

文章编号:1001-9081(2012)09-2620-04

doi:10.3724/SP.J.1087.2012.02620

## 复杂网络中的弱化免疫策略分析

田思<sup>1</sup>, 李慧嘉<sup>2\*</sup>, 赵岳<sup>3</sup>

(1. 滨州学院 计算机科学技术系, 山东 滨州 256603; 2. 中国科学院 数学与系统科学研究院, 北京 100190;

3. 南京信息工程大学 信息与控制学院, 南京 210044)

(\*通信作者电子邮箱 Lihuu2000@126.com)

**摘要:**针对免疫策略在病毒免疫时会删除网络结构级联边从而出现削弱网络连通效率的问题,提出一种含权网络特定的病毒弱化免疫策略方法。该方法通过构建SI病毒传播模型,给出该模型的病毒感染密度演化公式。理论分析表明:病毒传播率与网络结构的异化性有密切关系,节点度的大小会影响病毒传播的效果,同时弱化免疫策略能衰减连边权值降低传播率,达到遏制病毒传播保留网络连通效率的目的。计算机仿真结果验证了理论模型的可行性和弱化免疫的合理性。最后,将弱化免疫策略应用到局域世界以及目标免疫策略中,更进一步说明了弱化免疫策略能有效控制病毒传播速度。

**关键词:**弱化免疫;含权网络;SI模型;病毒传播

**中图分类号:**TP391.99    **文献标志码:**A

### Analysis of weakened immunization strategy on complex network

TIAN Si<sup>1</sup>, LI Hui-jia<sup>2\*</sup>, ZHAO Yue<sup>3</sup>

(1. Department of Computer Science and Technology, Binzhou University, Binzhou Shandong 256603, China;

2. Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China;

3. College of Information and Control, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210044, China)

**Abstract:** In this paper, a specific epidemic weakened immunization strategy for the weighted network was studied based on that the classical immunization behaviors proposed in the current epidemic spreading study would cut off edges connected on the network structures when immunizing the epidemics, and result in the reduction of the network efficiency. The Susceptible-Infective (SI) model of epidemic spreading was constructed under which the evolution equation of density of infected nodes was deduced. Theoretical analysis indicates that the epidemic spreading rate is closely related to network heterogeneity, and the size of nodes' degree and network efficiency will influence epidemic spreading. Meanwhile, the weakened immunization strategy achieves the purpose of limiting the epidemic spreading rate and reserves the necessary network efficiency via weakening the weight value of edges therefore decreasing the spreading speed. Computer simulation results verify the feasibility of theoretical model and the rationality of weakened immunization strategy. Finally, the weakened immunization strategy was effectively applied to the local world and target immunization on controlling epidemic spreading.

**Key words:** weakened immunization; weighted network; Susceptible and Infective (SI) model; epidemic spreading

### 0 引言

复杂网络中的病毒传播行为研究是当前复杂网络研究的一个前沿方向,已经引起了各学科领域研究人员的广泛兴趣<sup>[1-4]</sup>。人们除了重点研究复杂网络病毒感染的缘由及其动力学传播行为之外,针对病毒传播行为的免疫和预防策略也作了相应的分析<sup>[5-7]</sup>。基于复杂网络的免疫策略研究,主要是根据节点在网络中的重要性来进行选择性的防护,通常以节点度作为衡量指标。文献[5]提出的随机免疫对度大的节点和度小的节点平等看待,进行免疫时随机地选择节点,没有优先顺序,有时需要对网络中所有的节点实施免疫策略才能彻底消灭病毒,具有一定的局限性。目标免疫法<sup>[6]</sup>则利用网络的非均匀性特点,选取节点度值或权值高的节点进行免疫。一旦节点被免疫,则意味着它们所连的边可从网络中去除,这些边的去除重构了网络结构,切断了病毒的传播路

径;而且目标免疫需要知道网络的全局信息才能实施。许丹等<sup>[7]</sup>提出了一种局部免疫策略,它是在网络全局信息未知的情况下,利用被感染节点周围的局部信息,控制被感染节点周围一定距离d内的节点,从而达到控制病毒在整个网络大规模传播的目的,起到缓解病毒扩散的作用。

