

## 伺服电机的预测控制与比例-积分-微分控制

黄玉钊<sup>1,2\*</sup>, 曲道奎<sup>1,3</sup>, 徐方<sup>1,3</sup>, 任晓磊<sup>4</sup>

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所 机器人学国家重点实验室, 沈阳 110016;

2. 中国科学院研究生院 北京 100039; 3. 新松机器人自动化股份有限公司, 沈阳 110168;

4. 华北制药河北华民药业有限责任公司, 石家庄 052165)

(\* 通信作者电子邮箱 yuchuanhuang@163.com)

**摘要:**为完成伺服电机平稳而快速的控制,根据预测控制方法中动态矩阵控制原理,提出了基于动态矩阵的预测控制和比例-积分-微分(PID)控制的伺服电机的控制方案。分析了交/直流伺服电机三环控制的统一模型,用预测控制器设计了伺服电机的电流环,提出了利用上升时间和稳态值确定电流环等效惯性环节的方法,最后用PID控制器设计了速度环和位置环。计算和仿真结果表明,电流环的等效惯性环节时间常数与 $-\ln(0.368)$ 成反比,该预测控制和PID混合控制可以很好地实现伺服电机平稳快速的运行。

**关键词:**伺服电机;预测控制;动态矩阵;电流环;比例-积分-微分

**中图分类号:** TP391 **文献标志码:** A

### Model predictive control and PID control on servo motor

HUANG Yu-chuan<sup>1,2\*</sup>, QU Dao-kui<sup>1,3</sup>, XU Fang<sup>1,3</sup>, REN Xiao-lei<sup>4</sup>

(1. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang Liaoning 110016, China;

2. Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China;

3. SIASUN Robot and Automation Company Limited, Shenyang Liaoning 110168, China;

4. North China Pharmaceutical Hebei Hua Min Pharmaceutical Company Limited, Shijiazhuang Hebei 050000, China)

**Abstract:** With the purpose of stabilization control of servo motor, according to the dynamic matrix control principle, a servo motor control scheme was put forward using dynamic matrix control and Proportion-Integration-Differentiation (PID) control. Then, the unification model for direct/alternating servo model was analyzed; dynamic matrix control was used to design the current loop; rise time and stabilization value were used to form equivalent inertial element, and PID method was used to realize the control of speed loop and position loop. The calculation and simulation results show that the constant time of equivalent inertial element is in the inverse ratio of  $-\ln(0.368)$ ; that the controller designed by PID mixed with Model Predictive Control (MPC) can well make the servo motor run smoothly and fast.

**Key words:** servo motor; Model Predictive Control (MPC); dynamic matrix; current loop; Proportion-Integration-Differentiation (PID)

## 0 引言

预测控制是20世纪70年代中后期在欧美工业领域内出现的,它是在新型计算机控制算法基础上发展起来的,是一种基于模型的先进控制技术,也称为模型预测控制(Model Predictive Control, MPC),它的主要特点是:预测模型的多样性、滚动优化的时序性和在线校正的适应性<sup>[1]</sup>,已在多个控制领域引起了广泛关注<sup>[2-5]</sup>。伺服控制系统的功能是使输出快速而准确地复现给定,伺服控制系统对伺服电机控制有如下的基本要求:稳定性好、精度高、动态响应快、抗干扰能力强<sup>[6]</sup>。

近年来,国内外已有许多学者应用预测控制理论来研究伺服电机相关的控制问题。文献[7]采用模糊预测控制算法控制永磁同步电机,结果表明该方法具有良好的鲁棒性和实时性。文献[8]提出一种采用瞬时电流分量的比较控制方式,通过查询开关规则表,输出逆变器的开关状态矢量,得到了电机平稳的直流电流响应和快速平稳的交轴电流响应,将预测控制应用于永磁同步电机的速度控制。文献[9]在预测控制最坏的情况下,通过满足确定的线性矩阵不等式量实现

