

基于混沌云模型的粒子群优化算法

张朝龙*, 余春日, 江善和, 刘全金, 吴文进, 李彦梅

(安庆师范学院 物理与电气工程学院, 安徽 安庆 246011)

(* 通信作者电子邮箱 zhangcl@aqtc.edu.cn)

摘要:针对传统粒子群优化(PSO)算法寻优精度不高和易陷入局部收敛区域的缺点,引入混沌算法和云模型算法对 PSO 算法的进化机制进行优化,提出混沌云模型粒子群优化(CCMPSO)算法。在算法处于收敛状态时将粒子分为优秀粒子和普通粒子,应用云模型算法和优秀粒子对收敛区域局部求精,发掘全局最优位置;应用混沌算法和普通粒子对收敛区域以外空间进行全局寻优,探索全局最优位置。应用特征根法对 CCMPSO 算法的收敛性进行分析,并通过仿真实验证明,CCMPSO 算法的寻优性能优于其他常用 PSO 算法。

关键词:混沌;云模型;粒子群优化;适应度

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A

Particle swarm optimization algorithm based on chaos cloud model

ZHANG Chao-long*, YU Chun-ri, JIANG Shan-he, LIU Quan-jin, WU Wen-jin, LI Yan-mei

(School of Physics and Electrical Engineering, Anqing Normal University, Anqing Anhui 246011, China)

Abstract: To deal with the problems of low accuracy and local convergence in conventional Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm, the chaos algorithm and cloud model algorithm were introduced into the evolutionary process of PSO algorithm and the chaos cloud model particle swarm optimization (CCMPSO) algorithm was proposed. The particles were divided into excellent particles and normal particles when CCMPSO was in convergent status. To search the global optimum location, the cloud model algorithm as well as excellent particles was applied to local refinement in convergent area, meanwhile chaos algorithm and normal particles were used to global optimization in the outside space of convergent area. The convergence of CCMPSO was analyzed by eigenvalue method. The simulation results prove the CCMPSO has better optimization performance than other main PSO algorithms.

Key words: chaos; cloud model; Particle Swarm Optimization (PSO); fitness

0 引言

粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法自 Kennedy 等^[1]提出以来,已在函数优化、模糊控制和神经网络等领域^[2-3]取得了广泛应用。该算法运行速度快、结构简单和易于实现,同时也存在早熟收敛、寻优精度不高的缺点。PSO 算法的改进方法一般分为两类:第一类是在寻优过程中调整算法的参数,如设置惯性权重随进化代数线性递减^[4],或在进化方程中增加收缩因子^[5]等,此类改进方法可提高算法的收敛速度和优化精度,但无法克服算法早熟问题;第二类是将其他优化算法与 PSO 算法融合,如将 PSO 算法与单纯形法^[6]、混沌算法^[7]等融合,利用优化算法的全局寻优能力跳出局部收敛区域以及利用优化算法的局部求精能力提高寻优精度,对算法的寻优性能有较明显的改善效果。因此,第二类改进方法是当前的研究重点,即选择合适的优化算法与 PSO 算法融合,通过合理有效的机制完成寻优过程,提高 PSO 算法的寻优能力。

云模型是一种用语言值表示的定性概念与其定量表示之间的不确定性转换模型^[8],在知识表达时具有不确定中带有确定性、稳定之中又有变化的特点,体现了自然界物种进化的

基本原理。已有研究成果^[9-10]将云模型算法^[11]引入 PSO 算法的进化机制,从而提高 PSO 算法的寻优能力。在这些研究成果中,一般设置云模型算法的寻优范围随着进化的进行而动态缩小。当 PSO 算法的全部粒子聚集于一个或多个收敛区域时,因为无法判定全局最优位置是否在当前收敛区域,寻优范围的缩小极易导致 PSO 算法陷入局部收敛区域。

