

基于分数阶偏微分的图像边缘检测新模型

蒋伟^{1*}, 丁志全^{1,2}, 刘亚威¹

(1. 重庆交通大学 理学院, 重庆 400074; 2. 重庆交通大学 土木建筑学院, 重庆 400074)

(* 通信作者电子邮箱 jiangweilinxiao@126.com)

摘要: 现有的图像边缘检测方法效果不太理想, 得到的图像边缘可能模糊。针对此问题, 将分数阶微分理论和现有的 Laplacian 算子方法相结合应用于图像边缘检测, 提出了一种基于分数阶偏微分的图像边缘检测新模型。实验结果表明, 相比现有的整数阶微分边缘检测方法, 该模型不仅能较好地检测出图像的边缘特征, 而且对噪声具有一定的抑制作用, 尤其对于纹理细节丰富的图像而言, 能够检测出更多的纹理细节信息, 是一种比较有效的边缘检测方法。

关键词: 分数阶偏微分; 图像边缘检测; Laplacian 算子; 纹理细节; 客观评价指标

中图分类号: TP391.41 **文献标志码:** A

New image edge detection model based on fractional-order partial differentiation

JIANG Wei^{1*}, DING Zhi-quan², LIU Ya-wei¹

(1. School of Science, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China;

2. School of Civil Engineering and Architecture, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: The effect of existing methods for image edge detection is not ideal, and the detected image edge may be fuzzy. Therefore, combining fractional-order differentiation theory with the existing Laplacian operator method, a new image edge detection model based on fractional-order differentiation was proposed. Compared with the existing integer-order differentiation edge detection methods, the experimental results show that the model, not only can detect the image edge well, but also have a certain effect on noise. It can detect more texture detail information especially for texture rich images. It is an effective method for edge detection.

Key words: fractional order partial differentiation; image edge detection; Laplacian operator; texture detail; objective evaluation index

0 引言

边缘检测是图像处理与识别技术中最重要的内容之一, 是图像分析和理解等后续图像处理工作的基础。因此, 国内外专家学者对边缘检测的研究已相当深入, 其相关结果也很多。近十几年来, 基于偏微分方法的图像处理技术得到了很大发展^[1-4]。迄今为止, 在图像边缘检测领域有诸如 Sobel 算子、Prewitt 算子、Kirsch 算子等经典的偏微分算子方法, 这些方法原理简单, 模板清晰, 易于计算机实现, 但对噪声比较敏感, 容易出现边缘多像素宽的情况, 造成边缘检测效果较差。

研究者们还提出了基于小波变换、数学形态学、神经网络与模糊算法相结合等多种边缘检测方法^[5-7]。在文献[5]中提出的基于小波变换的模极大值理论对图像进行边缘检测, 得到的检测效果, 补偿了弱边缘并且抑制了噪声。成晓倩^[6]以二值形态学理论为基础, 提出了一种基于数学形态学的边缘检测算子, 提取的边缘定位准确, 连续性好, 运算速度快, 具有很好的去噪能力。但是数学形态学方法在进行边缘检测时, 对结构元素和形状的选取较为严格, 结构元素选取的好坏将直接影响图像的形态处理效果。贾超等^[7]针对传统图像边缘检测方法中出现毛边、噪边、边缘定位不精确等缺点, 提出了一种基于神经网络与模糊算法相结合的检测方法。该方法针对图像高频和低频部分分别处理, 对检测出的两个图像

进行融合, 检测效果获得较大提升, 边缘的连续性和封闭性都较好, 具有较强的抗噪能力。但以上方法都不具有绝对优势, 要么边缘检测精度较高, 抗噪性能不理想; 要么是抗噪能力较强, 检测精度不理想。随后, 研究者对上述方法进行了改进, 在一定程度上平衡了抗噪能力和检测精度的问题, 但算法复杂度, 运算量大, 不利于计算机实现。

