

多峰函数优化的改进人工鱼群混合算法

邓涛^{1*}, 姚宏², 杜军¹

(1. 空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710051; 2. 空军工程大学 理学院, 西安 710038)

(*通信作者电子邮箱 376677818@qq.com)

摘要:针对人工鱼群算法(AFSA)应用于多峰优化问题时搜索能力不足、优化精度不高的缺点,提出了一种改进的人工鱼群混合算法。该算法中,采用优胜劣汰抑制策略,筛选出精英人工鱼群;对聚群行为和追尾行为进行寻优,有利于人工鱼在新的寻优轨迹上进行仔细搜索;对觅食行为进行了改进,避免人工鱼陷入平坦位置;结合模式搜索法,增强其局部精细搜索能力。仿真结果表明,所提出的算法具有较强全局优化能力和局部优化能力,搜索到每个最优解精度都达到了理想值,且能够用于复杂多峰函数优化。

关键词:人工鱼群算法;多峰优化;模式搜索法;优胜劣汰;聚群行为

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A

Improved artificial fish swarm mixed algorithm for multimodal function optimization

DENG Tao^{1*}, YAO Hong², DU Jun¹

(1. College of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710051, China;

2. College of Science, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710038, China)

Abstract: In order to deal with the problems of inefficient searching and low accuracy of Artificial Fish Swarm Algorithm (AFSA) for multimodal function optimization, an improved AFSA for multimodal function optimization was proposed. In the algorithm, the strategy of the survival of the fittest suppression was adopted, eliminating artificial fish which was situated in food with low concentration of similar artificial fish to select elite artificial fish swarm. Optimization for swarming behavior and following behavior contributed to artificial fish careful search in a new optimization trajectory to enhance its local search capacity. Modifying for preying behavior, artificial fish was avoided sinking flat position. In combination with Pattern Search Method (PSM), its local accuracy search capacity was enhanced. The simulation results indicate that the proposed algorithm has stronger global optimization and local optimization capabilities, and the search for each optimal solution accuracy has reached the ideal value, and it is able to be used for complex multimodal function optimization.

Key words: Artificial Fish Swarm Algorithm (AFSA); multimodal function optimization; Pattern Search Method (PSM); survival of the fittest; swarming behavior

0 引言

许多问题如工程设计、组合优化和决策等,经数学建模后可归结为求多峰函数的多个最优解或几个最优解和多个局部最优解,这一类问题一般称为多峰优化问题。

学者们提出许多适合多峰函数优化的改进算法和新思路,其中主要有基于小生境技术的进化算法、群智能算法和免疫机制等。如利用小生境技术的适应值共享算法^[1-2]、确定性拥挤算法^[3]和物种保留算法^[4],它们在保持种群的多样性和搜索效率上有了较大的提高,但存在局部搜索能力弱的缺点,很难获得较多的峰值点。基于粒子群优化的思想,Seo等^[5]提出一种基于多组群的粒子群算法,通过采用时变加速因子和互斥速度分量提高了算法对局部极值的搜索能力,但算法的组群数量 μ 必须足够大才能有效地搜索到所有的峰值,所以不适用于峰值较多的目标函数。薛文涛等^[6-8]提出了找到多峰函数的全部最优解和尽可能多的局部最优解的能用于多峰函数优化的免疫混沌网络算法(Immune Chaotic Network Algorithm, ICNA)、免疫粒子群网络(Immune Particle

Swarm Network, IPSN)算法和基于双变异算子的免疫网络算法(Immune Network algorithm based on Double Mutation operators, DMIN),但对于多峰值函数,需要不断加入新抗体才能搜寻到多峰值,导致较大的计算步数;新加入的抗体具有随机性,可能致使搜索到的优化值数少于函数本身峰值数。