本文在总结已有研究成果的基础上,提出一种改进 PSO 算法——混沌云模型粒子群优化(chaos cloud model particle swarm optimization, CCMPSO)算法。利用平均粒距和适应度方差判定 PSO 算法是否处于收敛状态,当算法处于收敛状态时,将粒子分为优秀粒子和普通粒子,应用云模型算法和优秀粒子对收敛区域进行进一步开发,局部求精,发掘全局最优位置;应用混沌算法和普通粒子对收敛区域以外空间进行全局寻优,探索全局最优位置。

1 PSO 算法

PSO 算法源于对鸟类的觅食行为的模拟,通过鸟群的集体协作使群体达到最优。标准 PSO 算法初始化产生一群粒子,每个粒子以一定的速度在 n 维空间里飞行,飞行速度由个体的飞行经历和群体的飞行经历动态调整。 $X_i = (X_{i1}, X_{i2},$

收稿日期:2011-12-31;修回日期:2012-02-16。 基金项目:国家自然科学基金资助项目(10974139);安徽高校省级自然科学基金重点项目(KJ2010A227);安徽高校省级优秀青年人才基金资助项目(2012SQRL112);安庆师范学院青年科研基金资助项目(KJ201104)。

作者简介:张朝龙(1982-),男,安徽明光人,讲师,硕士,主要研究方向:智能算法;余春日(1965-),男,安徽宿松人,教授,主要研究方向:仿真算法;江善和(1975-),男,安徽安庆人,副教授,硕士,主要研究方向:神经网络。

\dots, X_{in} 是粒子 i 当前的位置, $V_i = (V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{in})$ 是粒子 i 当前的速度, $P_i = (P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{in})$ 是粒子 i 所经历过的最优位置, 在这个位置粒子 i 拥有最优适应度。设 $f(x)$ 为最小化的目标函数, 则粒子 i 的最优位置由式(1) 决定:

$$P_i = \begin{cases} P_i, & f(P_i) < f(X_i(t+1)) \\ X_i(t+1), & f(P_i) \geq f(X_i(t+1)) \end{cases} \quad (1)$$

所有粒子所经过的位置中最优的位置称为全局最优位置, 记为 $P_g(t)$ 。即:

$$P_g(t) = \arg \min \{f(P_i) \mid i = 1, 2, \dots, S\} \quad (2)$$

PSO 算法的进化方程为:

$$V_i(t+1) = wV_i(t) + c_1r_1(P_i - X_i(t)) + c_2r_2(P_g - X_i(t)) \quad (3)$$

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1) \quad (4)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, S$, S 为种群规模; c_1, c_2 为加速因子; $r_1, r_2 \in [0, 1]$, 是均匀分布的随机数; w 为惯性权重, w 与进化代数 t 的关系可以定义为:

$$w = 0.95 - \frac{t}{t_{\max}} * 0.55 \quad (5)$$

2 混沌算法

混沌是一种普遍的非线性现象, 一般是指由确定性方程得到具有随机性的运动状态, 典型的有 Logistic 映射式:

$$Z_{n+1} = \rho Z_n(1 - Z_n) \quad (6)$$

其中: $\rho \in [0, 4]$, 为 Logistic 参数; Z_n 为混沌变量; Z_0 是混沌变量的初始值, 其微小差异在长时间后将导致巨大的差别, 因而混沌变量的轨迹能按其自身规律不重复的遍历寻优空间的所有状态, 有利于克服一般随机算法中因位置分布不合理带来的局限性。

3 云模型算法

云模型是一种用语言值表示的定性概念与其定量表示之间的不确定性转换模型, 在知识表达时具有不确定中带有确定性、稳定之中又有变化的特点, 体现了自然界物种进化的基本原理。

设 U 是一个用数值表示的定量论域, C 是 U 上的定性概念, 若定量值 x 属于 U 是定性概念 C 的一次随机实现, x 对 C 的确定度是有稳定倾向的随机数, 则 x 在论域 U 上的分布称为云, 记为云 $C(x)$, 每一个 x 称为一个云滴。正态云模型是一个遵循正态分布规律的具有稳定倾向的随机数集, 所表达的概念的整体特性可以用期望值 Ex 、熵 En 和超熵 He 来整体表征。