分数阶微积分已经迅速在信息科学领域得到了广泛的应用, 特别是在图像处理方面已经成功解决诸如图像增强、边缘检测、图像去噪等^[8-10]。蒲亦非等^[8]将分数阶微分引入数字图像处理, 提出并论述了数字图像分数阶微分掩模及其运算规则。结果表明, 对于纹理细节信息丰富的图像信号而言, 分数阶微分对灰度变化不大的平滑区域中纹理细节信息的增强明显优于整数阶微分运算。张旭秀等^[9]给出了一种改进的基于分数阶微分算法的医学图像边缘检测方法, 克服了传统边缘检测算子对噪声敏感的缺点, 该方法不仅有效地提取了图像边缘特征, 更能很好地检测纹理细节, 提升高频信号, 非线性保留中低频信号, 而且对噪声具有较好的抑制作用, 提高了信噪比。文献[10]将分数阶微分理论与全变分方法相结合应用于图像去噪, 提出了一种基于分数阶偏微分方程的图像去噪新模型, 该模型在继承了现有全变分模型去噪效果的同时, 较好地保留了图像的纹理细节, 是一种有效、实用的图像去噪模型。文献[8-10]都是从分数阶微分的定义出发,

收稿日期: 2012-04-06; **修回日期:** 2012-06-02。 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61004118; 11071266); 重庆市教委科技项目(KJ120401); 重庆交通大学实验教改项目(SYJ201128)。

作者简介: 蒋伟(1982-), 男, 重庆人, 讲师, 硕士, 主要研究方向: 偏微分方程、数字图像处理; 丁志全(1988-), 男, 重庆人, 硕士研究生, 主要研究方向: 数字图像处理及其在桥梁检测上的应用; 刘亚威(1975-), 男, 甘肃人, 副教授, 博士研究生, 主要研究方向: 图像分析、模式识别。

构造微分掩模进行卷积计算出像素值。从幅频特性曲线可以看出,图像的中频信号得到较好的提升,能够检测出更丰富的纹理细节信息,优于现有的整数阶微分方法。另一方面,分数阶微分的幅频特性曲线也表明了该方法对高频信号提升不够的缺点,从而对于图像的边缘轮廓信息的检测较差。

为在检测到更丰富的图像纹理细节的同时,能兼顾对图像边缘轮廓的检测,本文在文献[1-10]的基础上,以分数阶微分理论为基础,对 Laplacian 边缘检测算子进行改进,这就要求纹理信息和边缘轮廓都能同时被检测出来。目前尚未发现关于分数阶微分理论和 Laplacian 算子结合的边缘检测技术的文献报道,本文将对这种新方法进行详细的讨论。

1 基于分数阶偏微分的边缘检测新模型

1.1 微分运算用于图像边缘检测的作用分析

对图像而言,平滑区域对应于信号的低频,纹理细节区域对应于信号的中频,高频信号则对应边缘轮廓和噪声区域。从图1可以看出,如果用 Roberts 算子、Sobel 算子、Laplacian 算子等整数阶微分去处理图像中灰度变化不大的平滑区域,图像的高频信号将得到足够提升,边缘特征也可以较好地检测,但其纹理细节信息必然会被大幅度衰减,并且整数阶微分的边缘检测算子在检测边缘的同时可能会增强噪声,所以现有的整数阶微分的图像边缘检测方法不但不能很好地检测出图像平滑区域的纹理细节信息,而且抗噪能力不理想。

