

## 基于质点约束算法的窗帘动态模拟

韩丽, 贾玥\*

(辽宁师范大学 计算机与信息技术学院, 辽宁 大连 116029)

(\* 通信作者电子邮箱 jia Yue.fighting@163.com)

**摘要:**针对传统质点位置修正方法在处理超弹性现象时的布料抖动问题,提出一种基于质点—弹簧模型的质点约束方法。在每次迭代中只对拉伸最长的弹簧进行位置修正,其余过度拉伸的弹簧只作质点速度调整。算法以窗帘动态模拟为例,快速逼真地模拟了窗帘在外力作用下的飘动效果。实验结果表明,该方法能够抑制超弹性现象的发生,并能有效地避免布料不切实际的抖动,具有较强的稳定性。

**关键词:**质点—弹簧模型;布料变形;抖动现象;质点约束;窗帘模拟

**中图分类号:** TP391.41 **文献标志码:** A

### Curtain dynamic simulation based on particle constraint algorithm

HAN Li, JIA Yue\*

(College of Computer and Information Technology, Liaoning Normal University, Dalian Liaoning 116029, China)

**Abstract:** Concerning the cloth undulation in dealing with the super-elasticity, an improved particle constraint algorithm based on mass-spring model was presented. In an iteration cycle, it only adjusted the longest stretch spring, and the other over-stretched springs adaptively made the velocity change. The paper took curtain dynamic simulation as example to implement this algorithm, and the curtain flapped naturally in the wind. The experimental results demonstrate that the proposed algorithm can effectively avoid unrealistic undulation and has strong stability.

**Key words:** mass-spring model; cloth deformation; undulation phenomena; particle constraint; curtain simulation

## 0 引言

自20世纪80年代以来,如何在计算机上高效和逼真地模拟布料运动、布料褶皱等效果一直是计算机图形学的一个热点研究方向<sup>[1-2]</sup>。早期的布料模拟一般采用几何方法,然而几何模型<sup>[3-4]</sup>只能适用于一些特殊情况,而且模拟效果比较差,于是基于物理特征的建模方法被提出,通过引入质量、力、能量等物理量,将布料各个部分的运动看成是在各种力的作用下质点运动的结果。其中最具代表性的是质点—弹簧模型,该模型是由Breen等<sup>[5]</sup>在分析布料物理特性的基础上,借鉴Kawabata评价系统<sup>[6]</sup>所提出的。为了模拟布料拉伸压缩、沿平面内方向剪切和平面外方向弯曲三种情况下的力学性质,Provot<sup>[7]</sup>为模型设置了三种弹簧,分别对应这三种情况,模拟了布料的拉伸、悬垂和弯曲等动态效果。2002年,Choi等<sup>[8]</sup>把结构弹簧和剪切弹簧共同用于处理拉伸力;将压缩力合并到弯曲弹簧中,并增加对角线方向的弯曲弹簧,用于处理压力和弯曲力,逼真地模拟了布料褶皱<sup>[9]</sup>效果。近年来,质点—弹簧模型被广泛用于布料的动态模拟,但该模型存在的一个最大问题是会发生超弹性现象,致使布料模拟产生不真实的形变。对此,本文提出改进的质点约束算法,首先,在Choi模型基础上,建立优化的质点—弹簧模型;然后对模型中的质点进行受力分析并利用显式欧拉方法对模型进行数值求解;最后应用本文的约束算法对质点进行调整,得到模型质点的运动位置。实验结果表明,该方法有效地避免了布料不真实的抖动现象,能够真实、快速地模拟布料运动。

## 1 相关研究工作

在应用质点—弹簧模型进行布料模拟时,为了简化模型和计算,通常对弹簧的弹性系数进行线性化假设,进而提高模拟效率,但一般布料受力变形曲线并非理想的线性关系,而是如图1所示的非线性关系,这就是产生超弹性现象的根本原因。

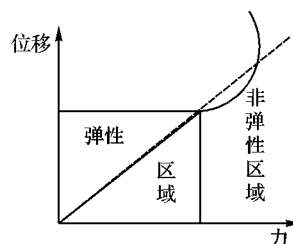


图1 弹簧受力与位移关系

对此,研究人员提出了许多方法<sup>[10-11]</sup>来避免超弹性现象。一般认为增大弹簧系数可以避免弹簧过度拉伸,但在相同的外力作用下,弹簧系数越大,拉力就越小,需要减小时间步长才能保持系统稳