控制器的鲁棒性,建立了电机的电流环控制器。文献[10]提出了一种低脉动、快速动态响应、恒开关频率的直接推力电压矢量预测控制方法,该方法不但保持了电机快速响应的特点,而且使得稳态运行时电机性能得到保证。文献[11-14]分别对不同类型伺服电机运用预测控制进行了控制。以上各种控制方法都可以将预测控制应用于伺服电机的控制,但都没有给出对于一般伺服电机的电流环预测控制的通用模型,而且所用的预测控制器处理过程较为复杂,实时性较差,这就使得各个算法的应用性受到一定的限制。

伺服电机的电流环需要快速稳定,而且电流环直接影响电机的输出扭矩,对负载的动力学控制有很大的影响。本文在众多学者提出的电机预测控制基础上,针对一般伺服电机模型,给出了交/直流伺服电机均可用的电流环预测控制,并提出了一种简易而有效的电流环等效方法,即利用上升时间和稳态值确定电流环等效的一阶惯性环节,在此基础上对伺服电机的转速环和位置环进行比例-积分-微分(Proportion-Integration-Differentiation, PID)控制。

收稿日期: 2012-04-11; 修回日期: 2012-05-15。 基金项目: 国家科技重大专项(2009ZX02012)。

作者简介: 黄玉钊(1985-),男,河北石家庄人,博士研究生,主要研究方向: 机器人学、智能控制; 曲道奎(1961-),男,山东青州人,研究员,博士,主要研究方向: 机器人学、智能系统; 徐方(1962-),男,浙江杭州人,研究员,硕士,主要研究方向: 机器人学、自动控制技术; 任晓磊(1984-),男,河北石家庄人,初级工程师,主要研究方向: 电机控制、变频器。

## 1 伺服电机三环控制的建模

### 1.1 直流伺服电机的建模

假设直流伺服电机的气隙磁通恒定,忽略各种非线性因素和电源的内阻等因素,直流伺服电机的状态方程可以用式(1)表示。

$$\begin{cases} \frac{d\theta_m}{dt} = \frac{\omega}{\eta} \\ \frac{du_{d0}}{dt} = -\frac{1}{T_s}u_{d0} + \frac{K_s}{T_s}u_c \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}T_e - T_L \\ \frac{dI_d}{dt} = -\frac{1}{L_i}I_d - \frac{1}{L_s}E + \frac{1}{L_s}u_{d0} \end{cases} \quad (1)$$

其中:感应电动势  $E = C_e\omega$ ;电磁转矩  $T_e = C_T I_d$ ,  $I_d$  为电枢电流,  $R_s$  为包括驱动器内阻的电枢回路电阻,  $L_s$  为电枢回路电感,  $\omega$  为伺服电机的电角速度,  $\theta_m$  为机械角速度,  $\eta$  为机械传动机构的传动比,  $u_c$  为驱动器的控制输入,  $T_s$  和  $K_s$  分别为驱动器的等效惯性时间常数和放大系数,  $C_e$  和  $C_T$  分别为伺服电机电磁系数和转矩系数,  $J$  为系统转动惯量,  $T_i = L_s/R_s$  为电枢回路的电磁时间常数。

由式(1)可以构造出直流伺服系统的控制结构图,如图1所示,  $u_c$  为系统输入,  $\theta_m$  为系统输出。

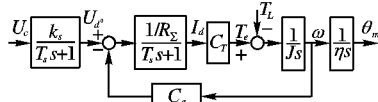


图1 直流伺服系统的控制结构

可以看出转速会对电流产生影响,采用电流闭环改善系统动态响应,使电枢电流快速跟随给定值。电流环可以等效为惯性环节,  $T_i$  为电流环等效时间常数,式(2)是带电流闭环的控制对象的数学模型,图2是加入电流闭环后简化的控制对象结构。

$$\begin{cases} \frac{d\theta_m}{dt} = \frac{\omega}{\eta} \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{C_T}{J}I_d - \frac{1}{J}T_L \\ \frac{dI_d}{dt} = -\frac{1}{T_i}I_d + \frac{1}{T_i}I_d^* \end{cases} \quad (2)$$