一维正态云算子 $Ar^{\text{Forward}}(C(Ex, En, He))$ 是一个把定性概念的整体特征变换为定量表示的映射 $\pi: C \rightarrow \Pi$, 满足下列条件:

$$\theta = \{t_i \mid \text{Norm}(En, He) \text{ 的一次实现}, i = 1, 2, \dots, n\} \quad (7)$$

$$X = \{x_i \mid x_i \text{ 为 } \text{Norm}(Ex, t_i) \text{ 的一次实现},$$

$$t_i \in \theta, i = 1, 2, \dots, n\} \quad (8)$$

$$\Pi = \{(x_i, y_i) \mid x_i \in X, t_i \in \theta, y_i = e^{-(x_i - Ex)^2 / (2t_i^2)}\} \quad (9)$$

利用正态云算子, 可把定性概念 $C(Ex, En, He)$ 转变为数值表示的云滴集合, 实现概念空间到数值空间的转换。

云模型算法^[11] 对于云模型 $C(Ex, En, He)$, Ex 可以代表父代个体遗传的优良特征, 是子代对父代的继承; En 称为

进化熵, 代表子代变异的大概范围; He 称为进化超熵, 表征进化的稳定性, He 越大则不确定性越大。用正向云算子可以完成概念空间到数值空间的转换, 在云模型参数的控制下产生子代种群, 完成遗传操作。

4 CCMPSO 算法

4.1 CCMPSO 算法描述

PSO 算法和优化算法的融合可提高其寻优能力, 若将优化算法融合于 PSO 算法的每一次迭代寻优中, 由于 PSO 算法初始阶段处于全局搜索状态, 此时融入优化算法将增加 PSO 算法的复杂度, 延缓 PSO 算法的收敛速度, 降低 PSO 算法的效率。因此当 PSO 算法处于收敛状态时, 即种群中粒子聚集于一个或多个收敛区域时, 是优化算法与 PSO 算法融合的合理时机。

本文在之前研究成果的基础上, 提出混沌云模型粒子群优化 (CCMPSO) 算法。首先作如下定义。

定义 1 平均粒距 Dis 。

$$Dis = \frac{1}{S * L} * \sum_{i=1}^S \sqrt{\sum_{j=1}^n (P_{ij} - \bar{P}_j)^2} \quad (10)$$

其中: S 为种群的规模, L 为寻优空间的对角极值, n 为空间的维数, P_{ij} 表示第 i 个粒子的第 j 维位置, 而 \bar{P}_j 表示种群的第 j 维平均位置。

平均粒距独立于种群规模、解空间的维数和寻优范围, 可表征种群的紧密程度: Dis 越大, 种群越松散; Dis 越小, 种群越紧密。

定义 2 粒子适应度方差 σ^2 。

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^S \left(\frac{f(P_i) - \bar{f}}{f} \right)^2 \quad (11)$$

其中: S 为种群的规模; P_i 是粒子 i 的最好位置; $f(P_i)$ 为粒子 i 的适应度; \bar{f} 为种群的适应度均值; f 为归一化定标因子, 按式(12) 取值, 作用是限制 σ^2 的大小。

$$f = \begin{cases} \max_{1 \leq i \leq S} |f(P_i) - \bar{f}|, & \max |f(P_i) - \bar{f}| > 1 \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

粒子的适应度方差反映了种群中粒子的聚集程度: σ^2 越小, 种群中粒子的聚集程度越大; σ^2 越大, 粒子的聚集程度越小。

定义 3 收敛状态。

预先设定阈值 δ 和 ζ 。当 $Dis \geq \delta$ 且 $\sigma^2 \geq \zeta$ 时, PSO 算法处于全局搜索状态; $Dis < \delta$ 或 $\sigma^2 < \zeta$ 时, PSO 算法进入收敛状态。在进入收敛状态后, 若无合理有效的进化机制, PSO 算法极易陷入局部收敛区域。