人工鱼群算法(Artificial Fish Swarm Algorithm, AFSA)模拟鱼群游弋觅食的行为,使用目标问题的函数值,对搜索空间有一定的自适应能力,并具有对初值与参数选择不敏感、鲁棒性强、简单易实现和使用灵活等诸多优点,对多峰优化问题具有较强的适应能力^[9]。AFSA已经成功应用于无线定位^[10]、医学图像配准^[11]、RNA二级结构预测^[12]、速度辨识器^[13]等领域。但是,AFSA只能搜索到一个全局最优解和优化精度不高,这限制了它在多峰优化中的应用。目前,仅有张梅凤等^[14]融入模拟退火、小生境技术提出生境人工鱼群算法,以解决多峰优化问题。但是,其应用于搜索较多峰值函数所有峰值时将带来较大的计算量。针对鱼群算法搜索精度不高的局限性,很多学者都对鱼群算法进行了改进,有效提高了算法的优化精度^[14-16]。

收稿日期:2012-04-17;修回日期:2012-05-16。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51175510);航空科学基金资助项目(20111396011);空军工程大学研究生创新基金资助项目。

作者简介:邓涛(1984-),男,江西宜春人,博士研究生,主要研究方向:智能控制;姚宏(1963-),女,安徽寿县人,教授,博士,主要研究方向:智能控制、先进飞行控制;杜军(1973-),男,山西太原人,副教授,博士,主要研究方向:智能故障诊断。

鱼群算法的聚群特性是其能直接用于搜索局部峰值的独有优势。如果初始人工鱼群数量、视野和步长选择得当,人工鱼群将自动聚集于各峰值区域。为了尽可能多地搜索多峰函数的峰值,利用鱼群算法的聚群特性,融入精英保留的思想保留相近人工鱼中的优者,本文提出了一种用于多峰函数优化的改进人工鱼群混合算法。为了提高搜索精度,算法混合了模式搜索法(Pattern Search Method, PSM)。

1 改进的混合人工鱼群算法

1.1 算法的基本思想

在基本人工鱼群算法中,人工鱼的所有行为都是根据视野范围内其他人工鱼的状态信息做出选择的。由于当前人工鱼与视野范围外的人工鱼信息交流较少,随着搜索过程的逐步深入,会逐渐形成若干个相对独立的子鱼群,它们并行地执行搜索,只有在群体之间的距离发生改变时,或出现群体合并,或出现群体远离,或者群体解散。子鱼群的存在增强了算法搜索到局部极值的能力。

将优胜劣汰机制引入到 AFSA 算法中,保留相近人工鱼的优者。人工鱼群通过优胜劣汰机制不断地进化,保证了算法搜索到的位置都是优势位置。通过动态调节视野和拥挤度和对聚群行为和追尾行为进行寻优,促进人工鱼在视野范围内仔细搜索,有利于人工鱼逐渐向局部极值运动。当精英人工鱼数量连续多次不发生变化时,精英人工鱼将各自处于多峰函数的不同优化值区域。为了克服 AFSA 优化精度不高的局限性,引入 Hooke-Jeeves (HJ) 模式搜索法对精英人工鱼进行精搜索^[16]。

1.2 改进的人工鱼群优化算法

为了增强算法的局部搜索能力,在改进的鱼群算法中采用动态视野^[17]:

$$visual = visual_{\max} - (visual_{\max} - visual_{\min}) \frac{gen}{maxgen} \quad (1)$$

其中: gen 为迭代次数, $maxgen$ 为最大迭代次数, $visual_{\max}$ 、 $visual_{\min}$ 分别为最大、最小视野长度,使视野随迭代次数的增加而减小。

当拥挤度较大时,人工鱼的聚群行为和追尾行为比较突出;当拥挤度较小时,觅食或随机行为比较突出^[18]。本文采用: $\delta_{k+1} = \rho \cdot \delta_k$, 其中 δ 为拥挤度, $\rho \in (0, 1)$ 为衰减因子^[12]。

在聚群行为和追尾行为中,引入重复计算次数 NC , 选择其中到达浓度最值位置作为所达位置。这样将有利于人工鱼在新的寻优轨迹上进行仔细搜索,人工鱼前进的方向即为浓度改善的方向,得到的位置是多次尝试位置中的最值位置。为了避免寻找到极值解局部区域的人工鱼游出,本文采用减少觅食随机移动距离的策略:

$$X_{ij\ next} = rand() \times \frac{visual}{5} \quad (2)$$

1.3 人工鱼群的网络抑制与动态平衡^[9-11]

