

## 基于混合需求的供应链多级库存协同订货模型

熊 浩\*

(长沙理工大学 交通运输工程学院, 长沙 410004)

(\* 通信作者电子邮箱 xh\_xionghao@126.com)

**摘 要:**针对供应链多级库存系统存在混合需求的情况,建立了基于混合需求的多级库存协同订货模型。该模型假设在供应链中只有最下游节点面临的需求是独立需求,而其他上游节点面临的需求都是与之相关的相关需求。由于相关需求是一种块状需求,其库存成本构成与独立需求明显不同。因此,通过对多级库存系统的库存成本构成进行重新分析,分别给出了需求确定时不允许缺货和允许缺货的协同订货模型。另外,还通过对安全库存的分析给出了需求不确定时的协同订货模型。最后,给出了模型求解的遗传算法,并进行了实例仿真分析,展示了这种协同订货模型在混合需求的供应链中的实用性。

**关键词:**供应链;多级库存;独立需求;相关需求;协同订货

**中图分类号:**N945.12 **文献标志码:**A

### Collaborative ordering models of multi-echelon inventory system based on hybrid demand

XIONG Hao\*

(School of Traffic and Transportation Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha Hunan 410004, China)

**Abstract:** To make the ordering model more fit to the actual operation of the supply chain, the collaborative ordering models of multi-echelon inventory system based on the hybrid demand were constructed. These models assumed that only the demand of the most downstream node in the supply chain was independent demand, and the demand of all the other upstream nodes were related demand. And the related demand was a massive demand, so its inventory cost structure was different from the one of the independent demand. Therefore, after analyzing the cost structure of the multi-echelon inventory system with hybrid demand, the collaborative ordering models allowing or not allowing out of stock of determined demand system were given. In addition, the collaborative ordering model of the uncertain demand system was also constructed based on the safety stock analysis. Then the genetic algorithms of these models were given. And, the simulation shows that they are good ways to get satisfying order policy.

**Key words:** supply chain; multi-echelon inventory; independent demand; related demand; collaborative ordering

## 0 引言

Clark 等<sup>[1]</sup>较早就从多级库存的角度研究供应链库存控制问题,并提出了“级库存”这个概念。随后,大量的文献<sup>[2-6]</sup>都是以此为理论基础展开的多级库存优化研究。但是,级库存理论有较多和实际运作不太相符的假设,比如:假设各级节点采用相同的订货间隔;并且为保证级库存费用大于零,需要假设上游的库存费用总是大于下游的库存费用。正是这些假设条件的存在,必然会使以级库存分析为基础的订货策略具有一定的局限性。后来,也有一些文献直接将各级节点的库存都作为独立需求的状态进行处理的,利用经济订货批量方法确定每一级节点的库存成本,并求和得到总成本,然后求使总成本最低的订货策略<sup>[7-10]</sup>。而实际上,在多级库存系统中,第一级节点的需求是独立需求,而其他上游节点需求都是其前一级节点的相关需求,并且是完全相关的。高丽芳等<sup>[11]</sup>在多级库存中考虑了相关需求的影响,然而其主要考虑了同级节点之间的相关性,并且是部分相关。

总之,目前对于多级库存问题,缺少一种既考虑独立需求又考虑相关需求的协同库存策略。因此,本文拟通过分析独立需求和相关需求的库存构成情况,推导出各个节点的库存

成本构成,从而构建出基于混合需求的协同订货模型。并利用遗传算法对数学实例进行了建模求解,说明了该方法的实用性。

## 1 问题描述及参数设置

供应链 $n$ 级库存系统结构如图1所示,图中三角形代表库存节点,带箭头的线段表示节点间的供需关系。在供应链的实际运作中,一般只有最下游的节点1面临顾客需求属于独立需求,而其他节点面临的需求都是与顾客需求相关的相关需求。另外,一般假设供应链的最上游的节点 $n$ 有一个外部供应商,且假设外部供应商总有充足存货满足节点 $n$ 的订货。

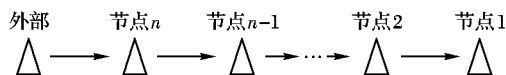


图1 相关产品的单链多级库存系统

对于单链多级库存系统而言,无论末端节点1面临的需求是否为确定性需求,只要该节点采用的订货策略确定,则其上游所有节点都面临确定的相关需求。从而可以根据相关需求的订货方法进行订货分析,即上游节点可以采用同步等量订货策略(零库存策略)或者利用物料采购最大零件周期收益(Maximum Part-period Gain, MPG)法增加一个订货周期的