从一般意义上讲,传统病毒免疫方法的实质是将感染的目标节点与其他节点相互隔离,一旦目标节点被免疫,这意味着该节点所连的边可从网络中去除。目标节点从原始网络中孤立出来,这样做确实能够切断了病毒的传播路径。但是如果被感染的目标节点占整个网络的50%以上,则该网络中无法继续维持原有的功能。当受攻击的节点比例比较大时,会使网络的效率急剧下降,最后加快整个网络的大面积瘫痪。

基于上述出现的问题,本文考虑含权网络<sup>[8]</sup>的病毒传播,其中连边权重代表着联系的紧密程度。当权重值比较大时,病毒传播的概率也会随之增加。通过分析弱化边的权

收稿日期:2012-03-17;修回日期:2012-05-31。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60673047);山东省自然科学基金资助项目(J07YJ02);山东省教育厅科技项目(J07YJ02)。

作者简介:田思(1974-),男,山东滨州人,讲师,硕士,主要研究方向:复杂网络、复杂系统、图论;李慧嘉(1985-),男,山东济宁人,博士研究生,主要研究方向:复杂网络、复杂系统、生物信息学;赵岳(1988-),男,江苏苏州人,硕士研究生,主要研究方向:复杂网络、复杂系统。

重<sup>[9-10]</sup>,按比例缩放与特定节点相关连的所有连边的权重,并与传统免疫方案进行对比,从中探讨对病毒传播的遏制作用和对网络整体效率的不同影响。最后将弱化理论和局部思想和目标免疫策略在免疫应用中结合起来,发现这种免疫策略能够有效地阻止病毒传播而且能够保持较高的网络效率。

## 1 理论模型

### 1.1 弱化免疫定义及含权网络

传统的免疫方式是将免疫节点相关联边全部删除以切断病毒传播的根源,该方法与网络抗毁性攻击理论的后果是一样的。研究表明,当受攻击的范围超过整个网络的一定比例时,整个网络就会处于瘫痪状态<sup>[11-13]</sup>,所以传统免疫方法不可能在现实网络中大规模实施。为避免网络出现瘫痪状态,考虑在边赋权网络中采取降低与免疫节点关联的边权值但不完全降为0的方式,即不彻底切断病源节点与整个网络的联系,保持免疫节点间必要的信息流通,使整个网络保持一定范围内的正常运行,这种免疫方法称之为弱化免疫。

当对一个特定节点实行弱化免疫时,为了方便起见,本文假设与免疫节点关联的所有边权值衰减至 $q\%$ ( $q > 1$ ),即所连的边的权重缩小至 $q\%$ 。显然,传统免疫策略在一个免疫节点只能实现一次免疫,而弱化免疫能够针对特定节点进行多次免疫。当 $q$ 趋近于0时,弱化免疫产生的效果近似于传统免疫。

如今,含权网络在复杂网络研究中具有举足轻重的地位。本文将无标度网络模型中节点连边赋权值,该边权重可以看成是节点间连接的紧密程度。因此,紧密程度的强弱将影响节点间病毒传播速率的快慢。为能更准确而清晰地描述不同权重的边对连接的强弱产生差异性的现象,假设网络中连边的权重越大,连接越紧密,病毒的传播速度也越快。本文把边权表示为连边两端点的度的函数,即:

$$w_{kk'} = w_0(kk')^\beta \quad (1)$$

其中: $w_{kk'}$ 代表度为 $k$ 的节点和度为 $k'$ 的节点之间的连边权值,参数 $w_0$ 为常数,指数 $\beta$ 依赖于特定的复杂网络。由式(1)可以得出度为 $k$ 的节点强度 $N_k$ 的表达式为:

$$N_k = k \sum_{k'} P(k'/k) w_{kk'} \quad (2)$$

其中度相关概率 $P(k'/k) = k'P(k')/\langle k \rangle$ 。

### 1.2 SI 病毒传播模型

本文构建SI(Susceptible-Infected)病毒传播模型<sup>[14-18]</sup>分析病毒爆发在含权网络中的动态演化情况。假设节点只有两种状态:易感染状态(S)和感染状态(I),且已感染的节点是不能恢复的。在含权网络中,每条连边的传播率是不同的,因此设定度为 $k$ 的节点的总传播率为 $\lambda k$ 。事实上,在传统的无权网络上的病毒传播在连边上的传播率都设为定值 $\lambda$ ,这样度为 $k$ 的节点总传播率也为 $\lambda k$ 。为了体现含权网络连边的异化性,本文按照边权占点强度的比例将传播率分配到每条连边上,可得到:

$$\lambda_{kk'} = \lambda k \frac{w_{kk'}}{N_k} \quad (3)$$

从式(3)可看出边权所占比例越大,该边上的传播率越高,这与实际情况相吻合。在非关联网络中,式(3)可以表示为 $\lambda_{kk'} = \lambda(k')^\beta \langle k \rangle / \langle k^{1+\beta} \rangle$ 。进一步可以得到一个度为 $k$ 的易感染状态节点在 $t$ 时刻被感染的概率为:

$$1 - \prod_{\forall k' \in NIDS(t)} (1 - \lambda_{kk'})$$

其中 $NIDS(t)$ 为在 $t$ 时刻与该节点度 $k$ 的易感染节点相连的感染邻居的度序列。

由于该网络为无标度网络,节点之间的度不相同,因此每条边上的传播率 $\lambda_{kk'}$ 是不相同的。为了能更好分析病毒传播的性质,本文首先利用均场理论给出在该含权网络中SI模型的演化公式:

$$\frac{dI_k(t)}{dt} = k(1 - I_k(t)) \sum_{k'} P(k'/k) I_{k'}(t) \lambda_{kk'} \quad (4)$$

其中:在式(4)的右端,产生项与度 $k$ 正相关,概率 $1 - I_k(t)$ 表示一个度为 $k$ 的易感染节点。最后的加和项表示该度 $k$ 易感染节点的任何一个邻居为感染节点的平均概率。 $\lambda_{kk'}$ 为从度为 $k'$ 节点传向度为 $k$ 节点的边上的传播率,每条边都有各自的传播率,这是与传统的无权SI传播模型最主要的区别。

进一步对演化公式(式(4))进行处理,代入式(3)和非关联网络的度相关概率 $P(k'/k) = k'P(k')/\langle k \rangle$ ,并忽略高阶项,可以得出:

$$\begin{aligned} \frac{dI_k(t)}{dt} &= k(1 - I_k(t)) \sum_{k'} P(k'/k) I_{k'}(t) \lambda_{kk'} = \\ &\frac{\lambda k^{1+\beta} \langle k \rangle}{\langle k^{1+\beta} \rangle} \sum_{k'} \frac{k' P(k')}{\langle k \rangle} I_{k'}(t) = \frac{\lambda k^{1+\beta} \langle k \rangle}{\langle k^{1+\beta} \rangle} \theta_k(t) \end{aligned} \quad (5)$$

在非关联网络中, $\theta_k(t)$ 与度 $k$ 无关(表达式中无节点度 $k$ 的项,所以与度无关),因此有:

$$\theta_k(t) = \theta(t) = \sum_{k'} \frac{k' P(k')}{\langle k \rangle} I_{k'}(t) \quad (6)$$

进一步对式(6)进行求导,可以得出:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta(t)}{dt} &= \sum_{k'} \frac{k' P(k')}{\langle k \rangle} \frac{dI_{k'}(t)}{dt} = \\ &\sum_{k'} \frac{k' P(k')}{\langle k \rangle} \frac{\lambda k^{1+\beta} \langle k \rangle}{\langle k^{1+\beta} \rangle} \theta(t) = \frac{\lambda \langle k^{2+\beta} \rangle}{\langle k^{1+\beta} \rangle} \theta(t) \end{aligned} \quad (7)$$

利用均匀初始条件 $I_k(t=0) = I_0$ ,结合式(5)~(7),可以得出:

$$I_k(t) = I_0 + I_0 \frac{k^{1+\beta} \langle k \rangle}{\langle k^{1+\beta} \rangle} [e^{\tau} - 1] \quad (8)$$