在网络抑制阶段,剔除了相似人工鱼中处于较低食物浓度处的人工鱼,保留优势人工鱼。如果精英鱼群数与上代不同,说明通过补充机制寻找到了新的极值区域,并且可能仍存在没有搜索到的极值区域,因而需要继续补充人工鱼以扩大搜索空间。通过网络抑制和网络补充机制共同作用,不断提高算法多峰搜索能力。

1.4 PSM

PSM 利用探测移动和模式移动两种模式交替进行优化,

迅速地得到目标函数的优化值。将精英人工鱼群位置作为 PSM 的初始点位置,能够克服鱼群算法精度不高的局限性和 PSM 在多峰搜索中对初值依赖性。本文采用 Hooke-Jeeves^[4] PSM。

1.5 算法的步骤

1) 定义参数: 最大迭代代数 $maxgen$, 试探次数 $trynumber$, 最大视距 $visual_{\max}$, 最小视距 $visual_{\min}$, 步长 $step$, 抑制阈值 σ , 拥挤度因子 δ , 衰减因子 ρ , 重复计算次数 NC , 精英人工鱼数量连续保持不变最大次数 $count$ 。随机生成规模为 $fishnum$ 的初始鱼群。

2) 动态调整视野 $visual$ 和拥挤度 δ , 对鱼群执行追尾和聚群行为寻优; 在执行上述两种行为的过程中, 缺省的行为为觅食行为。

3) 优胜劣汰抑制。如有相近人工鱼 ($d_{ij} < \sigma$), 保留优势位置人工鱼。

4) 判断精英人工鱼群数是否连续 $count$ 次保持不变, 是则转 5); 否则转 2)。

5) 对精英人工鱼, 启动 HJ 模式搜索法。设定此时的步长 $step_2$, 加速因子 α , 缩减率 β , 误差限 ε , 最大计算次数 k_{\max} 。若满足停止条件(浓度值误差小于设定的误差限或迭代次数达到最大允许迭代次数), 搜索停止, 输出结果。

2 仿真实验与结果分析

2.1 典型测试函数

选用 2 个典型的多峰函数作为优化精度实例, 通过 10 次仿真实验, 以搜索到的峰值精度作为评判依据, 评价改进的人工鱼群混合算法对多峰函数的搜索精度。算法中, 精英人工鱼数连续保持不变的最大连续次数 $count = 4$, 重复计算次数 $NC = 10$ 。

测试函数 1

$$f_1(x, y) = 200 - (x^2 + y - 11)^2 - (y^2 + x - 7)^2 \quad (3)$$

其中 $-6 \leq x, y \leq 6$ 。

测试函数 2

$$f_2(x, y) = \left(\frac{a}{b + x^2 + y^2} \right)^2 + (x^2 + y^2)^2 \quad (4)$$

其中 $-5.12 \leq x, y \leq 5.12$ 。

f_1 函数是改进 Himmelbau 函数, 为典型线性不可分的等高、非等距的二维多峰函数。本文算法参数取值: 初始人工鱼群 $fishnum = 200$, 最大迭代代数 $maxgen = 150$, 试探次数 $trynumber = 50$, 步长 $step = 0.2$, 拥挤度因子 $\delta = 0.5$, 抑制阈值 $\sigma = 0.04$, 最大视距 $visual_{\max} = 1.5$, 最小视距 $visual_{\min} = 0.3$, 衰减因子 $\rho = 0.98$; HJ 的步长 $step_1 = 0.024$, 加速因子 $\alpha = 0.3$, 缩减率 $\beta = 0.56$, 阈值 $\varepsilon = 10^{-6}$, 最大计算次数 $k_{\max} = 30$ 。对函数 f_2 进行寻优时, 算法参数取值: $a = 3$, $b = 0.05$, 在定义域范围内共有 1 个全局最优解和 4 个局部最优解。算法参数取值: $\sigma = 0.03$, $visual_{\max} = 2$, $step_1 = 0.04$, $\alpha = 0.4$, $\beta = 0.1$, 其他参数设置同测试函数 1。经过计算, 得到的优化结果如表 1、2 所示。

通过对比可知, 本文算法搜索到了测试函数的所有全局最优解和局部最优解, 且每个优化解精度都达到了理想值。为了进一步检验改进的人工鱼群混合算法的多峰搜索能力, 本文选用另外 2 个典型的多峰函数进行测试, 以搜索到的峰值个数、平均迭代次数作为评判依据, 以评价 ICNA^[6]、ISPN^[7]、本文算法对多峰函数的优化能力。