定义 4 优秀粒子。

设 $f(x)$ 为最小化的目标函数, 若粒子 i 适应度小于种群的适应度均值, 即:

$$f(P_i) < \bar{f} \quad (13)$$

则称粒子 i 称为优秀粒子。优秀粒子在进化中搜索到较好的位置, 根据社会学经验, “优秀的个体周围往往存在更优个体”, 在优秀粒子附近进行局部求精, 可能搜索到更优位置。

定义 5 普通粒子。

设 $f(x)$ 为最小化的目标函数, 若粒子 i 适应度大于等于种群的适应度均值, 即:

$$f(P_i) \geq \bar{f} \quad (14)$$

则称粒子 i 称为普通粒子,普通粒子在寻优过程中滞后于优秀粒子。

定义 6 最优个体。

设 $f(x)$ 为最小化的目标函数,若在云模型算法的种群中粒子 i 适应度最小,即:

$$P_i = \arg \min \{f(P_j) \mid j = 1, 2, \dots, S\} \quad (15)$$

则称粒子 i 为最优个体, P_i 为当前全局最优位置。

CCMPSO 算法中首先初始化粒子的位置和速度,应用传统 PSO 算法的进化机制迭代寻优,当算法处于收敛状态时,启动混沌云模型算法优化 M 次。应用云模型算法对收敛区域进行进一步开发,局部求精,发掘全局最优位置;应用混沌算法对收敛区域以外空间进行全局寻优,探索全局最优位置。混沌云模型的优化策略分为以下三部分。

1) 云模型算法对进化的粒子要求较高,作为父代个体的粒子需要具有优良的品质,才能遗传进化出优秀的子代个体。将优秀粒子作为云模型算法的父代个体,并确定父代最优个体,应用云模型算法产生子代个体,比较父代和子代的最优个体,当本次优化得到子代最优个体适应度小于父代最优个体的适应度时,进行全局最优位置的更新。

2) 混沌算法对粒子的初始位置无要求,将普通粒子应用混沌算法优化。应用式(6)对粒子进行 Logistic 映射,粒子新位置呈现遍历性、随机性和多样性,可有效地在收敛区域以外空间搜索全局最优位置,当映射产生的新粒子的适应度小于当前全局最优位置的适应度时,完成全局最优位置的更新。

3) 比较云模型算法和混沌算法寻优得到的全局最优位置的适应度,计算得到全局最优位置。

混沌云模型算法寻优过程结束时,若寻优过程累计尚未达到 M 次,则再次计算出优秀粒子和普通粒子,循环混沌云模型算法的寻优过程。

CCMPSO 算法流程如图 1 所示。

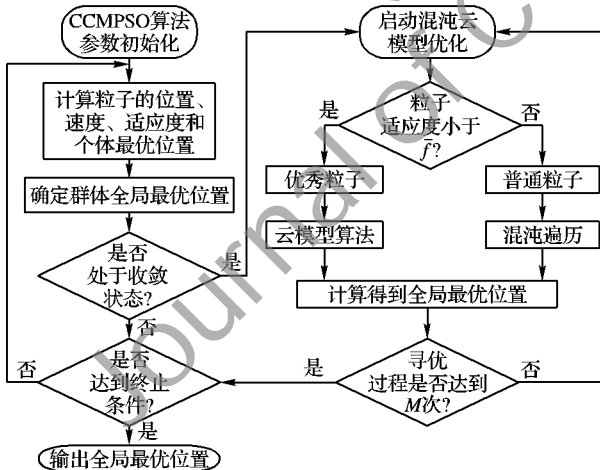


图1 CCMPSO 算法流程

4.2 CCMPSO 算法收敛性分析

定理 1 传统 PSO 算法是局部收敛算法。

证明 定义 $\varepsilon_1 = c_1 r_1$, $\varepsilon_2 = c_2 r_2$, $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ 。假设算法中全局最优位置 P_g 、个体最优位置 P_i 、惯性权重 w 、 ε_1 和 ε_2 是常数,时不变,并将算法简化到一维进行分析,则式(3)可化简为:

$$V_i(t+1) = wV_i(t) + \varepsilon_1 P_i + \varepsilon_2 P_g - \varepsilon X_i(t) \quad (16)$$