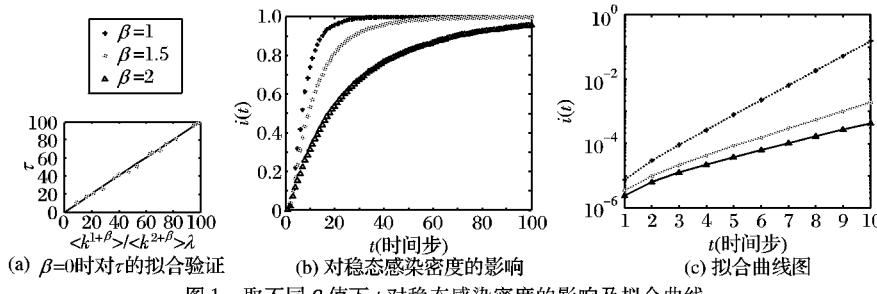
对于总体平均感染密度 $I(t)$ ,有:

$$I(t) = \sum_k P(k) I_k(t) = I_0 + I_0 \frac{\langle k^{1+\beta} \rangle \langle k \rangle}{\langle k^{1+\beta} \rangle} [e^{\tau} - 1] \quad (9)$$

其中:

$$\tau = \frac{\langle k^{1+\beta} \rangle}{\lambda \langle k^{2+\beta} \rangle} \quad (10)$$

从式(10)的形式可看出,病毒爆发时的增长时间标度 $\tau$ 与网络的异化性密切相关,不同度的节点对病毒传播的贡献各不相同。当网络节点数 $N \rightarrow \infty$ 时, $\tau \rightarrow 0$ 。从传播率和 $\tau$ 的形式可看出, $\beta$ 的值对病毒传播有着重要的影响。图1(b)给出了不同 $\beta$ 值下稳态感染密度的变化,其中*i*( $t$ )为时间 $t$ 下的免疫节点比例,可看出 $\beta$ 越大,病毒传播速率越慢。图1(a)通过数据拟合显示当 $\beta = 1$ 时,时间标度 $\tau$ 和理论值非常地吻合。图1(c)给出了半对数坐标下,不同 $\beta$ 值下早期感染密度的指数和理论值的吻合情况,其中 $\beta$ 值从上到下分别为1,1.5和2。特别地,当指数 $\beta = 0$ 时,此时的 $\tau$ 与无权无标度网络模型的时间标度相同。因此对网络进行免疫防护时,需要对度值大的节点进行重点保护,以达到理想的免疫效果。

图1 取不同 $\beta$ 值下 $t$ 对稳态感染密度的影响及拟合曲线

## 2 弱免疫策略应用

### 2.1 在局域世界网络中的应用

为有效控制重大传染病疫情传播,会在疫区实行“区域隔离策略”,即在一定范围内,根据传播疫情的轻重,对疫情重点区域采取隔离控制措施,以切断传播途径,防止疫情扩散。隔离的强度跟疫情的轻重有关,在重疫区实行完全隔离,在轻疫区实行选择性隔离。受“区域隔离策略”启发,将弱化理论和区域隔离结合起来,构造出一种新的局域世界性质弱化免疫策略,即将整个网络分为 $m$ 个的局域世界,然后将局域间的边权值按照弱化免疫理论缩小至 $q\%$ ,以限制对病毒的扩散。

为了将免疫策略和局域世界结合起来,需对局域世界的搜索进行研究。目前,人们提出了很多有效社团(局域世界)的侦测方法<sup>[19-22]</sup>,能够将全局网络划分成很多社团内连边占绝对优势的社团结构。但是这些社团侦测方法的时间复杂度大多为指数级的,因此会降低实际网络查找效率。最近几年,一些低时间复杂度的高效社团侦测方法逐渐被发现,如Wu等<sup>[21]</sup>提出的利用电压原理将网络划分成两个社团,每个点的归属由其邻居节点决定。而Raghavan等<sup>[22]</sup>提出了利用邻居节点的归属信息,将节点划分到最多邻居归属的社团,能够达到接近线性刻度的时间复杂度。在这里,本文采用文献[22]方法划分局域世界,其算法描述如下:

第1步 对网络的各个节点的标签(Label)初始化,对于每个节点 $x$ ,使其标签 $Cx(0)=x$ ,并设时间 $t=1$ 。

第2步 随机排列节点序号,并将此序号列放入集合 $X$ 。

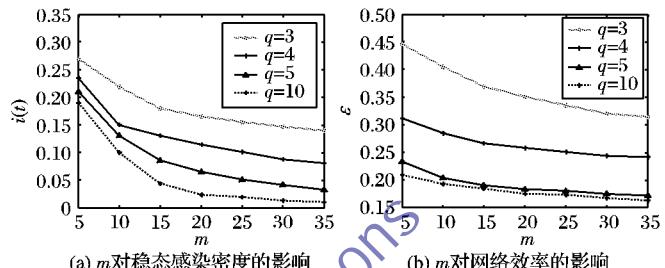
第3步 对于集合 $X$ 中的每个序号 $x$ ,让对应节点的标签 $Cx(t)=f(Cx_1(t), \dots, Cx_m(t))$ ,其中 $x_1$ 到 $x_m$ 为点 $x$ 的邻居节点。这里 $f$ 返回出现频率最高邻居的标签。每一步随机均匀地破坏一条边连接。