表1 函数 f_1 的优化结果

序号	最优解的平均值	函数值	理论值
1	(3.5848, -1.8483)	200.0000	200
2	(3.0020, 1.9979)	199.9999	200
3	(-2.8038, 3.1420)	199.9953	200
4	(-3.7755, -3.2819)	199.9992	200

表2 函数 f_2 的优化结果

序号	最优解的平均值	函数值	理论值
1	(-0.0005, -0.0003)	3600.0000	3600.0
2	(5.1200, 5.1200)	2754.8000	2754.8
3	(5.1200, -5.1200)	2754.8000	2754.8
4	(-5.1200, 5.1200)	2754.8000	2754.8
5	(-5.1200, -5.1200)	2754.8000	2754.8

测试函数3

$$f_3(x, y) = x \sin(4\pi x) - y \sin(4\pi y + \pi) + 1 \quad (5)$$

其中 $-2 \leq x, y \leq 2$ 。

测试函数4

$$f_4(x, y) = \left(\sum_{i=1}^5 i \cdot \cos[(i+1) \cdot x + i] \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^5 i \cdot \cos[(i+1) \cdot y + i] \right) \quad (6)$$

其中 $-10 \leq x, y \leq 10$ 。

函数 f_3 是函数是非均匀分布多峰函数,有4个峰值点是全局最优解,一共有64个山峰和36个在边界上形成的峰值点。函数 f_4 是Schubert函数,有9个全局最优解,共761个极大值,对算法的局部搜索能力要求较高。本文算法重复运行30次,得到的优化结果如表3所示。表中 $50.9 + 6.2 =$ 人工鱼群算法平均迭代次数 + HJ平均迭代次数。对函数 f_3 进行寻优时,算法参数取值: $\sigma = 0.002$, $fishnum = 1500$, $maxgen = 150$, $trynumber = 50$, $\delta = 0.5$, $visual_{max} = 0.05$, $visual_{min} = 0.03$, $step = 0.05$, $p = 0.98$, $\alpha = 0.3$, $\beta = 0.1$, $step_1 = 0.03$, $\varepsilon = 10^{-6}$, $k_{max} = 30$ 。对函数 f_4 进行寻优时,算法参数取值: $\sigma = 0.01$, $step = 0.08$, $\beta = 0.5$, $maxgen = 150$, $fishnum = 5000$, $visual_{min} = 0.02$, $\delta = 0.618$,其他参数设置同测试函数3。

表3 优化结果对比表

函数	算法	理论峰值数	搜索到的最大峰数	平均搜索到的峰数	平均迭代次数
f_3	ICNA		100	96.10	138.7
	ISPN	100	100	95.60	247.6
	IAFSMA		100	98.70	$50.9 + k_{max}$
f_4	ICNA		760	759.10	238.7
	ISPN	761	760	754.20	278.6
	IAFSMA		761	760.87	$199.6 + k_{max}$

2.2 结果分析

由表1~3可知,本文算法的多峰寻优精度基本达到了理想值;收敛速度和局部搜索能力优于ICNA和ISPN。

1)局部精细搜索精度大大提高。本文算法充分利用了鱼群的聚群特性,采用优胜劣汰策略,保留优势人工鱼。在精英人工鱼的基础上混合模式搜索法,克服了鱼群算法本身精度不高的局限性。生境人工鱼群算法^[17]融合模拟退火、小生境技术的思想,并加入了变异算子和自动生成合适小生境半径机制,逐个搜索多峰函数的优化值。与生境人工鱼群算法相比,本算法采用优胜劣汰策略,不断精简人工鱼群,无需自