定,但这样却增大了系统的时间开销。House等<sup>[12]</sup>使用拉格朗日乘数法来处理布料模拟过程中的过度拉伸,这种方法着眼于全局约束,能够有效地控制布料的整体效果,但当超弹性问题仅发生在布料的部分质点时,这种方法工作效率较低;1995年,Provot等<sup>[7]</sup>采用局部约束的思想,基于逆向动力学提出了质点位置修正算法,在一定程度上解决了超弹性问题,但该方法不是完全收敛的,在模拟过程中由于“修正抵消”会导致布料的震荡,而且在局部的修正质点位置时还可能造成与其相邻的其他弹簧发生超弹性现象。针对上述问题,采用本文提出的改进的质点约束方法,可以有效地避免布料抖动,提高模拟效果。

收稿日期: 2012-04-25; 修回日期: 2012-06-01。

基金项目: 辽宁省百千万人才项目及辽宁省教育厅资助项目(2010921090); 中国科学院数学机械化重点实验室开放课题。

作者简介: 韩丽(1973-),女,辽宁大连人,副教授,博士,CCF会员,主要研究方向: 计算机图形学、计算机视觉; 贾玥(1987-),女,辽宁沈阳人,硕士研究生,主要研究方向: 计算机图形学、计算机动画。

## 2 质点—弹簧模型的优化及受力分析

Choi 所提出的质点—弹簧模型是将布料连续质量空间离散为四边形网格形式的粒子系统。粒子间是用无质量的,自然长度不为零的弹簧连接。应用该模型能够逼真地模拟布料运动,但却无法满足实时动画的要求。本章首先从模型自身角度分析,优化模型以减少计算量,提高模拟性能;然后对模型中的质点进行受力分析,模拟布料运动。

### 2.1 模型的优化

在 Choi 模型中实线表示拉伸力,虚线的连接用于表示压缩和弯曲抵抗力,主要是防止布料过分不自然的弯曲,这个力的计算相当复杂<sup>[13]</sup>,而且与本文所要讨论的超弹性问题发生与否无关,所以如图2,本文对模型做了如下优化:黑色圆点代表质点,实线代表拉伸和压缩弹簧,用来模拟结构力和剪切力,忽略弯曲弹簧的作用。

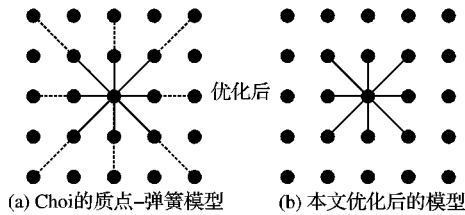


图2 优化后的质点—弹簧模型

### 2.2 受力分析

一个由  $n$  个质点构成的质点—弹簧系统,对于每个质点而言,其运动状态取决于该点所受的內力和外力之和,在力的作用下质点呈现出它所代表的一小块单元的运动轨迹,综合每个质点的运动,便呈现出整个模型所代表的布料的变形形态。

质点所受內力包括弹簧力和阻尼力,即:

$$F_{\text{internal}} = F_{\text{spring}} + F_{\text{damp}} \quad (1)$$

对于单个质点,由胡克定律,弹簧力为:

$$F_{\text{spring}}(i, j) = K_s(|x_{ij}| - l_0) \frac{x_{ij}}{|x_{ij}|} \quad (2)$$

其中:  $F_{\text{spring}}(i, j)$  是质点  $i, j$  间的弹簧力;  $K_s$  是弹簧的弹性系数;  $l_0$  是弹簧的原长;  $x_{ij} = x_j - x_i$ ,  $x_i, x_j$  是  $t$  时刻质点  $i, j$  的位置。

为减少质点运动过程中受力引起的不切实际的抖动,需要附加阻尼力。阻尼力表现了布料的硬度,在动态布料模拟中,适当的阻尼力对维持系统的稳定性是非常重要的,本文为模型添加的线性阻尼力如下:

$$F_{\text{damp}}(i) = -K_d(v_i - v_j) \quad (3)$$

其中:  $F_{\text{damp}}(i)$  是质点  $j$  对质点  $i$  的附加阻尼力;  $K_d$  是阻尼系数;  $v_i, v_j$  分别为质点  $i, j$  速度。