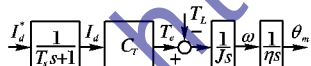


图2 电流闭环的直流伺服系统控制结构

### 1.2 交流伺服电机的建模

无论是异步电动机还是同步电动机,经过矢量变换、磁链定向和电流闭环控制均可等效为电流控制的直流电动机。这里以正弦波永磁同步凸极电动机为例分析直流电机的等效,图3是永磁同步电动机的物理模型,其数学模型如式(3)所示。

$$\begin{cases} u_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\varphi_{sd}}{dt} - \omega \varphi_{sq} \\ u_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\varphi_{sq}}{dt} + \omega \varphi_{sd} \\ T_e = n_p (\varphi_{sd} i_{sq} - \varphi_{sq} i_{sd}) = n_p (L_{md} I_f i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq}) \end{cases} \quad (3)$$

$u_A$ 、 $u_B$  和  $u_C$  分别表示定子三相电压,  $u_{sd}$ 、 $u_{sq}$  和  $\varphi_{sd}$ 、 $\varphi_{sq}$  分别为  $d$ 、 $q$  轴上的电压和磁链,  $\varphi_f$  为永磁体励磁链,  $I_f$  虚拟励磁电流,  $F_r$  为励磁磁动势,  $R_s$  为每相定子的绕组,  $L_{sd}$  和  $L_{sq}$  为等效两相定子绕组自感,  $L_{md}$  为  $d$  轴电枢反应电感。

式(3)中的变量满足式(4),若采用转子磁链定向控制,由式(4)可得式(5)。

$$\begin{cases} \varphi_{sd} = L_{sd} i_{sd} + L_{md} I_f \\ \varphi_{sq} = L_{sq} i_{sq} \\ \varphi_f = L_{md} i_{sd} + L_f I_f \end{cases} \quad (4)$$

$$I_f = \frac{\varphi_f - L_{md} i_{sd}}{L_f} \quad (5)$$

控制定子电流矢量落在  $q$  轴上,并且令  $i_{sd} = 0$ ,  $i_{sd} = i_s$ ,则电磁转矩方程为式(6),可见控制定子电流可以很好地控制电磁转矩,和直流电机完全一样,然后将电流环等效为时间常数为  $T_i$  的惯性环节,得到类似于式(2)的模型式(7),这样电流闭环的交流伺服系统控制结构图与图2相似,这里就不再给出。

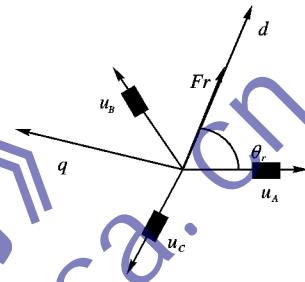


图3 永磁同步电机的物理模型

$$T_e = n_p \frac{L_{md}}{L_f} \varphi_f i_{sq} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \frac{d\theta_m}{dt} = \frac{\omega}{\eta} \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{C_T}{J}I_s - \frac{1}{J}T_L \\ \frac{dI_s}{dt} = -\frac{1}{T_i}I_s + \frac{1}{T_i}I_s^* \end{cases} \quad (7)$$

可以看到交/直流伺服电机控制有统一的数学模型,这里建立交直流伺服电机的三环控制结构图,如图4所示。

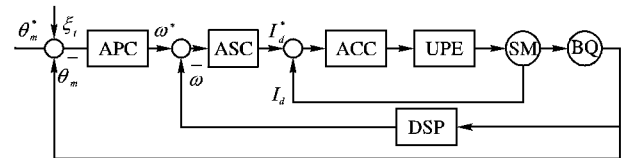


图4 三环伺服系统控制结构

图4中,APC(A Position Controller)为位置环的控制器、ASC(A Speed Controller)为速度环的控制器、ACC(A Current Controller)为电流环的控制器、DSP(Digital Signal Processor)为数字速度信号形成环节、SM(Servo Motor)为伺服电机、BQ为光电位置传感器。 $\xi_i$  为噪声扰动。