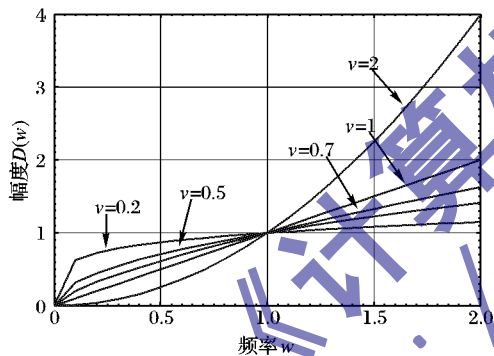


图1 信号微分的幅频特性曲线

若直接采用分数阶微分掩模对图像的纹理细节和边缘进行处理,在提取图像边缘的过程中可以通过调节微分算子的阶数来获取最佳的边缘信息,通过分析信号经过微分的幅频特性发现,利用分数阶微分提取边缘可以避免产生较大的噪声^[9]。但当微分阶数减小到0.2,甚至更小,微分运算对信号高频的提升和中频的加强效果已经不明显,此时图像边缘的提升和纹理的增强区别不明显,这就会造成纹理信息对边缘检测产生较大干扰。根据现有整数阶微分对边缘提升的明显优势,分数阶微分在有效增强纹理细节信息的同时减小噪声等特点,将分数阶微分与 Laplacian 算子相结合,得到了一种边缘检测新模型,获取了更好的边缘检测效果。

1.2 新边缘检测模型的建立

梯度算子表达式是一阶偏微分形式,用该方法进行处理常常会产生较宽的边缘,一般对灰度阶梯有较强的响应。而 Laplacian 算子表达式是以二阶偏微分形式给出的,该算子在实际操作中强调图像中灰度的突变及降低灰度缓慢变化的区域,将产生一幅把图像中的浅灰色边缘和突变点叠加到暗背景中的图像。一般地,二阶偏微分处理边缘细节的效果比一阶更好。

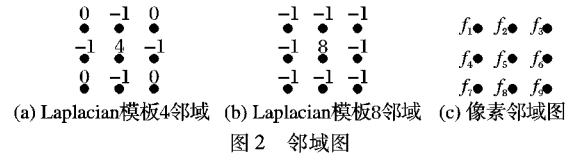


图2 邻域图

Laplacian 模板有两种形式,图2(a)、(b)分别为模板满足 90° 、 45° 旋转的各向同性。从频谱图^[1]中不难看出,图2(a)模板对高频分量的响应强于图2(b)模板,说明了此模板对噪声过于敏感,会对图像边缘细节有很大影响,考虑到 Laplacian 算子的这一特性,即选择具备边缘检测和抑制噪声能力较好的图2(b)模板来进行边缘检测处理。在数字图像中,表达式如下所示:

$$\nabla^2 f(x, y) = 8f_5 - (f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_6 + f_7 + f_8 + f_9) \quad (1)$$

利用 8 邻域算子对上述区域进行卷积运算得到像素点 (x, y) 处的 8 邻域梯度为:

$$G_8(x, y) = 8f(x, y) - f(x, y+1) - f(x-1, y) - f(x+1, y) - f(x, y-1) - f(x-1, y+1) - f(x+1, y+1) - f(x-1, y-1) - f(x+1, y-1) \quad (2)$$

对图像进行等间距采样,取步长为 $\Delta x = 1$ 或 $\Delta y = 1$,得:

$$\begin{aligned} f(x, y) - f(x-1, y) &= \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \\ f(x, y) - f(x, y-1) &= \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \\ f(x, y) - f(x+1, y) &= -\frac{\partial f(x+1, y)}{\partial x} \\ f(x-1, y) - f(x-1, y+1) &= -\frac{\partial f(x-1, y+1)}{\partial y} \\ f(x, y) - f(x, y+1) &= -\frac{\partial f(x, y+1)}{\partial y} \\ f(x, y+1) - f(x+1, y+1) &= -\frac{\partial f(x+1, y+1)}{\partial x} \\ f(x, y-1) - f(x-1, y-1) &= \frac{\partial f(x, y-1)}{\partial x} \\ f(x+1, y) - f(x+1, y-1) &= \frac{\partial f(x+1, y)}{\partial y} \end{aligned} \quad (3)$$