质点所受的外力包括重力、空气阻力和风力,即:

$$F_{\text{external}} = G + F_{\text{air}} + F_{\text{wind}} \quad (4)$$

整个布料的重力是每个质点所受重力之和,每个质点的重力表示为:

$$G(i) = m_i g \quad (5)$$

其中:  $G(i)$  表示质点  $i$  所受到的重力;  $m_i$  是质点  $i$  的质量;  $g$  是重力加速度。

空气阻力可以减缓弹簧长度的变化,使模型更加稳定。由 Stoke 阻力公式<sup>[14]</sup>,认为空气阻力和质点速度的  $n$  次方成正比。则空气阻力表示为:

$$F_{\text{air}}(i) = -m_i k_a |v_i|^n \frac{v_i}{|v_i|}$$

取  $n = 2$ , 得到:

$$F_{\text{air}}(i) = -m_i k_a |v_i|^2 \frac{v_i}{|v_i|} \quad (6)$$

其中:  $F_{\text{air}}(i)$  是质点  $i$  所受的空气阻力;  $k_a$  是正阻尼系数。

空气动力学和流体动力学<sup>[15]</sup>给出了空气运动的流场,但计算十分复杂,无法满足实时动画要求,本文定义风力如下:

$$F_{\text{wind}}(i) = C_w[n_i(u_{\text{fluid}} - v_i)]n_i \quad (7)$$

其中:  $F_{\text{wind}}(i)$  是质点  $i$  所受的风力;  $n_i$  是质点  $i$  的单位法向量;  $C_w$  是空气流参数;  $u_{\text{fluid}}$  为瞬间空气速度,是随机因子,布料表面各个质点均不同。由此,质点所受合力为:

$$F_{\text{合}} = F_{\text{internal}} + F_{\text{external}} \quad (8)$$

## 3 模型求解及改进的质点约束算法

在质点—弹簧系统中,每个质点有两个重要的变量,即速度  $V$  和位置  $X$ 。根据已求出的质点的受力信息,采用显式欧拉方法<sup>[16]</sup>对模型求解。假设质点  $i$  在  $t$  时刻受力为  $F_{\text{合}}(i)$ ,则在  $t + \Delta t$  时刻的位置和速度由下面式子给出:

$$\begin{cases} a(t + \Delta t) = \frac{F_{\text{合}}(i)}{m_i} \\ v_i(t + \Delta t) = v_i(t) + \Delta t a(t + \Delta t) \\ S_i(t + \Delta t) = S_i(t) + \Delta t v_i(t + \Delta t) \end{cases} \quad (9)$$

根据 Provot 提出的质点位置修正算法,在每一步积分迭代完成后,计算弹簧的伸长率  $\tau = \frac{|x_{ij}| - l_0}{l_0} \times 100\%$ ,当弹簧

的伸长率超过预设的临界伸长率  $\tau_{\text{max}}$  时,对弹簧两端的质点强制施加约束以确保弹簧伸长率在临界伸长率内。外力较小时这种修正方法会有一定的效果,但当外力增大到一定程度时,仍然会发生弹簧过度拉伸的现象,因为它是一个不严格收敛的算法。如图3(a)所示,在某一个迭代周期内,与一个质点相连的弹簧中,假设弹簧1和弹簧2的伸长率超过了临界伸长率,且弹簧1的伸长度大于弹簧2,若按照传统算法对弹簧进行修正如图3(b)。先修正弹簧1,则①号质点会向左上方移动,假设移动的位移为  $L_1$ ,此时保证了弹簧1满足最大伸长率;接下来修正弹簧2,此时①号质点又会向右下方移动,假设移动的距离为  $L_2$ ,这就致使①号质点的两次移动互相抵消一部分,减慢了布料的收缩过程,导致不真实的震荡现象。基于此种问题,本文采用改进的质点约束算法,每次只对伸长最长的弹簧进行质点位置修正,质点修正方法如下式:

$$\begin{cases} \Delta l = |x_j - x_i| - l_0 \\ \Delta p_i = + \frac{m_j}{m_i + m_j} * \Delta l * \frac{x_j - x_i}{|x_j - x_i|} \\ \Delta p_j = - \frac{m_i}{m_i + m_j} * \Delta l * \frac{x_j - x_i}{|x_j - x_i|} \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $x_i, x_j$  是弹簧两端质点当前的位置;  $l_0$  是弹簧初始状态下的长度;  $\Delta p_i, \Delta p_j$  是质点位移修正量;  $m_i, m_j$  是质点的质量。这样就避免了大部分由质点位置修正算法产生的相互消除现象,模拟效果逼真。