适应求解小生境半径,精英人工鱼群都处于不同的多峰优化值区域;没有采取追个搜索思想,其迭代次数将小于生境人工鱼群算法。

2)多峰搜索能力比较强。ICNA和ISPN都是通过抗体间的优胜劣汰,不断提高优势抗体的存活机会;当子代亲和度无法进一步改善,随着新抗体的加入,加强了低亲和度峰值点的搜索,保证了算法能搜索到更多的峰值区域。但是,新抗体的加入具有一定的随机性,满足算法终止条件时,得到的抗体数量未必就能达到多峰函数优化值数。采用逐个寻找的策略,对于峰值较多函数来说,极可能导致迭代次数较大。本文算法通过选定约函数峰值数量10倍的初始人工鱼群数,以保证算法进化过程当中种群的多样性,进而保证了算法能搜索到所有的峰值区域;采用全局极值同步查找策略,可以在较少的迭代次数内搜索到所有的多峰极值。

3 结语

为了解决多峰函数优化问题,本文提出了一种改进的人工鱼群混合算法。通过对不同多峰函数进行仿真实验,结果表明,所提出的算法不仅能搜索到多峰函数的所有优化值,且每个最优解的精度都基本达到了理想值,其收敛速度和局部搜索能力优于ICNA和ISPN。本文是应用AFSA解决复杂多峰优化问题进行的初步探索,如何进一步发挥AFSA本身独有的优势于多峰优化问题中,还有待进一步的研究。

参考文献:

- [1] GOLDBERG D E, RICHARDSON J. Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization [C]// Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms on Genetic Algorithms and Their Application. Hillsdale: L. Erlbaum Associates, 1987: 41-49.
- [2] LI T, WEI C J, PEI W J. PSO with sharing for multimodal function optimization [C]// Proceedings of IEEE Conference on Neural Networks and Signal Processing. [S. l.]: IEEE, 2003: 450-453.
- [3] MAHFOUD S W. Crowding and preselection revisited [C]// Parallel Problem Solving from Nature. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 1992: 27-36.
- [4] LI JIAN-PING, BALAZS M E, PARKS G T. A species conserving genetic algorithm for multimodal function optimization [J]. Evolutionary Computation, 2002, 10(3): 207-234.
- [5] SEO J H, IM C H, HEO C G. Multimodal function optimization based on particle swarm optimization [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42(4): 1095-1098.
- [6] 薛文涛,吴晓蓓,单梁.多峰函数优化的免疫混沌网络算法[J].系统仿真学报,2010,22(4):915-920.
- [7] 薛文涛,吴晓蓓,徐志良.用于多峰函数优化的免疫粒子群网络算法[J].系统工程与电子技术,2009,31(3):705-709.
- [8] 薛文涛,吴晓蓓,徐志良.一种基于双变异算子的免疫网络算法[J].控制与决策,2008,23(12):1417-1422.
- [9] 李晓磊,邵之江,钱积新.一种基于动物白治体的寻优模式:鱼群算法[J].系统工程理论与实践,2002,22(11):32-38.
- [10] 贾强,李仲梅,王建辉.改进的人工鱼群算法及其在无线定位中的应用[J].计算机应用研究,2011,28(6):2147-2150.
- [11] 赵海峰,姚丽莎,罗斌.改进的人工鱼群算法和Powell法结合的医学图像配准[J].西安交通大学学报,2011,45(4):46-52.
- [12] 何静媛,邹东升,何中市.RNA二级结构预测的自适应鱼群算法模型[J].系统仿真学报,2010,22(6):1370-1374.

(下转第2910页)

4 结语

本文利用了数独具有唯一解的性质进行推理,把数独的求解转化为完全等价于求解该方程组。在数独有唯一解时,该方程也有唯一解。本文综合运用上述性质通过对候选数进行删减可以最终得到数独的解,并且获得了一个求解一般数独问题的快速算法。用此算法可以求解大量的数独难题,并且只到其中的几个性质。然而本文算法只能求解九宫数独,对于其他类型数独的求解用此算法思想也应该可以求解,即是下一步研究的问题。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A		1	8				7		
B				3			2		
C		7							
D					7	1			
E	6							4	
F	3								
G	4			5					3
H		2			8				
I								6	

图5 例2^[11]

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A		1	8				7	3	
B				3			7	2	
C		7	3						
D					7	1	3		
E	6				3			4	
F	3								
G	4			5					3
H		2			8	3			
I		3						6	

图6 性质5~8的结果(填出7个数字)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A		1	8				7	3	
B				3			7	2	
C		7	3						
D					7	1	3		
E	6				3			4	
F	3								
G	4			5					3
H		2			8	3			
I		3						6	