得到 $G_8(x, y)$ 的微分形式为:

$$G_8(x, y) = 2 \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} - 2 \frac{\partial f(x, y+1)}{\partial y} + 2 \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} - 2 \frac{\partial f(x+1, y)}{\partial x} + \frac{\partial f(x, y-1)}{\partial x} + \frac{\partial f(x+1, y)}{\partial x} - \frac{\partial f(x+1, y+1)}{\partial x} - \frac{\partial f(x-1, y+1)}{\partial y} \quad (4)$$

文献[8]给出了数字图像的分数阶偏微分表达式定义如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial^\nu F(x, y)}{\partial x^\nu} = F(x, y) + (-\nu)F(x-1, y) + \frac{(-\nu)(-\nu+1)}{2}F(x-2, y) + \dots + \frac{\Gamma(-\nu+1)}{n!\Gamma(-\nu+n+1)}F(x-n, y) \\ \frac{\partial^\nu F(x, y)}{\partial y^\nu} = F(x, y) + (-\nu)F(x, y-1) + \frac{(-\nu)(-\nu+1)}{2}F(x, y-2) + \dots + \frac{\Gamma(-\nu+1)}{n!\Gamma(-\nu+n+1)}F(x, y-n) \end{cases} \quad (5)$$

受分数阶微分理论的启发,用分数阶微分来替换式(4)

中的整数阶微分进行运算,得到新模型如下:

$$G_8^v(x, y) = 2 \frac{\partial^v f(x, y)}{\partial y^v} - 2 \frac{\partial^v f(x, y+1)}{\partial y^v} + 2 \frac{\partial^v f(x, y)}{\partial x^v} - 2 \frac{\partial^v f(x+1, y)}{\partial x^v} + \frac{\partial^v f(x, y-1)}{\partial x^v} + \frac{\partial^v f(x+1, y)}{\partial y^v} - \frac{\partial^v f(x+1, y+1)}{\partial x^v} - \frac{\partial^v f(x-1, y+1)}{\partial y^v} \quad (6)$$

其中, $G_8^v(x, y)$ 分别为改进后的梯度。为得到更好的边缘检测效果,将式(5)取前三项以形成 3×3 微分掩模,结合式(6)得到新的边缘检测梯度算子:

$$G_8^v(x, y) = \frac{(-v)(-v+1)}{2} f(x-2, y-1) + (v^2 - v) f(x-2, y) - \frac{v^2 + v}{2} f(x-1, y-1) + (-v) f(x-1, y-1) + (-v) f(x-1, y+1) + \left[-\frac{3(-v)(-v+1)}{2} - v \right] f(x-1, y) - v^2 f(x-1, y) - \left(\frac{v^2 - v}{2} + 1 \right) f(x-1, y+1) - (v^2 + v - 1) f(x, y-1) + (4v+4) f(x, y) + (v^2 - v) f(x, y-2) + (v-2) f(x, y+1) + \frac{v^2 - v}{2} f(x+1, y-2) - v f(x+1, y-1) - f(x+1, y) - f(x+1, y+1) \quad (7)$$

新的边缘检测模型对应的梯度掩模如下:

$$G_8^v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{v^2 - v}{2} - 1 & v - 2 & -1 & 0 \\ v^2 - v & -v^2 & 4v + 4 & -1 & 0 \\ \frac{v^2 - v}{2} & -\frac{v^2 + v}{2} & -\frac{v^2 - v}{2} - 1 & -v & 0 \\ 0 & 0 & v^2 - v & \frac{v^2 - v}{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