第4步 如果每个节点的标签都和其标签出现频率最高的邻接相同,则停止算法;否则设 $t=t+1$ ,并转向第2步。

本社团划分算法每次从第1步到第4步共消耗时间为 $O(m)$ , $m$ 为网络的边的数量。而且该算法克服了文献[21]算法只能划分两个社团的缺点,使得在多局域的情况下研究免疫效果成为可能,而且使得整个搜索过程简单高效。

为了验证该策略的有效性,本文给出了当 $\beta=1$ 时,不同的弱化程度 $q$ 下,局域数量 $m$ 和网络效率 $\varepsilon$ 的对应关系,见图2。从图2(a)可看出,当局域数量增大时,稳态感染的节点密度有很大降低,而且当局域数量大于20时,4种弱化程度 $q$ 下的稳态感染密度都小于0.2。当 $q=10$ , $m$ 大于10时的感染密度小于0.1,可以应对大规模的疫情爆发所面临的威胁。而从图2(b)可看出,即使当弱化程度 $q$ 为10时,网络效率也接近0.2。这说明弱化免疫方法是一种能够保持免疫效果并

能高效提升网络效率的免疫策略。

图2 取不同弱化程度 $q$ 值下 $m$ 对稳态感染密度及网络效率的影响

### 2.2 嵌入弱化免疫策略机制的目标免疫分析

在传统的免疫策略中,目标免疫被认为是无标度网络中最有效的免疫方式。它能够通过免疫最少的节点来达到理想的效果,但是对网络效率也有极大的削弱。这里引入弱化免疫思想,研究在弱免疫策略基础上的目标免疫,即节点按照强度优先选择,但是免疫时节点相连的边不完全删除,而是以一定的比例弱化。

考虑到弱化免疫策略要通过降低边权来才能达到减弱病毒传播的目的。在本模型中,令

$$w_{kk'} = w_0 (kk')^\beta$$

将边权降低至 $q\%$ ,可以得到降低边权后的 $w_{kk'}$ 为:

$$w_{kk'}' = w_{kk'} / q^\beta = w_0 (kk'/q)^\beta \quad (11)$$

从式(11)可看出,边权降低至 $q\%$ 能使得连边两个端节点度平均降低至 $q\%$ ,此时对弱化后边权的传播率 $\lambda_{ij}'$ 影响为:

$$\lambda_{kk'}' = \lambda (k'/q)^\beta \langle k \rangle / \langle k^{1+\beta} \rangle = \lambda_{kk'} / q^\beta \quad (12)$$

从式(11)和(12)可看出,降低边权值的 $q\%$ 能够达到边上传播率同时降低至 $q\%$ 的目的。 $k'/q$ 称为弱化关键因子。将弱化关键因子对传播率的影响代入式(8),可以得到免疫后的度为 $k$ 的节点的感染密度为:

$$I_k'(t) = I_0 + I_0 \frac{(k/q)^{1+\beta} \langle k \rangle}{\langle k^{1+\beta} \rangle} [e^{\nu t} - 1] \quad (13)$$

加入要免疫度大于 $k_t$ 的节点,这时总体感染密度为:

$$I'(t) = \sum_{k \geq k_t} P(k) I_k'(t) + \sum_{k < k_t} P(k) I_k(t) = I_0 + I_0 \frac{\langle k \rangle}{\langle k^{2+\beta} \rangle} (e^{\nu t} - 1) \times \left[ \sum_{k \geq k_t} P(k) (k/q)^{1+\beta} + \sum_{k < k_t} P(k) k^{1+\beta} \right] \quad (14)$$