## 2 伺服电机的三环控制

### 2.1 电流环的预测控制

电流环控制可以抑制启动和制动电流,加速电流响应等作用。对于交流伺服电机还可以实现励磁分量和转矩分量的解耦,得到等效的直流电机模型。电流环等效一阶惯性环节的前提是找到合适的控制方法使得电流环快速稳定,且使得电流环的抗扰动能力较强。图5是电流环的一般模型。其中  $\beta$  为电流反馈系数,  $\Delta u_{di}$  为反电动势等造成的扰动。

对于图6中的一般开环模型,建立预测控制<sup>[15]</sup>,其中  $k$  为系统延迟步数。

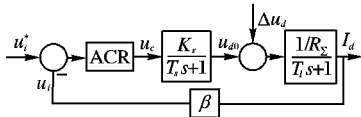


图 5 电流环的模型

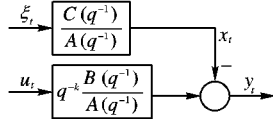


图 6 一般控制系统结构

对于伺服系统来讲,由于负载扰动一般都是常量或缓慢变化量,这里假设噪声通过其前向通道后形成的扰动 \$\{\Delta x\_t\}\$ 为增量平稳过程,显然可以得到式(8)。式(9)是按照框图 6 整理后得到的受控自回归积分滑动平均控制模型(Controlled Auto-Regressive Integral Moving-Average, CARIMA)。

$$\Delta x_t = C(q^{-1})\xi_t \Rightarrow x_t = \frac{C(q^{-1})\xi_t}{\Delta};$$

$$\Delta = 1 - q^{-1} \quad (8)$$

$$y_t = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u_{t-k} + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}\Delta\xi_t \quad (9)$$

记 \$A(q^{-1}) \equiv A = C(q^{-1}) \equiv C\$, 则由上式可以得到式(10), \$N\$ 是模型取的长度。

$$y_t = \frac{B}{A}u_{t-k} + \frac{1}{\Delta}\xi_t \approx h_1 + h_2q^{-1} + \dots + h_Nq^{-N+1} + \frac{\xi_t}{\Delta} \quad (10)$$

这里采用基于阶跃响应的动态矩阵的预测控制器,首先要获得电流环的阶跃响应。在电流环的输入端输入阶跃信号,记录电流输出,获取阶跃响应 \$\bar{S}\$,可根据 \$\bar{S}\$ 得到相应的单位方波脉冲信号响应 \$H = \{h\_1, h\_2, \dots, h\_N\}\$, 如式(11)。

$$\begin{aligned} \bar{S} &= (s_0, s_1, \dots, s_N)^T; \\ \begin{cases} s_0 = 0 \\ s_i = s_{i-1} + h_i, i > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

这样用单位阶跃响应序列描述系统如式(12)。

$$y_t = S(q^{-1})\Delta u_{t-k} + \frac{1}{\Delta}\xi_t \quad (12)$$

预测控制中所用的符号说明如式(13)所示。

$$\begin{cases} \hat{Y} = Y^t + H * \Delta U \\ \hat{Y} = (\hat{y}_{t+k|t}, \hat{y}_{t+k+1|t}, \dots, \hat{y}_{t+k+p-1|t})^T \\ \tilde{Y} = (\tilde{y}_{t+k|t}, \tilde{y}_{t+k+1|t}, \dots, \tilde{y}_{t+k+p-1|t})^T \\ Y^t = (y_{t+k|t}^t, y_{t+k+1|t}^t, \dots, y_{t+k+p-1|t}^t)^T \\ \Delta U = (u_t - u_{t-1}, u_{t+1} - u_{t-1}, \dots, u_{t+p-1} - u_{t-1})^T \\ S = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_p & s_{p-1} & \dots & s_1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (13)$$