2 对比实验与结果分析

为了与现有的边缘检测方法进行比较,对本文新模型进行了大量的计算机仿真实验,实验中的阈值将根据视觉效果选择合适的参数,以产生较好的边缘检测结果。

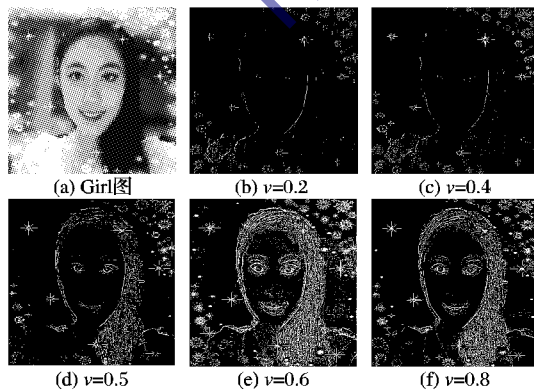


图3 取阈值 $T = 120$ 时不同微分阶数的边缘检测

首先,对 Girl 图进行了边缘检测处理,如图3所示。 T 和 v 分别表示边缘检测选取的阈值和分数阶微分的阶数。其中,(a)为原始图像,(b)~(f)是本文模型选取不同参数得到的边缘检测结果。当参数 $T = 120$ 时,分别选取不同的微分阶

数 v 提取图像边缘信息。当 $0 < v < 0.6$ 时,实验效果随参数 v 的增加而越来越理想;当 $v > 0.6$ 时,效果随 v 的增加而逐渐变差。不难看出,当 $v = 0.6$ 时,实验效果最好,如图3(e)所示。由此可以看出,对于纹理细节丰富的图像而言,新模型能够准确地检测出更多、更佳的图像纹理细节信息。

然后,以 Beans 图为例,分别用现有的边缘检测方法和本文模型进行边缘检测处理,图4(b)~(f)分别为 Sobel 算子、Roberts 算子、Laplacian 算子、文献[9]方法及本文模型($T = 80, v = 0.7$)进行边缘检测的对比图。不难看出,Roberts 算子不能较好地检测边缘的方向,不能将图像主体和背景完全区分开来,边缘检测效果不佳;Sobel 算子可以检测出边缘,但是在处理某些点时,不能严格地将图像主体和背景区分出来;Laplacian 算子方法可以检测出边缘,但对某些图像来说,存在锐化过度的现象。本文模型边缘检测准确性高,能够获得更多的目标物体信息,检测到的内容更加丰富,优于现有的整数阶微分方法。

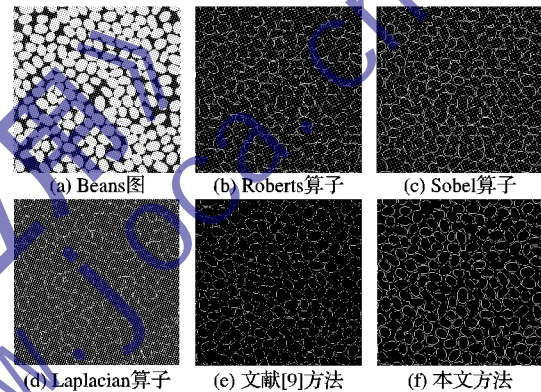


图4 不同边缘检测方法实验对比(Beans图)

不仅如此,与现有的分数阶微分边缘检测方法相比,本文方法也具备一定优势。文献[9]是根据经典的分数阶微分定义构造了8个分数阶微分算子,相加得到分数阶微分掩模,较好地提取了医学图像边缘,并克服了现有边缘检测算子对噪声敏感的缺点。杨柱中等^[11]推导出的分数阶差分方程,构建了近似的分数阶 Tiansi 模板,可以有效提取边缘,比传统的边缘检测算子具有更高的信噪比。不同的是,本文将分数阶微分理论对现有 Laplacian 算子进行改进,得到了新的边缘检测模型,该模型保留了二阶微分 Laplacian 算子原有的图像边缘检测的优势,同时体现了分数阶微分对图像的纹理细节检测得更丰富的特点。因此在提取图像边缘的过程中可以通过调节微分的阶数来获得更好的图像边缘纹理信息,这是整数阶微分方法不能实现的。该模型更好地达到了边缘检测目的,优于现有的整数阶微分边缘检测方法。