令式(16)中 $t = t+1$,则得到:

$$V_i(t+2) = wV_i(t+1) + \varepsilon_1 P_i + \varepsilon_2 P_g - \varepsilon X_i(t+1) \quad (17)$$

将式(4)代入式(17)可得:

$$V_i(t+2) = (w - \varepsilon)V_i(t+1) + \varepsilon_1 P_i + \varepsilon_2 P_g - \varepsilon X_i(t) \quad (18)$$

综合式(16)与式(18)可得速度的差分方程,如式(19):

$$V_i(t+2) + (\varepsilon - w - 1)V_i(t+1) + wV_i(t) = 0 \quad (19)$$

求其特征方程为:

$$\lambda^2 + (\varepsilon - w - 1)\lambda + w = 0 \quad (20)$$

令式(20)中 $\lambda = \frac{\sigma+1}{\sigma-1}$,则得到:

$$\left(\frac{\sigma+1}{\sigma-1}\right)^2 + (\varepsilon - w - 1)\left(\frac{\sigma+1}{\sigma-1}\right) + w = 0 \quad (21)$$

整理可得:

$$\varepsilon\sigma^2 + 2(1-w)\sigma + 2w + 2 - \varepsilon = 0 \quad (22)$$

根据劳斯—赫尔维格判据可得,当满足表达式(23)时,系统渐进稳定。

$$\begin{cases} \varepsilon > 0 \\ 0 \leq w < 1 \\ \varepsilon < 2w + 2 \end{cases} \quad (23)$$

根据特征根法,可求得系统收敛于:

$$\begin{cases} V_i(t_{\max}) = 0 \\ X_i(t_{\max}) = \frac{\varepsilon_1 P_i + \varepsilon_2 P_g}{\varepsilon} \end{cases} \quad (24)$$

其中 t_{\max} 为最大进化代数。式(24)表明当传统 PSO 算法参数满足式(23)时,种群中粒子的速度将趋于 0,位置收敛于 $\frac{\varepsilon_1 P_i + \varepsilon_2 P_g}{\varepsilon}$ 。

证毕。

推论 1 传统 PSO 算法的局部收敛是 CCMPSO 算法收敛的充分条件。

证明 CCMPSO 算法的进化机制是在传统 PSO 算法处于收敛状态后应用混沌云模型算法进行优化。混沌云模型算法并未修改传统 PSO 算法的进化机制与参数,仅更新传统 PSO 算法的全局最优位置,设混沌云模型算法寻优得到的全局最优位置为 P'_g ,则当前全局最优位置通过式(25)更新:

$$P_g = \begin{cases} P'_g, & f(P'_g) < f(P_g) \\ P_g, & f(P'_g) \geq f(P_g) \end{cases} \quad (25)$$

CCMPSO 算法仅修改传统 PSO 算法收敛分析方程中的 P_g ,未修改算法的其他参数,因此,式(19)对 CCMPSO 算法同样成立,即当 CCMPSO 的算法参数满足式(23)时,CCMPSO 算法是收敛算法。

证毕。

4.3 云模型算法参数设置

云模型算法中期望值 Ex 、熵 En 、超熵 He 对算法的局部求精性能有直接的影响。 Ex 是期望值,是进化算法的指引,是所有云滴即新粒子产生的重心,因此必须选择最接近极值点的位置作为 Ex ,本文选择当前全局最优位置作为 Ex ,当前全局最优位置是最有可能最接近极值点的位置。