库存(减少一次订货)。因此,上游节点的订货周期只能是其下游节点订货周期的整数倍。

现对构建协同订货模型所需的参数进行设置。假设:节点1面临的顾客需求率为 $d$ ;节点 $i$ 的需求与节点 $i-1$ 需求的比率为 $\varepsilon_i$ (需求比率由产品结构清单决定,比如在装配系统中,若节点1的1个产成品需要4个其上游节点2的某零部件,则此时需求比率 $\varepsilon_2=4$ ); $h_0$ 为节点1的缺货费率,节点 $i$ 的库存费率为 $h_i$ ;节点 $i$ 的订货费用 $k_i$ ;节点 $i$ 的订货量为 $I_i$ ;节点 $i$ 的订货周期为 $t_i$ ;  $\alpha_i$ 表示节点 $i$ 的订货周期与节点 $i-1$ 订货周期的倍数,即 $t_i = \alpha_i t_{i-1}$ 。

## 2 确定需求的协同订货模型

由于节点1的需求为独立需求,所以当其为确定性需求时,节点1在其订货周期的库存情况如图2所示。而其他上游节点需求为相关需求,其库存形态表现为块状。因此,上游节点 $i$ 在订货周期 $t_i$ 内库存情况如图3所示。其中, $I_1$ 是节点1的实际消耗库存量, $I_0$ 是节点1的缺货量, $t_1$ 表示库存消耗时间, $t_0$ 表示缺货时间; $\varepsilon_i I_{i-1}$ 表示节点 $i$ 的每次发货量是节点 $i-1$ 需求的 $\varepsilon_i$ 倍, $t_i = \alpha_i t_{i-1}$ 表示节点 $i$ 的订货周期是节点 $i-1$ 的 $\alpha_i$ 倍。

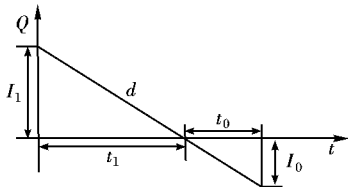


图2 节点1的库存-时间图

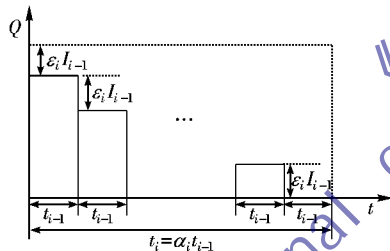


图3 节点 $i$ 的库存-时间图

根据相关需求和独立需求的订货策略方法,可以推导出独立需求节点1的平均费用和相关需求节点1至节点 $n$ 的平均费用,从而得到系统总的平均费用之和。

**命题1** 独立需求为确定需求时,若不允许缺货( $I_0=0$ ),节点1的单位时间的平均费用为:

$$C_1 = \frac{1}{2} I_1 h_1 + \frac{d k_1}{I_1} \quad (1)$$

**证明** 根据独立需求的库存时间图,其平均费用就是单位时间的库存费用和订货费用之和。

**命题2** 独立需求为确定需求时,若允许缺货( $I_0 \neq 0$ ),节点1的单位时间的平均费用为:

$$C_1 = \frac{I_1^2 h_1 + h_0 I_0^2 + 2 d k_1}{2(I_0 + I_1)} \quad (2)$$

**证明** 由于节点1的上游节点的缺货最终还是会传导到顾客身上,所以即使节点1的需求允许缺货,其上游节点一般还是不会缺货。则此时由图2可以得出节点1的库存费用表达式为:

$$C_1 = \frac{I_1 h_1 t_1}{2(t_1 + t_0)} + \frac{I_0 h_0 t_0}{2(t_1 + t_0)} + \frac{d k_1}{t_1 + t_0} =$$

$$\frac{I_1^2 h_1}{2(I_0 + I_1)} + \frac{I_0^2 h_0}{2(I_0 + I_1)} + \frac{d k_1}{I_0 + I_1} = \frac{I_1^2 h_1 + h_0 I_0^2 + 2 d k_1}{2(I_0 + I_1)}$$

证毕。

**命题3** 节点1的上游节点 $i$ 的平均费用为:

$$c_i = \frac{(\alpha_i - 1) I_1 h_i}{2 \alpha_i} \prod_{j=2}^i \alpha_j \varepsilon_j + \frac{d k_i}{I_1 \prod_{j=2}^i \alpha_j} \quad (3)$$

节点1的上游节点的总平均费用为:

$$C_2 = \sum_{i=2}^n \left[ \frac{(\alpha_i - 1) I_1 h_i}{2 \alpha_i} \prod_{j=2}^i \alpha_j \varepsilon_j + \frac{d k_i}{I_1 \prod_{j=2}^i \alpha_j} \right] \quad (4)$$