其中: \$p\$ 为预测前景, \$\hat{Y}\$ 为预测量向量, \$\tilde{Y}\$ 预测误差向量, \$Y^t\$ 为当前已知量向量,为了简化矩阵计算,可以认为经过 \$p\_u\$ 步,控制量不再有变化,即有 \$u\_{pu+1} - u\_{pu} = u\_{pu+2} - u\_{pu+1} = \dots = u\_p - u\_{p-1} = 0\$。将真实值 \$Y\$ 用以上量表示,可以得到式(14)。

$$Y = \hat{Y} + \tilde{Y} = Y^t + S\Delta U + \tilde{Y} \quad (14)$$

将设定值轨迹规划成一阶指数曲线的形式,从而得到柔

化设定值序列。未来 \$j\$ 时刻的柔化设定值记为 \$w\_{t+j}\$, 设定值记为 \$sp\_{t+j}\$, \$\alpha\$ 称为柔化因子。式(15) 是柔化轨迹的形成公式。

$$\begin{aligned} w_{t+k+i} &= \alpha w_{t+k+i-1} + (1 - \alpha) sp_t = \\ &\alpha^2 w_{t+k+i-2} + (1 - \alpha^2) sp_t = \\ &\alpha^i w_{t+k} + (1 - \alpha^i) sp_t \end{aligned} \quad (15)$$

我们进行预测控制的目标是使实际输出值与期望输出值方差最小,并且控制量的波动尽量小,目标函数及得到的控制率如下, \$\lambda\$ 为控制量变化量的权重, \$W = (w\_{t+k}, w\_{t+k+1}, \dots, w\_{t+k+p-1})^T\$。控制量的增量形式如式(16)。

$$\begin{aligned} \min G &= E \left\{ \sum_{i=0}^{p-1} [(y_{t+k+i} - w_{t+k+i})^2 + (u_{t+i} - u_{t-i})^2] \right\} \Rightarrow \\ \min \{ &(Y^t + S * \Delta U - W)^T (Y^t + S * \Delta U - W) + \\ &\lambda \Delta U^T U \} \Delta U = (S^T S + \lambda I)^{-1} S^T (W - Y^t) \end{aligned} \quad (16)$$

将来自反电动势的扰动视为增量平稳过程,下面将电流环整理成预测控制模型需要的框图,图 7 是电流环的开环系统。这样在 \$u\_c\$ 端加入阶跃信号就可以得到电流的阶跃响应值。

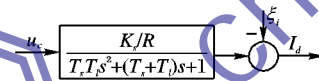


图 7 电流环开环等效图

## 2.2 速度环和位置环的 PID 控制

由于预测控制模型要求开环系统是自稳定系统,速度环和位置环含有纯积分环节,很难达到要求,这里选用实用的 PID 调节算法,设计控制器的指标是低频段系统有足够稳态精度,中频段保证系统稳定,高频段使系统有一定的抗干扰能力。在电流环基础上设计速度环和位置环控制,需要知道电流环的一阶惯性等效模型,这里通过预测控制器控制的上升时间和稳态值确定电流环的一阶惯性环节。速度环和位置环控制器的形式如式(17)。

$$\begin{cases} APR = \frac{k_p(\tau_p s + 1)}{\tau_p s} \\ ASR = \frac{k_s(\tau_s s + 1)}{\tau_s s} \end{cases} \quad (17)$$

于是,伺服电机三环的控制结构如图 8 所示。设计位置环的前提是转速闭环系统设计成 II 型系统。

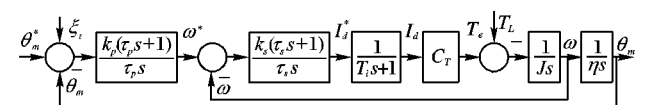


图 8 电流环等效后的三环控制结构

## 3 伺服电机控制的仿真

为了简化仿真,并且不失可靠性,仿真的参数设置如下: \$K\_s/R = 1, T\_s T\_i = 25, T\_s + T\_i = 10\$, 并且设系统的延迟步数 \$k = 1\$, 采样间隔时间 0.4, 预测前景 \$p = 40\$, 控制时域长度 \$p\_u = 10\$, 控制量的变化量加权 \$\lambda = 0.1\$。图 9 是电流环的预测控制仿真结构图, 图 10 是仿真的结果, 上下半图横坐标是示波器采样间隔设为 0.02 形成的采样次数, 上半图的纵坐标为预测控制器产生的电压控制量, 单位为伏特, 下半图纵坐标为伺服电机的电流值, 单位为安培。