以上是从主观视觉效果来评价图像边缘检测效果的优劣,而常用的边缘检测客观评价标准是线性连接程度(L)、错检率(N)和漏检率(F)^[12]。有效边缘的连接程度越高,边缘评价越高;漏检边缘越少,边缘评价越高;错检边缘越少,边缘评价越高。将客观评价的3个指标综合起来,定义新的边缘评价度量 M ,它是由3项指标的加权平均表示的,如式(9)所示:

$$M = \alpha L + \beta(1 - N) + \gamma(1 - F) \quad (9)$$

其中 $\alpha + \beta + \gamma = 1$, 加权系数表示不同评价指标对评价度量的影响程度。

以 Palace 图为例进行实验对比,加权平均系数分别取 $\alpha = 0.3, \beta = 0.4, \gamma = 0.3$, 结果如表1所示。

(下转第2858页)

表2 “Baboon”的PSNR值比较

比特率/bpp	DWT-SPIHT	DDWT-SPIHT	本文方法
0.05	20.11	20.31	20.72
0.10	21.45	21.75	22.07
0.15	22.18	22.21	22.55
0.20	22.76	22.75	22.97
0.30	23.87	23.51	23.42

5 结语

本文提出基于双树小波变换的SSIM-NS算法并将其应用到图像编码传输中。本文算法有以下特点:1)采用DDWT,在保留DT-CWT特点的同时减少冗余度。2)在传统的噪声整形过程中引入SSIM指数信息,在DDWT处理过后根据SSIM指数信息自适应调整增益因子,在保留图像重要信息的同时最大限度地聚集图像能量,同时削减小波系数的个数,保证重构图像质量和获得较高的PSNR值和SSIM指数。实验结果表明本文算法能够在一定程度上削减小波系数个数,在低比特率条件下,能够提高解码图像的PSNR值和SSIM指数,较好地改善图像的重构质量。

参考文献:

- [1] KINGBURY N G. Shift invariance properties of the dual-tree complex wavelet transform[C]// ICASSP99: Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Washington, DC: IEEE Computer Society, 1999: 16-19.
- [2] KINGBURY N G. Complex wavelets for shift invariant analysis and

filtering of signals[J]. Applied Computational Harmonic Analysis, 2002, 10(3): 234-253.

- [3] SELESNICK I W, BARANIUK R G, KINGBURY N G. The dual-tree complex wavelet transform[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2005, 22(6): 123-151.
- [4] ZHOU J, DANSEREAU R M, JOSLIN C. Perceptual noise shaping in dual-tree complex wavelet transform for image coding[C]// 2011 18th IEEE International Conference on Image Processing. [S.l.]: IEEE, 2011: 237-240.
- [5] REEVES T H, KINGBURY N G. Overcomplete image coding using iterative projection-based noise shaping[C]// Proceedings of International Conference on Image Processing. Rochester: IEEE, 2002: 597-600.
- [6] KINGBURY N G, REEVES T H. Redundant representation with complex wavelets: How to achieve sparsity[C]// Proceedings of International Conference on Image Processing. Barcelona: IEEE, 2003: 45-48.
- [7] SELESNICK I, LI K Y. Video denoising using 2D and 3D dual-tree complex wavelet transforms[C]// Proceedings of the SPIE 5207 (Wavelets Applications in Signal and Image Processing X). [S.l.]: SPIE, 2003: 607-618.
- [8] 佟雨兵, 张其善, 祁云平. 基于PSNR与SSIM联合的图像质量评价模型[J]. 中国图象图形学报, 2006, 11(12): 1758-1763.
- [9] YANG J, WANG Y, XU W, et al. Image coding using dual-tree discrete wavelet transform[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(9): 1555-1569.