**证明** 节点1的上游节点 $i$ 的平均库存费用和订货费为:

$$c_i = \frac{[(\alpha_i - 1) + (\alpha_i - 2) + \dots + 1] \cdot \varepsilon_i \cdot I_{i-1} \cdot t_{i-1} \cdot h_i}{\alpha_i t_{i-1}} + \frac{k_i}{\alpha_i t_{i-1}} = \frac{1}{2} (\alpha_i - 1) \varepsilon_i I_{i-1} h_i + \frac{k_i}{\alpha_i t_{i-1}} \quad (5)$$

又由

$$t_i = \alpha_i t_{i-1} = \prod_{j=2}^i \alpha_j t_1 = \frac{I_1}{d} \prod_{j=2}^i \alpha_j$$

$$I_i = \alpha_i \varepsilon_i I_{i-1} = \prod_{j=2}^i \alpha_j \varepsilon_j I_1$$

代入式(5)可得:

$$c_i = \frac{(\alpha_i - 1) I_1 h_i}{2 \alpha_i} \prod_{j=2}^i \alpha_j \varepsilon_j + \frac{d k_i}{I_1 \prod_{j=2}^i \alpha_j}$$

于是,节点1之外的其他上游节点的总平均费用为:

$$C_2 = \sum_{i=2}^n c_i = \sum_{i=2}^n \left[ \frac{(\alpha_i - 1) I_1 h_i}{2 \alpha_i} \prod_{j=2}^i \alpha_j \varepsilon_j + \frac{d k_i}{I_1 \prod_{j=2}^i \alpha_j} \right]$$

证毕。

综合上述命题,可得多级库存系统的总平均费用为 $C = C_1 + C_2$ ,所以不同情况下系统的最优订货策略模型可表述为如下:

$$\min C = C_1 + C_2 \quad (6)$$

## 3 不确定需求的协同订货模型

### 3.1 不确定需求的安全库存

当节点1的独立需求为不确定性需求时,假设多级库存系统节点 $i$ 订货的前置期为 $T_i$ ,则系统的总订货前置期 $T = \sum_{i=1}^n T_i$ ;  $k$ 为服务水平要求; $\sigma$ 为独立需求的方差的方根; $\bar{d}$ 为独立需求的平均值。

根据二级库存的安全库存与运输之间的关系可知<sup>[12]</sup>,当安全库存被设置在上游节点处时,不仅会增加安全库存量而且会增加调拨运输。因此,只有当上游节点处的库存费率比下游节点处的费率低很多时,安全库存才被设置在上游节点处。并且由于库存在各级库存两两之间的前置期内具有不确定性,上游节点设置安全库存的同时,其下游每一级都要设置安全库存。

因此,对于顾客需求不确定的多级库存系统,只需在末端的节点1处设置的安全库存,其大小为 $ss = k \sigma \sqrt{T}$ 。

表1 多级库存系统的不同安全库存策略

安全库存位置	安全库存量
节点1	$ss_1 = k\sigma\sqrt{T}$
节点2	$ss_1 = k\sigma\sqrt{T_1}, ss_2 = k\sigma\sqrt{T - T_1}$
节点3	$ss_1 = k\sigma\sqrt{T_1}, ss_2 = k\sigma\sqrt{T - T_1},$ $ss_3 = k\sigma\sqrt{T - T_1 - T_2}$
...	...
节点n	$ss_1 = k\sigma\sqrt{T_1}, ss_2 = k\sigma\sqrt{T - T_1}, \dots,$ $ss_n = k\sigma\sqrt{T - \sum_{i=1}^{n-1} T_i}$

### 3.2 不确定需求的协同订货模型

由于 $(t, S)$ 策略中的 $S$ 相当于 $t$ 内的安全库存,虽然避免了连续的检查库存,却增加了库存量,具有一定的盲目性,因此一般采用 $(R, Q)$ 策略。因此,独立需求为随机需求时,节点1的单位时间的平均费用为:

$$C_1 = \left(k\sigma\sqrt{T} + \frac{I_1}{2}\right)h_1 + \frac{\bar{d}k_1}{I_1} \quad (7)$$

其中 $\bar{d}$ 表示平均需求。

此时,对节点1按照其平均需求求出订货策略,而对于节点1的所有上游节点仍然采用相关需求的订货策略。因此,命题3在此时仍然适用,且不同情况下系统的最优订货策略模型仍然可用式(6)表示,即:多级库存系统的总平均费用仍为:

$$C = C_1 + \sum_{i=2}^n c_i$$

所以,不同情况下系统的最优订货策略模型仍然可用式(6)表示。

## 4 模型算法及算例

### 4.1 遗传算法的构造

式(6)是一个非线性的混合规划问题,用精确的算法很难直接求解,所以考虑用遗传算法。对于一个 $n$ 级的单链库存系统,用 $n+1$ 个实数编码表示其目标函数中的 $n+1$ 个变量: $I_0, I_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ 。