由于电流环要求快速平稳,这里利用预测控制器电流环的稳态值和上升时间确定电流环等效的一阶惯性环节。设一阶惯性环节为 \$1/(T\_i s + 1)\$, 以预测控制的上升时间作为惯性环节的上升时间求得 \$T\_i\$ 的值, 如式(18), 其中 \$R\$ 为稳态值, \$t\$ 是根据图 9 中的记录数据, 在纵坐标达到 63.2% 稳态值时得

到的最近的横坐标值。以图 9 中的电流环为例,  $R = 1, t = 45$ , 求得  $T_i = -t/\ln(0.368) \approx 145.48$ 。

$$R - Re^{-t/T_i} = 0.632R \Rightarrow T_i = -t/\ln(0.368) \quad (18)$$

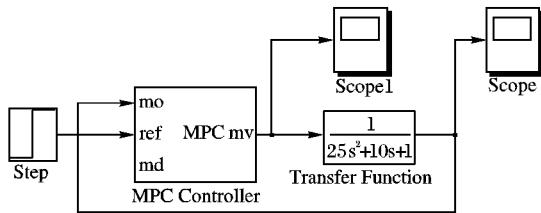
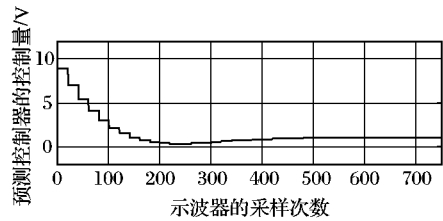
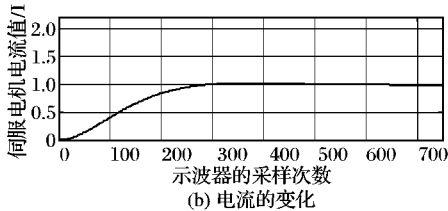


图 9 电流环控制结构



(a) 控制量的变化



(b) 电流的变化

图 10 电流环预测控制仿真结果

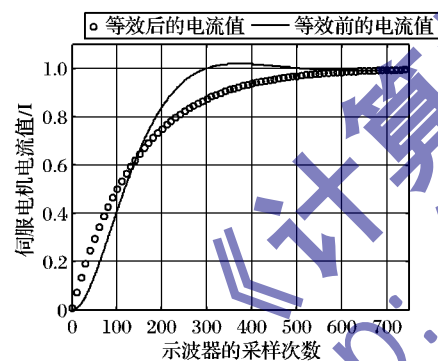


图 11 电流环等效成一阶惯性环节

最后设计电流环和位置环的控制器参数,设负载扭矩为 1,转矩系数为 2,系统转动惯量  $J = 1$ ,减速比为 12,可以得到如图 12 的控制结构。按照兼顾高中低频的特性<sup>[16-17]</sup>的控制原则,得到的一种控制效果如图 13。可以看出速度环和位置环的超调与稳定时间都可以达到理论的控制要求。

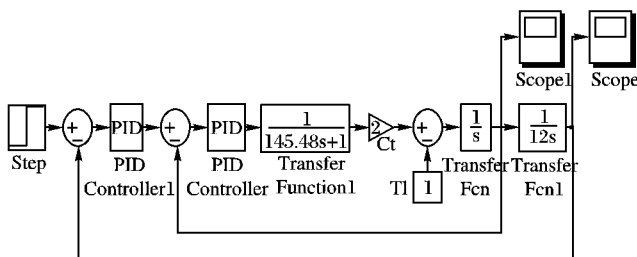
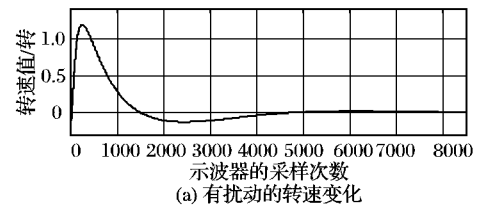