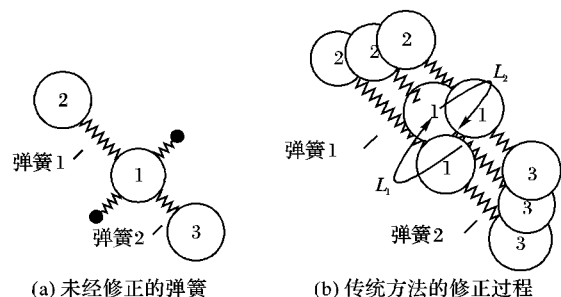


图3 传统算法修正过程

本文质点约束算法步骤如下:

步骤1 根据 Choi 提出的质点—弹簧模型的链接关系

对布料进行建模,忽略弯曲弹簧的作用。

步骤2 根据式(1)~(3)计算内力,式(5)~(7)计算风力、空气阻力等外力,并将合力加到力累加器。

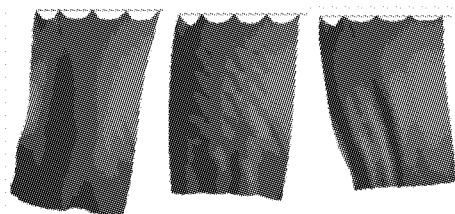
步骤3 在当前迭代时间片内,采用显式欧拉方法计算质点的位置、速度和加速度。

步骤4 当前步迭代完成时,检查系统中所有弹簧的伸长率 $\tau$ 。

步骤5 若与某质点相连的一个弹簧伸长率大于 $\tau_{\max}$ ,则调整该弹簧长度,使其伸长率小于等于 $\tau_{\max}$ ,调整方法如式(10)。

步骤6 若与某质点相连多于一个弹簧的伸长率大于 $\tau_{\max}$ ,则调整伸长率最长的弹簧;对于其他过度拉伸的弹簧,只对其两端质点进行速度调整,将会导致弹簧继续过度拉伸的速度分量置零。

下面以模拟在风中飘动的窗帘为例,图4中使用同一块窗帘布料,在相同的外力作用下,采用不同修正方法的效果对比图如下。



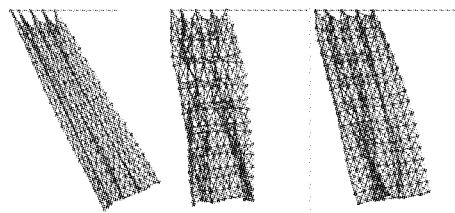
(a) 无任何约束 (b) 传统位置约束 (c) 本文算法  
图4 全部展开的窗帘不同算法效果对比

图4(a)是在无任何约束情况下的模拟效果,可见窗帘拉伸形变较大,出现了严重的超弹性现象;图4(b)中,对质点采用传统位置修正算法,有效地抑制了超弹问题,但由于修正过程中的抵消现象,布料收缩减慢,导致布料抖动;图4(c)中,采用本文约束算法对窗帘系统中的质点进行约束,该方法有效地避免了超弹问题和不真实的抖动现象,较好地模拟了窗帘在外力作用下的飘动效果。

## 4 实验结果及分析

本文在奔腾IV 2.8 GHz, 1 GB 内存的PC机上,以OpenGL图形库为基础,使用VC++作为开发环境,对本文提出的算法与原有方法进行了对比研究。

图5中模拟了网格状态的窗帘部分展开时,在平衡状态下三种不同约束方法的模拟效果。无约束窗帘在悬挂点处网格发生明显形变;传统位置约束方法中网格大小非常不均匀,有严重的震荡现象;而采用本文算法模拟的窗帘在悬挂点处没有严重变形,同时避免了布料震荡抖动,模拟效果比较真实。图6是窗帘在真实场景中的模拟效果,窗帘在风力、空气阻力等外力作用下自然的飘动,产生真实的视觉效果。