利用Matlab的遗传算法工具箱进行处理, `crtrp()`函数创建原始种群,其中 $I_0$ 和 $I_1$ 是实数, $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ 是整数,所以利用`round()`函数对初始种群中的 $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ 取整;将初始种群输入目标函数中,计算目标值;利用`ranking`函数分配适应值,并利用实数遗传算子进行选择(select)、重组(recombin)、变异(mutate);因为遗传算子中的离散重组和变异都可能使 $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ 再次变为非整数,所以对后代的目标值计算之前,也要利用`round()`函数进行取整。

### 4.2 实例

例1 考虑一个7级库存系统,节点1需求速率为120,缺货损失2元,周期最大订货费6000元。其相关参数见表2。其中,需求的比率是指本级节点采购的物品与下游需求产品之间的数量比值,即说明了物品在本级节点内的转换关系。

利用Matlab编码求解,选择最大代数2000,交叉概率0.9,变异概率0.2,最终优化结果见表3。该订货策略为:1级节点和2级节点每隔2.6向上游订货200,即1级节点向2级节点订货200,2级节点向3级节点订货200;从第3级节点开始一直到7级节点都是每隔5.2向上游订货400,如:3级节点向4级节点订货400。由于需求率平均为120,2.6个时间单位内1级节点面临的平均需求为312,而1级节点订货为200,则订货周期内平均缺货为112单位。并且,计算该策略

的成本,可得此时最小库存费用为997元。

表2 算例相关参数

节点	单次订货费/元	单位存储费/元	需求的比率	最大订购限额
1	150	2.0	1.00	600
2	180	4.0	1.00	600
3	220	3.3	1.00	600
4	230	4.0	1.50	600
5	240	2.8	1.00	600
6	280	2.0	0.75	600
7	140	3.2	1.00	600

表3 算例优化结果

节点序号	$I_i$	$t_i$	节点序号	$I_i$	$t_i$
1	200	2.6	5	400	5.2
2	200	2.6	6	400	5.2
3	400	5.2	7	400	5.2
4	400	5.2			

例2 供应链中节点1的需求为不确定需求时,假设其需求的平均值和方差分别为120,10。且每一级的前置期为:1,2,4,3,2,1,3,且服务水平为99%。根据第3章的分析,此时与例1中的订货策略不变,只是需要确定安全库存。由于服务水平为99%对应的安全系数为 $k=2.33$ ,则安全库存为 $ss=k\sigma\sqrt{T}=93.2$ ,此时的最小费用为例1中的最小费用加上安全库存费,等于1183.4元。

## 5 结语

本文针对供应链单链的多级库存优化进行了基于混合需求的协同库存模型研究。假设在供应链的多级库存系统中,最下游的第1级节点面临独立需求,而上游的其他节点面临的都是其直接下游的相关需求。根据独立需求和相关需求的库存图分析得到各自的库存成本构成,建立了确定性需求情况的不允许缺货、允许缺货时以及需求不确定时的库存的成本数学模型;并应用遗传算法对数学模型进行求解。

### 参考文献:

- [1] CLARK A J, SCARF H. Optimal policies for a multi-echelon inventory problem[J]. Management Science, 1960, 4(6): 475-490.
- [2] CHEN F. Stationary policies in multiechelon inventory systems with deterministic demand and backlogging[J]. Operations Research, 1998, 46(3): 26-34.
- [3] ROUNDY R. 98%-effective integer-ratio lot-sizing for one-warehouse multi-retailer systems[J]. Management science, 1985, 31(11): 1416-1430.
- [4] 曾艳. 需求随机的多级系列系统的库存策略优化[J]. 上海海运学院学报, 2002, 23(1): 24-27.
- [5] 曾艳. 需求确定的多级库存系统的库存策略[J]. 集美大学学报: 自然科学版, 2004, 9(1): 77-81.
- [6] 金海和, 郭仁拥. 供应链多级库存随机模型及其优化研究[J]. 计算机集成制造系统, 2007, 13(2): 257-261.
- [7] 周曙光, 田征. 多级库存控制策略的分析[J]. 大连海事大学学报, 2003, 29(1): 106-108.
- [8] 瞿建军, 高建民, 陈富民, 等. 遗传优化算法在多级联合库存优化求解中的应用[J]. 中国制造业信息化, 2004, 33(6): 71-73.
- [9] 于莲, 范玉妹. 一类多级库存模型及其算法研究[J]. 北京工商大学学报: 自然科学版, 2007, 25(6): 79-81.
- [10] 段立江, 杜艳可, 阳平华. 供应链环境下的装备多级库存优化研究[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(15): 206-208.
- [11] 高丽芳, 杜秀华. 一种考虑相关需求的多级库存控制优化模型[J]. 计算机仿真, 2005, 22(8): 163-165.
- [12] 熊浩. 二级库存系统中库存策略的比较研究[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(6): 100-104.