图 12 伺服电机三环控制结构

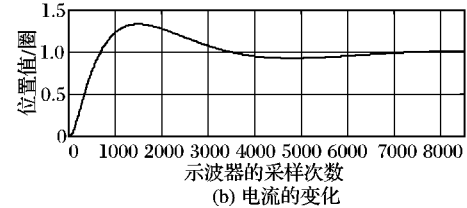
#### 4 结语

本文针对伺服电机快速平稳控制的问题,将预测控制器应用到伺服电机的电流环控制中,并将伺服交/直流电机简化成统一的控制模型,提出了基于稳态值和上升时间的电流环惯性环节等效方法,以达到简化控制模型的目的;最后用 PID

设计了伺服电机的速度环和位置环。计算与仿真表明,预测控制器可以使电流环快速平稳,基于稳态值和上升时间的电流环惯性环节等效可以替代原有复杂的电流环,伺服电机的速度环和位置环可以在等效的电流环基础之上完成控制。



(a) 有扰动的转速变化



(b) 电流的变化

图 13 伺服电机位置与速度环的控制结果

#### 参考文献:

- [1] 诸静. 智能预测控制及其应用[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2002.
- [2] NARENDRA KS, BALAKRISHNAN J. Adaptive control using multiple models and switching[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1997, 42(2): 171-187.
- [3] RECHALET J. Model predictive heuristic control: Applications to industry processes automatic[J]. Automatica, 1978, 17(5): 413-428.
- [4] 宋宜斌, 王培进. 预测控制中的神经网络模型及其应用研究[C]//第二十三届中国控制会议论文集. 上海: 华东理工大学出版社, 2004: 687-790.
- [5] 杜福银, 徐扬, 陈树伟. 基于递归神经网络模型预测控制的模型平稳切换[J]. 计算机应用, 2006, 26(6): 1398-1400.
- [6] 阮毅, 陈维钧. 运动控制系统[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [7] 许振伟, 蒋静坪, 骆再飞. 模糊模型算法控制的永磁同步电动机位置伺服系统[J]. 电工技术学报, 2003, 18(4): 99-102.
- [8] 曾光, 李新民, 辛建坤, 等. 永磁同步电动机的电流比较控制及速度预测控制[J]. 西安理工大学学报, 2003, 19(2): 110-114.
- [9] CYCHOWSKI M T. Efficient approximate robust MPC based on quad-tree partitioning[C]//CCA'05: Proceedings of 2005 IEEE Conference on Control Applications. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2005: 28-31.
- [10] 邹积浩, 朱善安. 基于电压预测的直流永磁同步电动机直接推力控制[J]. 仪器仪表学报, 2003, 26(12): 1262-1266.
- [11] 曹荣敏, 侯忠生. 直线电机的非参数模型直接自适应预测控制[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(3): 587-590.
- [12] 张猛, 肖曦, 李永东. 基于区域电压矢量表的永磁同步电机直接转矩预测控制[J]. 清华大学学报, 2008, 48(1): 1-4.
- [13] CORTES P, WILSON A, RODRIGUEZ J, et al. Model predictive control of multilevel cascaded H-bridge inverters[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010, 57(8): 2691-2699.
- [14] LIM C S, RAHIM N A, HEW W P, et al. Model predictive current control of a five-phase induction motor[C]//IECON 2011-37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society. Washington, DC: IEEE Computer Society, 2011: 1934-1940.
- [15] 席裕庚, 耿晓军, 陈虹. 预测控制性能研究的新进展[J]. 控制理论与应用, 2000, 17(4): 469-475.
- [16] 胡寿松. 自动控制原理[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [17] ANG K H, CHONG G, LI Y. PID control system analysis design and technology[J]. IEEE Transactions on Control System Technology, 2005, 13(4): 559-576.