(上接第2850页)

表1 图5的评价指标

各边缘检测方法	L	$1-N$	$1-F$	M
Roberts算子	0.9496	0.9870	0.6869	0.8858
Laplacian算子	0.9465	0.9564	0.7755	0.8992
Sobel算子	0.9531	0.9526	0.7987	0.9066
文献[9]方法	0.9961	0.9903	1.0000	0.9950
本文方法	0.9985	0.9978	1.0000	0.9987

从表1可以看出,本文方法和文献[9]方法边缘检测的三个指标都优于其他方法,漏检率几乎为0,能很好地检测到图像的边缘纹理细节;与文献[9]相比,本文方法的错检率更低,连接度更高,对分数阶微分方法在一定程度上有所改进,明显优于现有的整数阶微分方法。

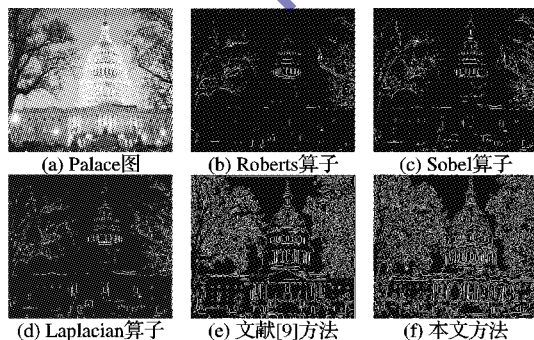


图5 不同边缘检测方法实验对比(Palace图)

3 结语

针对现有的Laplacian算子边缘检测方法中检测纹理细节信息较差,易造成重要边缘丢失等问题,提出了一种基于分数阶偏微分的边缘检测新模型。实验结果表明,与现有的

Roberts算子、Sobel算子、Laplacian算子等整数阶微分边缘检测方法相比,一方面,本文方法取得了较好的检测效果和定位精度,且对噪声具有一定的抑制能力;另一方面,它能够很好地检测出更多的图像纹理细节信息,优于整数阶微分边缘检测方法,达到了边缘检测的目的,且本文模型算法的时间复杂度较低,是一种有效的图像边缘检测方法。然而,对不同的图像如何较快地选取很好的阈值和微分阶数,还有待进一步的研究。

参考文献:

- [1] 孙增国, 韩崇昭. 基于Laplacian算子的图像增强[J]. 计算机应用研究, 2007, 24(1): 222-223.
- [2] 贾迪野, 黄凤岗, 苏茜. 一种新的基于高阶非线性扩散的图像平滑方法[J]. 计算机学报, 2005, 28(5): 882-891.
- [3] 蒋伟, 胡学刚. 基于对数图像处理和二阶微分的图像增强新模型[J]. 西南大学学报: 自然科学版, 2009, 31(9): 142-146.
- [4] 仵冀颖, 阮秋琦. 偏微分方程在图像去噪中的应用[J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(22): 69-71.
- [5] 郭立智, 赵金环. 基于小波变换的边缘检测[J]. 青岛理工大学学报, 2007, 28(2): 78-80.
- [6] 成晓倩. 一种基于数学形态学的边缘检测算子[J]. 河北理工大学学报: 自然科学版, 2009, 31(2): 55-58.
- [7] 贾超, 邹琪, 姚芳, 等. 基于神经网络与模糊算法图像边缘检测方法[J]. 计算机应用研究, 2008, 25(11): 3507-3508.
- [8] 蒲亦非, 王卫星. 数字图像的分数阶微分掩模及其数值运算规则[J]. 自动化学报, 2007, 33(11): 1129-1135.
- [9] 张旭秀, 卢洋. 基于分数阶微分的医学图像边缘检测方法[J]. 大连交通大学学报, 2009, 30(6): 61-65.
- [10] 蒋伟. 基于分数阶偏微分方程的图像去噪新模型[J]. 计算机应用, 2011, 31(3): 753-756.
- [11] 杨柱中, 周激流, 黄梅, 等. 基于分数阶微分的边缘检测[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2008, 40(1): 152-156.
- [12] 杨炬, 梁德群. 一种基于区域一致性测度的边缘评价方法[J]. 中国图象图形学报, 1999, 4(3): 234-238.