从式(14)可看出,在网络拓扑参数确定( $\beta$ 值确定)的情况下,弱化免疫后感染节点密度只与 $k_t$ 和 $q$ 的值有关。特别地,当 $k_t = \min(k)$ 且 $q$ 趋向于无穷大时,病毒传播无法进行, $I'(t) = I_0$ ;仅当 $q$ 趋向于无穷大时,此时的弱化免疫相当于传统的目标免疫;而当 $k_t \geq \max(k)$ 或 $q = 1$ 时,无免疫效果, $I'(t) = I(t)$ 。另外还可看出,感染节点密度和特定网络的度分布 $P(k)$ 也有关系,因此特定的网络拓扑也能够影响病毒传

播和免疫的进行。

图3(a)展示了不同的 $\beta$ 和弱化程度 $q$ 下,免疫节点比例 $i(t)$ 随时间 $t$ 的变化情况。可看出 $\beta$ 和 $q$ 的值越大,弱免疫效果越好。图3(b)展示了不同的 $\beta$ 和弱化程度 $q$ 下,传播速率和时间 $t$ 的对应关系。传播速率定义如下:

$$V_{inf}(t) = \frac{di(t)}{dt} \approx \frac{I(t) - I(t-1)}{N} \quad (15)$$

其中: $i(t) = I(t)/N$ , $N$ 为网络在 $t$ 时刻的节点总数。从图3(b)可看出,减少 $\beta$ 和 $q$ 值都可以降低病毒的传播速度。其实从式(15)的形式也可看出, $q$ 值越大,免疫力度越大,免疫效果自然越好。而 $\beta$ 越大, $\langle k^{2+\beta} \rangle / \langle k^{1+\beta} \rangle$ 的值越小, $i(t)$ 的值也越小。因此在 $\beta$ 比较小的网络中,需要较大的免疫力度来对网络病毒传播实现有效的控制。

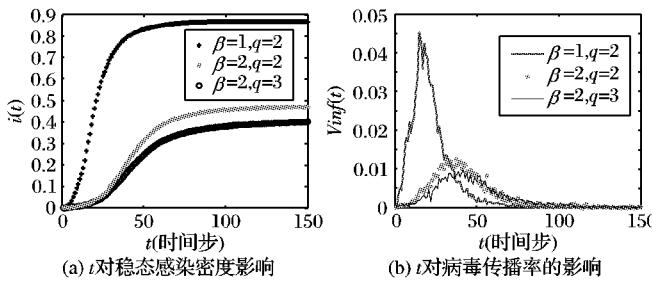


图3 取不同 $\beta, q$ 值下 $t$ 对稳态感染密度及病毒传播率的影响

### 3 结语

本文提出一种新颖的免疫策略,即弱化免疫策略。该策略考虑了含权网络上节点之间连边权值的改变会引起病毒传播率的变化,通过调节与受感染节点所连边的权值,使受感染节点仍然与整个网络保持一定的联系,却也能阻隔病毒继续通过节点连边关系感染并扩散到所有未被感染的节点,极大地降低了病毒快速传播导致整个网络瘫痪的可能性。由于弱化免疫策略在复杂网络分析中仍处于起步阶段,因此将弱化免疫策略与多局域世界加权网络研究相结合,以及弱化免疫策略在网络抗毁性中的应用研究等都具有广阔的研究前景。

### 参考文献:

- [1] PASTOR-SATORRAS R, VESPIGNANI A. Epidemic dynamics and endemic states in complex networks [J]. Physical Review E, 2001, 63(6): 066117.
- [2] LI X, WANG X F. Controlling the spreading in small-world evolving networks: stability, oscillation, and topology [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(3): 534–540.
- [3] VOLCHENKOV D, VOLCHENKOVA L. Epidemic spreading in a

(上接第2619页)

- [4] WANG P, ASLAM B, ZOU C C. Peer-to-peer botnets: The next generation of botnet attacks [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 335–350.
- [5] WANG P, WU L, ASLAM B, et al. A systematic study on peer-to-peer botnets [C]// ICCCN '09: Proceedings of the 18th International Conference on Computer Communication and Networks. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2009: 1–8.
- [6] 王海龙, 龚正虎, 侯婕. 僵尸网络检测技术研究进展 [J]. 计算机研究与发展, 2010, 47(12): 2037–2048.
- [7] SONG L P, JIN Z, SUN G Q. Modeling and analyzing of botnet interactions [J]. Physica A, 2011, 390(2): 347–358.
- [8] 方滨兴, 崔翔, 王威. 僵尸网络综述 [J]. 计算机研究与发展, 2011, 48(8): 1315–1331.
- [9] FRAUENTHAL J C. Mathematical modeling in epidemiology [M].

variety of scale free networks [J]. Physical Review E, 2002, 66(4): 046137.