En 值与粒子的寻优范围成正比,算法初期应该具有较大的寻优范围,算法后期则应该在较小的范围内局部求精,因此取当前适应度方差 σ^2 作为 En 的值,动态缩小寻优范围。

He 较大时算法稳定性差,而当 He 较小时随机性不强,在

算法初期应具有较大随机性,在算法后期应增加稳定性,因此取 $En/10$ 作为 He 的值,实现算法随机性与稳定性的统一。

5 仿真实验及分析

为测试 CCMP SO 算法的性能,将其与基于单纯形法优化的 PSO 算法 SMP SO、基于混沌算法优化的 PSO 算法 CPSO 和基于云模型优化的 PSO 算法 CMP SO 作对比测试,分别使用 5 个适应度函数^[12],即 Sphere 函数、Ackley 函数、Ellipse 函数、Griewank 函数和 Rastrigrin 函数进行测试。测试函数维数和寻优范围如表 1 所示。

表 1 测试函数

函数	维数	范围	函数	维数	范围
Sphere	30	[-50, 100]	Griewank	50	[-600, 600]
Ackley	30	[-32, 64]	Rastrigrin	100	[-500, 500]
Ellipse	30	[-5, 5]			

各 PSO 算法最大进化代数数为 1000,种群规模为 20, c_1 和 c_2 等于 2, w 按式(5)取值, δ 和 ζ 分别设置为 0.01 和 0.001, M 取值为 4。为避免实验中偶然性现象,现将 4 种算法针对 5 个函数同时进行了 50 次实验。图 2 是一次随机的各算法对 Griewank 函数寻优过程中适应度与进化代数曲线对比图。表 2 是各算法在 50 次实验中取得的适应度平均值和最优值。

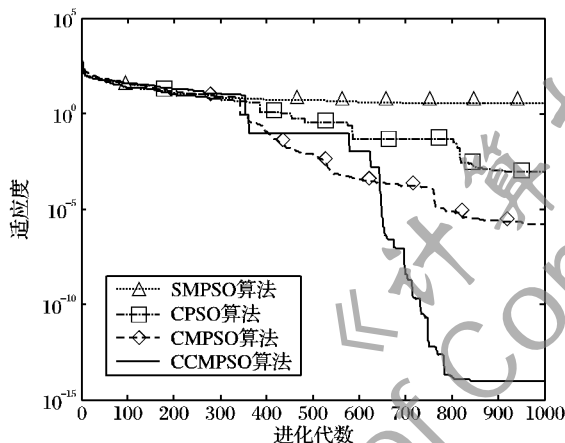


图 2 Griewank 函数适应度—进化代数曲线对比

分析图 2,各 PSO 算法的前 300 次迭代中进化曲线大致吻合,此时各 PSO 算法均处于全局搜索状态,未进入收敛状态,尚未与优化算法融合。当处于收敛状态时,优化算法与 PSO 算法融合, SMP SO 算法中单纯形法是一种局部收敛算法,对于摆脱局部收敛区域能力较弱,寻优效果不佳; CPSO 算法应用混沌算法遍历整个搜索空间,可以有效地跳出收敛区域,但该算法局部求精能力较差,算法寻优缺乏连续持续更新能力; CMP SO 算法在进化初期有着较为持续的寻优性能,但在进化中后期由于寻优范围逐步缩小,该算法还是无法避免陷入局部收敛区域; CCMP SO 算法在混沌云模型算法启动的初始阶段由于当前全局最优位置与极值点误差较大,而云模型算法的所有新粒子按照 Ex 即当前全局最优位置为重心产生,此时云模型算法的寻优精度较差,局部求精能力较弱, CCMP SO 算法全局最优位置主要由混沌算法遍历产生,初始曲线较为陡峭,进化中后期当前全局最优位置与极值点误差较小,云模型算法可精确地在极值点附近产生新粒子,此时 CCMP SO 算法的全局最优位置更新较为连续,曲线表现较为平滑。从表 2 可以得出, CCMP SO 对五个函数实验得到的适应度平均值、最优值在四种算法中都是最低,寻优效果最佳。