图7 利用性质16的结果(删除了202个候选数)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	5	1	8	9	2	6	7	3	4
B	9	6	4	3	5	7	2	8	1
C	2	7	3	1	4	8	6	5	9
D	8	5	2	4	7	1	3	9	6
E	6	9	7	2	3	5	1	4	8
F	3	4	1	8	6	9	5	2	7
G	4	8	6	5	1	2	9	7	3
H	7	2	9	6	8	3	4	1	5
I	1	3	5	7	9	4	8	6	2

图8 再次运用性质5~8的结果(全部求出)

参考文献:

- [1] BRODERICK C, MARY A, CARLOS C, *et al*. Using constraint programming to solve Sudoku puzzles [C]// ICCIT'08: Proceedings of the 2008 Third International Conference on Convergence and Hybrid Information Technology. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2008, 2: 926-931.
- [2] GUSTAVO S-G, MIGUEL P. Solving Sudoku puzzles with rewriting rules [J]. Electronic Notes in Theoretical Computer Science, 2007, 176(4): 79-93.
- [3] TIMO M, JANNE K. Solving, rating and generating Sudoku puzzles with GA [C]// Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation. [S. l.]: IEEE, 2007: 1382-1389.
- [4] 王琼, 邹晨. 数独问题的求解、评价与生成算法的研究[J]. 南京师范大学学报: 工程技术版, 2010, 10(1): 76-79.
- [5] 赵志芳, 郭静鑫, 杨璐. 生成 Sudoku 的算法探究[J]. 内江科技, 2008, 29(7): 22-23.
- [6] 刘晓宝. 数独游戏的解题算法[J]. 电脑编程技巧与维护, 2007, (5): 64-67.
- [7] 顾维军. 顾氏不动点解法—数独题通用解法[J]. 北华航天工业学院学报, 2008, 18(1): 27-29.
- [8] 数独[EB/OL]. [2012-03-01]. <http://www.sd9981.com>.
- [9] 刘延凤, 刘三阳. 基于遗传算法求解数独难题[J]. 计算机科学, 2010, 37(3): 225-233.
- [10] 肖华勇, 田铮, 马雷. 数独基于规则的逐步枚举算法设计[J]. 计算机工程与设计, 2010, 31(5): 1035-1037.
- [11] LEI LEI, SHEN FU-KE. The design and implementation of the algorithm about Sudoku [J]. Computer Knowledge and Technology, 2007(2): 481-482, 523.
- [12] MARTIN H, CHRISTOPHER P, GEORGE T. Difficulty-driven Sudoku puzzle generation [J]. The UMAP Journal, 2008, 29(3): 343-362.
- [13] MO HUI-DONG, XU RU-GEN. Sudoku square — a new design in field experiment [J]. Acta Agronomica Sinica, 2008, 34(9): 1489-1493.
- [14] LAUREN A. Sudoku science [J]. IEEE Spectrum, 2006, 43(2): 16-17.
- [15] RHYD L. Metaheuristics can solve Sudoku puzzles [J]. Journal of Heuristics, 2007, 13(4): 387-401.
- [16] AGNES M, HERZBERG M, RAM M. Sudoku squares and chromatic polynomials [J]. Notices of the AMS, 2007, 54(6): 708-717.

(上接第2906页)

- [13] 曹承志, 张坤, 郑海英, 等. 基于人工鱼群算法的BP神经网络速度辨识器[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(4): 1047-1050.
- [14] 张梅凤, 邵诚. 多峰函数优化的生境人工鱼群[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(4): 773-776.
- [15] 姚祥光, 周永权, 李咏梅. 人工鱼群与微粒群混合优化算法[J]. 计算机应用研究, 2010, 27(6): 2084-2086.
- [16] 廖灿星, 张平, 李行善, 等. 基于混合人工鱼群算法的传感器网络优化[J]. 北京航空航天大学学报, 2010, 36(3): 373-377.
- [17] 陈广洲, 徐晓春, 汪家权, 等. 改进的人工鱼群算法在水质参数识别中的应用[J]. 水力发电报, 2010, 29(2): 108-113.
- [18] 王联国, 施秋红. 人工鱼群算法的参数分析[J]. 计算机工程, 2010, 36(24): 169-171.