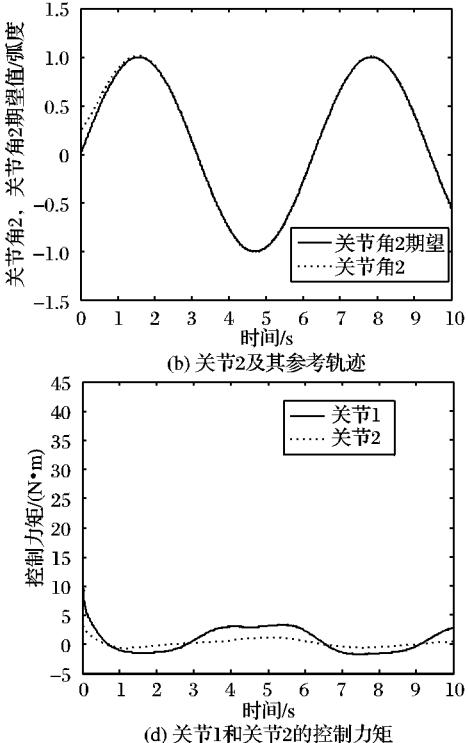


图 3 为没有自适应逼近时的关节角跟踪误差曲线

## 5 结语

本文针对带有模型不确定以及外部干扰的机械手系统提出了一种间接鲁棒预测控制方法。通过 Taylor 展开设计基于样条函数逼近的非线性预测控制律, 避免了预测控制在线优化带来的繁重计算, 实现了快速无静差跟踪。通过 D-控制项的引入使系统在存在模型不确定性以及外部干扰的情况下, 只需给出干扰的边界值, 就能够保证系统的稳定性。仿真实验将样条函数和模糊逻辑相比较, 验证了它们都是处理不确定性的有效方法, 并给出了它们的优缺点分析, 为机械手的实

果如图 2 所示。图 2(a)~2(b)为关节角输出及其参考轨迹, 图 2(c)为误差曲线, 图 2(d)为控制力矩。从图中可以看出关节角能够较快地跟踪上参考轨迹, 取得了一个较好的控制效果。但是模糊逻辑与样条函数相比, 其控制精度较低, 模糊控制器的隶属度函数、控制规则是根据经验预先总结确定的; 而样条函数具有计算量较小, 实时性优于模糊逻辑等优点, 其实用性要好于模糊逻辑。



际应用作了相应的理论准备。

## 参考文献:

- [1] TANNER H G, LOIZOU S G, KYRIAKOPOULOS K J. Nonholonomic navigation and control of cooperating mobile manipulators[J]. IEEE Transactions on Robotic Autom, 2003, 19(1): 53–64.
- [2] TAYEBI A. Adaptive iterative learning control for robot manipulators[J]. Automatica, 2004, 40(7): 1195–1203.
- [3] LIUZZO S, TOMEI P. A global adaptive learning control for robotic manipulators[J]. Automatica, 2008, 44(5): 1379–1384.
- [4] LIUZZO S, MARINO R, TOMEI P. Adaptive learning control of nonlinear systems by output error feedback[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(4): 1232–1248.
- [5] SHI J, LIU H, BAJCINCA N. Robust control of robotic manipulators based on integral sliding mode[J]. International Journal of Control, 2008, 81(10): 1537–1548.
- [6] BARAMBONES O, ETXEARRIA V. Robust neural control for robotic manipulators[J]. Automatica, 2002, 38(2): 235–242.
- [7] LI T H S, HUANG Y C. MIMO adaptive fuzzy terminal sliding-mode controller for robotic manipulators[J]. Information Sciences, 2010, 180(23): 4641–4660.
- [8] ZUO YI, WANG YAONAN, LIU XINZHI, et al. Neural network robust  $H^\infty$  tracking control strategy for robot manipulators[J]. Applied Mathematical Modelling, 2010, 34(7): 1823–1838.
- [9] LI ZHIJUN, GE S S, WANG ZHUPING. Robust adaptive control of coordinated multiple mobile manipulators[J]. Mechatronics, 2008, 18(5): 239–250.
- [10] WU YU-XIANG, WANG HAO, MAO ZONG-YUAN, et al. Fuzzy indirect adaptive controller for manipulator trajectory tracking applications[J]. Control Theory & Applications, 2004, 21(5): 748–764.

(下转第 1740 页)

### 3.4 实验结果

软件缺陷预测实验利用属性选择算法选出的不同大小的最优属性子集作为软件缺陷预测模型的输入量,得出模型的分类准确度。图 1~图 4 描述了本实验的实验结果。每一个盒图反映了模型在不同大小数据集上的预测精度合理区间及离群点。它由 5 个数值点组成:最小值、下四分位数、中位数、上四分位数和最大值。离群点单独绘出。最大值代表了预测模型所能获得的最优分类准确度;最大值与最小值区间代表了预测模型获得的合理分类准确度,体现了属性选择优化预测模型的过程;离群点可能高于最大值或低于最小值,是不合理分类准确度,应被舍弃。