- [4] LI Y, LIU Y, SHAN X M, et al. Dynamic properties of epidemic spreading on finite size complex networks [J]. Chinese Physics, 2005, 14(11): 2153–2157.
- [5] ZHEN J, LIU Q X. A cellular automata model of epidemics of a heterogeneous susceptibility [J]. Chinese Physics, 2006, 15(6): 1248–1256.
- [6] PASTOR-SATORRAS R, VESPIGNANI A. Immunization of complex networks [J]. Physical Review E, 2001, 65(3): 1–8.
- [7] 许丹, 李翔, 汪小帆. 复杂网络病毒传播的局域控制研究 [J]. 物理学报, 2007, 56(3): 1313–1317.
- [8] BARRAT A, BARTHELEMY M, VESPIGNANI A. Weighted evolving networks: Coupling topology and weight dynamics [J]. Physical Review Letters, 2004, 92(22): 228701.
- [9] 李慧嘉, 马英红, 张晓东. 赋权网络中的弱化免疫研究 [J]. 管理科学学报, 2010, 13(10): 32–39.
- [10] 李慧嘉. 加权局域网络的构建及应用的研究 [D]. 济南: 山东师范大学, 2010.
- [11] HOLME P, KIM B J. Vertex overload breakdown in evolving networks [J]. Physical Review E, 2002, 65(6): 066109.
- [12] MOTTER A E, LAI Y. Cascade-based attacks on complex networks [J]. Physical Review E, 2002, 66(6): 065102.
- [13] MORENO Y, PASTOR-SATORRAS R, VESPIGNANI A. Epidemic outbreaks in complex heterogeneous networks [J]. The European Physical Journal, 2002, 26(4): 521–529.
- [14] MURRAY J D. Mathematical biology [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1993.
- [15] 李慧嘉, 马英红. 加权局域网络上的病毒传播行为研究 [J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(35): 80–84.
- [16] 陈洁. 有向网络中病毒传播和核心免疫的研究 [J]. 计算机安全, 2010(11): 7–10.
- [17] 许丹, 李翔, 汪小帆. 局域世界复杂网络中的病毒传播及其免疫控制 [J]. 控制与决策, 2006, 21(7): 817–820.
- [18] 史明江. 复杂网络中的病毒传播研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2007.
- [19] WANG L, DAI G Z. Community finding in complex networks-theory and applications [J]. Science & Technology Review, 2005, 23(8): 62–66.
- [20] NEWMAN M E J. Detecting community structure in networks [J]. European Physical Journal: B, 2004, 38(2): 321–330.
- [21] WU F, HUBERMAN B. Find communities in linear time: a physics approach [J]. European Physical Journal: B, 2003, 38(2): 331–338.
- [22] RAGHAVAN U N, ALBERT R, KUMARA S. Near linear time algorithm to detect community structures in large-scale networks [J]. Physical Review E, 2007, 76(3): 036106.

Berlin: Springer-Verlag, 1980.

- [10] 宋礼鹏, 韩燮, 刘冬明, 等. 机器更新对蠕虫传播影响 [J]. 计算机应用, 2011, 31(5): 1262–1264.
- [11] 冯丽萍, 王鸿斌, 冯素琴. 改进的SIR计算机病毒传播模型 [J]. 计算机应用, 2011, 31(7): 1891–1893.
- [12] 冯朝胜, 冯林, 卿昱, 等. P2P逻辑网络拓扑结构仿真分析 [J]. 计算机科学, 2011, 38(12): 121–124.
- [13] 张志涌, 杨祖樱. Matlab教程 [M]. 北京: 航空航天大学出版社, 2010.
- [14] YUAN H, CHEN G Q. Network virus-epidemic model with the point-to-group information propagation [J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 206(1): 357–367.
- [15] DEBANY W H. Modeling the spread of Internet worms via persistently unpatched hosts [J]. IEEE Network, 2008, 22(2): 26–32.