表 2 适应度比较

函数	算法	平均值	最优值
Sphere	SMP SO 算法	3.7403	2.6762
	CPSO 算法	$2.8936E-06$	$1.5738E-08$
	CMP SO 算法	$1.2795E-11$	$9.3079E-13$
	CCMP SO 算法	$7.8210E-123$	$5.2674E-127$
Ackley	SMP SO 算法	3.1384	2.2891
	CPSO 算法	$8.1581E-04$	$1.3401E-06$
	CMP SO 算法	$9.0170E-06$	$8.5532E-07$
	CCMP SO 算法	$6.2172E-15$	$1.1390E-15$
Ellipse	SMP SO 算法	103.8873	54.2894
	CPSO 算法	73.8052	38.6015
	CMP SO 算法	$4.1556E-06$	$7.7415E-07$
	CCMP SO 算法	$9.4938E-94$	$1.7750E-99$
Griewank	SMP SO 算法	3.1574	2.5832
	CPSO 算法	$8.0363E-04$	$1.6283E-07$
	CMP SO 算法	$1.2913E-06$	$6.0856E-07$
	CCMP SO 算法	$6.1387E-15$	$7.9852E-17$
Rastrigrin	SMP SO 算法	$7.8847E+04$	$5.6115E+04$
	CPSO 算法	0.0154	0.0018
	CMP SO 算法	$4.3306E-04$	$9.8580E-05$
	CCMP SO 算法	$2.5499E-06$	$4.5302E-07$

6 结语

本文提出了一种具有较强全局搜索和局部求精能力的 CCMP SO 算法,使用特征根法对该算法的收敛性进行分析,并应用适应度函数对算法寻优性能进行仿真测试。研究的下一步重点是将 CCMP SO 算法应用于工程实践中,通过工程实践进一步检验算法的先进性。

参考文献:

- [1] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization [C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway: IEEE, 1995: 1942-1948.
- [2] 张朝龙, 江巨浪, 江善和. 基于改进 PSO 算法的 LSSVM 入侵检测模型[J]. 电子技术应用, 2010, 36(10): 132-135.
- [3] 苏义鑫, 沈俊, 张丹红, 等. 神经网络和改进粒子群算法在地震预测中的应用[J]. 计算机应用, 2011, 31(7): 1793-1796.
- [4] SHI Y, EBERHART R C. A modified particle swarm optimizer [C]// IEEE World Congress on Computational Intelligence. Piscataway: IEEE, 1998: 69-73.
- [5] CLERC M. The swarm and the queen: towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization [C]// Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation. Piscataway: IEEE, 1999: 1951-1957.
- [6] 陈国初, 俞金寿. 单纯形微粒群优化算法及其应用[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(4): 862-865.
- [7] 刘军民, 高岳林. 混沌粒子群优化算法[J]. 计算机应用, 2008, 28(2): 322-325.
- [8] 李德毅, 孟海军, 史学梅. 隶属云和隶属云发生器[J]. 计算机研究与发展, 1995, 32(6): 15-20.
- [9] 郑春颖, 王晓丹, 郑全弟, 等. 自逃逸云简化粒子群优化算法[J]. 小型微型计算机系统, 2010, 31(7): 1457-1460.
- [10] 刘衍民, 赵庆祯, 邵增珍. 基于正态云的粒子群优化算法及其应用[J]. 计算机工程与应用, 2011, 37(17): 161-162, 166.
- [11] 张光卫, 何锐, 刘禹, 等. 基于云模型的进化算法[J]. 计算机学报, 2008, 31(7): 1082-1090.
- [12] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm: explosion, stability, and convergence in multi-dimension complex space [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 16(1): 58-73.