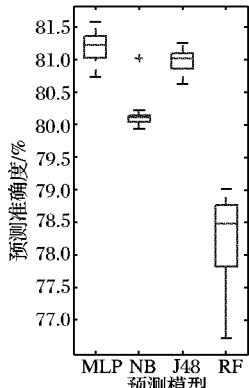


图 1 JM1 各模型盒图

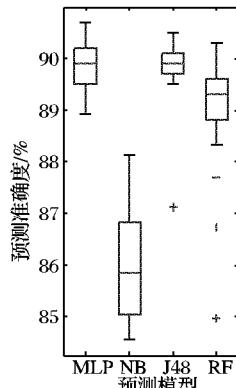


图 2 CM1 各模型盒图

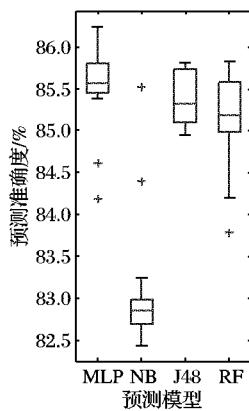


图 3 KC1 各模型盒图

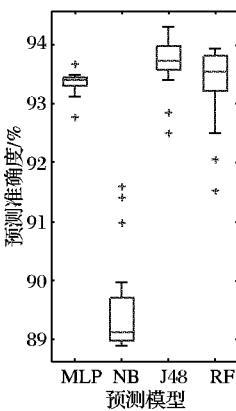


图 4 PC1 各模型盒图

Catal 等<sup>[12]</sup>提出了基于关联度的属性选择方法(Correlation-based Feature Selection, CFS),并用与本文相同的数据集进行实验,本文也将所提方法(Improved Mutual Information-based Feature Selection, IMIFS)与 CFS 进行了比较。实验结果见表 3。

由表 3 可见,本文的属性选择方法对于软件缺陷预测有较高的准确度。尽管 MLP 没有对比实验,但 MLP 在各属性集上的分类准确度均不逊于其他方法,并在 JM1、CM1 数据集上获得了最高的分类准确度,具有较好的泛化能力。

(上接第 1712 页)

- [11] 佟绍成,周军. 非线性模糊间接和直接自适应控制器的设计和稳定性分析[J]. 控制与决策, 2000, 15(3): 293~296.
- [12] LU P. Optimal predictive control for continuous nonlinear systems [J]. International Journal of Control, 1995, 62(3): 633~649.
- [13] SOROUSH M, SOROUSH H M. Input-output linearising nonlinear model predictive control [J]. International Journal of Control, 1997, 68(6): 1449~1474.
- [14] CHEN W H, BALANCE D J, GAWTHROP P J, et al. Optimal control of nonlinear system: a predictive control approach [J].

表 3 不同算法组合的分类准确度 %

算法	数据集			
	JM1	CM1	KC1	PC1
IMIFS + MLP	81.29	90.69	85.52	93.50
IMIFS + NB	80.71	88.12	83.01	89.97
CFS + NB	80.42	84.84	82.46	89.00
IMIFS + J48	81.13	90.50	85.81	94.31
CFS + J48	80.22	88.60	84.63	93.48
IMIFS + RF	79.94	90.30	85.62	93.95
CFS + RF	80.66	88.45	85.77	93.84

### 4 结语

本文提出一种基于互信息的属性选择方法,并将选出的最优属性子集用于软件缺陷预测。软件缺陷的预测模型使用四种机器学习方法建立。实验结果表明,基于互信息的属性选择方法有助于提高软件缺陷预测模型的准确度,同时提高预测模型的运行效率,具有很好的实用价值。

### 参考文献:

- [1] 王青,伍书剑,李明树. 软件缺陷预测技术[J]. 软件学报, 2008, 19(7): 1565~1580.
- [2] 刘海,郝克刚. 软件缺陷数据的定义[J]. 计算机应用, 2008, 28(1): 226~228.
- [3] 洪智勇,刘灿涛,邓宝林. 基于二次 Renyi 熵的正则化互信息特征选择方法[J]. 计算机应用, 2010, 30(5): 1273~1276.
- [4] COVER T M, THOMAS J A. Elements of information theory [M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1991.
- [5] KWAK N J, CHOI C H. Input feature selection by mutual information based on Parzen window[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(12): 1667~1671.
- [6] AMIRI F, YOUSEFI M M R, LUCAS C, et al. Mutual information-based feature selection for intrusion detection systems[J]. Journal of Network and Computer Applications, 2011, 34(4): 1184~1199.
- [7] BAE C, YEH W C, CHUNG Y Y, et al. Feature selection with intelligent dynamic swarm and rough set[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(10): 7026~7032.
- [8] 刘华文. 基于信息熵的特征选择算法研究[D]. 长春: 吉林大学, 2010.
- [9] BATTITI R. Using mutual information for selecting features in supervised neural net learning[J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2005, 17(9): 1199~1207.
- [10] MENZIES T, GREENWALD J, FRANK A. Data mining static code attributes to learn defect predictors[J]. IEEE Transactions on Software Engineering, 2007, 32(11): 2~13.
- [11] ZHENG JUN. Cost-sensitive boosting neural networks for software defect prediction[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(6): 4537~4543.
- [12] CATAL C, DIRI B. Investigating the effect of dataset size, metrics sets, and feature selection techniques on software fault prediction problem[J]. Information Sciences, 2009, 179(8): 1040~1058.

Automatica, 2003, 39(4): 633~641.

- [15] 孙光,霍伟. 卫星姿态直接自适应模糊预测控制[J]. 自动化学报, 2010, 36(8): 1151~1159.
- [16] CHEN W H, BALANCE D J, GAWTHROP P J. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000, 47(4): 932~937.
- [17] LABIOD S, BOUCHERIT M S, GUERRA T M. Adaptive fuzzy control of a class of MIMO nonlinear systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 151(1): 59~77.