(a) 无任何约束 (b) 传统位置约束 (c) 本文算法  
图5 部分展开窗帘网格状效果对比

## 5 结语

本文以窗帘模拟为例,针对原有解决超弹性问题方法的缺陷,提出了一种新的质点约束算法。在一个迭代周期内,与某一质点相连的所有弹簧中,只对过度拉伸最长的弹簧进行

质点位置修正,对其他次过度拉伸的弹簧只进行质点速度修正。该方法较好地抑制了超弹性问题的发生,同时避免了传统算法中由于位置修正的互相抵消而产生的不真实的震荡现象。实验结果表明,改进的方法能较好地模拟布料在外力作用下的自然形态,有一定的实用价值。

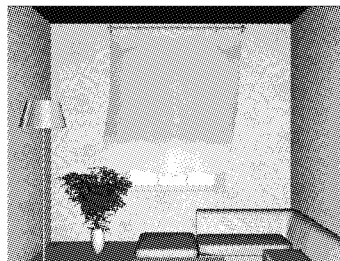


图6 窗帘在真实场景中的模拟效果

## 参考文献:

- [1] LIU Y J, ZHANG D L, YUEN M F M. A survey on CAD methods in 3D garment design[J]. Computers in Industry, 2010, 61(6): 576-593.
- [2] 陈龙, 王进, 陆国栋. 三维服装参数化设计技术[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2011, 32(9): 1504-1511.
- [3] WEIL J. The synthesis of cloth objects[J]. ACM SIGGRAPH Computer Graphics, 1986, 20(4): 49-54.
- [4] DECAUDIN P, JULIUS D. Virtual garments: A fully geometric approach for clothing design[J]. Computer Graphics Forum, 2006, 25(3): 625-634.
- [5] BREEN D, HOUSE D. Predicting the drape of woven cloth using interacting particles[C]// SIGGRAPH'94: Proceedings of the 21st Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1994: 365-372.
- [6] FONTANA M, RIZZI C. Physics-based modeling and simulation of functional cloth for virtual prototyping applications[C]// SM'04: Proceedings of the ninth ACM Symposium on Solid Modeling and Applications. Aire-la-Ville, Switzerland: Eurographics Association, 2004: 267-272.
- [7] PROVOT X. Deformation constraints in a mass-spring model to describe rigid cloth behavior[C]// Proceedings of Graphics Interface. Quebec: Canadian Information Proceeding Society, 1995: 147-154.
- [8] CHOI K, KO H. Stable but responsive cloth[J]. ACM Transactions on Graphics, 2002, 21(3): 604-611.
- [9] THANH T L, GAGALOWICZ A. A new buckling model for cloth simulation[C]// MIRAGE'11: Proceedings of the 5th International Conference on Computer Vision/Computer Graphics Collaborate Techniques. Berlin: Springer-Verlag, 2011: 251-261.
- [10] GOLEDNTHAL R, HARMO D. Efficient simulation of inextensible cloth[J]. ACM Transactions on Graphics, 2007, 26(3): 30-40.
- [11] OZGEN O, KALLMANN M. Directional constraint enforcement for fast cloth simulation[C]// MIG'11: Proceedings of the 4th International Conference on Motion in Games, LNCS 7060. Berlin: Springer-Verlag, 2011: 424-435.
- [12] HOUSE D, DEVAUL R W, BREEN D. Towards simulating cloth dynamics using interacting particles[J]. International Journal of Clothing Science and Technology, 1996, 8(3): 75-94.
- [13] 朱淮冰. 稳定快速的布料动画[D]. 杭州: 浙江大学, 2004: 19-21.
- [14] 顾尔丹, 许端清, 王靖斌, 等. 结合一种面-面碰撞检测算法的服装动态模拟[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2002, 14(11): 1036-1040.
- [15] LING L, DAMODARAN M, GAY K L. A model for animating cloth motion in air flow[C]// TENCON'94: IEEE Region 10's Ninth Annual International Conference. [S. l.]: IEEE, 1994: 118-122.
- [16] 金一庆, 陈越, 王冬梅. 数值方法[M]. 北京: 机械工业出版社, 2007.