

## 水下机器人圆概率偏差的有效预报

冀大雄\*, 刘 健

(机器人学国家重点实验室 中国科学院沈阳自动化研究所沈阳 110016)

(\* 通信作者电子邮箱 jdx@sia.cn)

**摘 要:** 在水下机器人设计过程中, 对于导航精度设计指标无法用物理实验进行验证。如何有效预报圆概率偏差(CEP)成为了亟待解决的问题。采用直线航路模型, 对误差源在直线航路上引起的导航误差进行定量分析, 推求各误差合成后的纵向误差和横向误差表达式, 建立水下机器人圆概率偏差迭代方程, 求得圆概率偏差预报结果。推导结果表明横、纵误差之比小于0.7时可保证圆概率偏差不大于前两者之中的大者。该方法与实际实验结果吻合, 表明提出的导航误差分析和圆概率估算方法是有效的, 可准确预报水下机器人导航精度。

**关键词:** 圆概率偏差预报; 水下机器人; 导航误差分析; 航路

**中图分类号:** TP242.6 **文献标志码:** A

### Effective forecast of circular error probability in underwater robots

Ji Da-xiong\*, Liu Jian

(Key laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation Chinese Academy of Sciences, Shenyang Liaoning 110016, China)

**Abstract:** The navigation accuracy can not be tested through real experiments during the process of underwater robot design. How to forecast the Circular Error Probability (CEP) becomes an urgent problem. Therefore, linear track was used to test navigation accuracy. The sources of navigation error in linear track were presented. The expressions of errors in x-axis and y-axis were deduced. The deduced result shows that the CEP is smaller than the larger error in x-axis and y-axis if the ratio of errors is below 0.7. The CEP iterative equation was established. The results of real experiments indicate that the forecasted CEP is in accordance with actual experimental results. And the proposed method can effectively forecast the navigation accuracy of underwater robot.

**Key words:** forecast of circular error probability; underwater robot; navigation error analysis; track

## 0 引言

水下机器人导航技术是当今国内外学者研究的热点问题<sup>[1-5]</sup>。导航精度是水下机器人尤其是无缆自治水下机器人进行精确海底探测的重要保障<sup>[6-7]</sup>。圆概率偏差(Circular Error Probability, CEP)是评定运载体导航精度的主要指标。无缆自治水下机器人作为一种特殊的水下运载体, 圆概率偏差越来越多地用于衡量其导航精度。在水下机器人设计过程中, 应保证导航精度必须要满足设计要求, 但由于水下机器人还未组装完成, 无法用实际的海上或湖上实验对导航精度进行评定。因此, 在设计之初对圆概率偏差进行有效预报, 根据预报结果调整相关参数, 使其符合导航精度设计要求成为了亟待解决的问题。文献[8]研究了产品研制过程中小子样实验条件下的 CEP 评估问题。文献[9]介绍了 CEP 计算的查表方法, 给出了 CEP 修正近似公式。文献[10]建立了 CEP 概率函数, 采用 Newton-Raphson 迭代法精确求解。本文以无缆自治水下机器人为研究对象, 提出一种用于 CEP 预报的有效方法, 并得到了实际实验验证。

## 1 航路和导航误差

首先对水下机器人导航系统误差源进行定量分析。导航误差是指机器人推算位置与实际位置之间的偏差, 导航误差主要来自以下几个误差源: 航向角设置误差、航向角动态测量

误差、多普勒计程仪与航向传感器之间的安装偏角、计程仪测速系数、计程仪动态测量误差、航向角漂移。其中安装偏角和测速系数属于固定值, 这些偏差所引起的导航误差在闭环航路中会相互抵消, 因此采用直线航路模型分析水下机器人导航误差。

假设水下机器人做匀速直线航行, 对水下机器人导航误差进行量化分析。现假设各导航传感器所引起的导航误差均为独立的随机变量, 则我们现可先分别计算各导航传感器所引起的误差, 然后再计算总误差。航向传感器航向设置误差为  $a$ , 动态测量误差为  $\Delta\psi$ , 漂移为  $\gamma$ , 安装偏角为  $H_e$ , 测速系数误差为  $K_e$ , 计程仪动态测量误差为  $\Delta V$ , 上述误差定义为测量数据的一倍均方差 ( $1\sigma$ )。本文所讨论的导航误差为相对误差, 即机器人实际到达点与目标点之间的偏差与航程之比。设水下机器人航速为  $V$ , 航行时间为  $t$ 。

### 1) 航向角动态误差。

航向角的动态误差具有随机性, 可把航向角的动态误差  $\Delta\psi$  看成是一白噪声的随机变量。设采样周期为  $T$ , 总的采样点数为  $N$ , 这时造成的导航误差为:

$$e_b = \frac{\int 2 \cdot V \cdot \sin \frac{\Delta\psi}{2} dt}{V \cdot T \cdot N} = \frac{\sum 2 \cdot \sin \frac{\Delta\psi}{2} \cdot T}{T \cdot N}$$

由于  $\Delta\psi$  很小, 这时有  $\sin \frac{\Delta\psi}{2} \approx \frac{\Delta\psi}{2}$ , 所以:

收稿日期: 2012-04-05; 修回日期: 2012-05-25。 基金项目: 辽宁省自然科学基金资助项目(2236)。

作者简介: 冀大雄(1980-), 男, 河南邓州人, 副研究员, 博士, 主要研究方向: 水下机器人控制与导航; 刘健(1962-), 男, 辽宁沈阳人, 研究员, 硕士, 主要研究方向: 水下机器人总体设计、控制与导航。

$$e_a = \frac{\sum 2 \cdot \sin \frac{\Delta\psi}{2}}{N} \approx \frac{\sum \Delta\psi}{N} = 0$$

说明航向角动态测量误差造成的导航误差近乎为零。

2) 计程仪动态测量误差。

计程仪动态测量误差可看作是白噪声,则在很长时间内,由计程仪动态误差造成的导航误差为:

$$e_l = \frac{\sum \Delta V \cdot T}{V \cdot T \cdot N} = \frac{\sum \Delta V}{V \cdot N} \approx 0$$

所以计程仪动态误差造成的导航误差也近乎为零。

3) 航向角设置误差。

图1(a)中的O为起点,A为目标点,B为到达点,S为航程。航向角设置误差引起的水下机器人横向偏差为:

$$e_{H1} = \frac{BC}{S} = \frac{\int_0^t V \sin a \cdot dt}{Vt} \approx \sin a$$

水下机器人纵向偏差为:

$$e_{L1} = \frac{AC}{S} = \frac{OA - OC}{S} = \frac{Vt - \int_0^t V \cdot \cos a \cdot dt}{Vt} \approx \sin^2(a/2) \approx 0$$

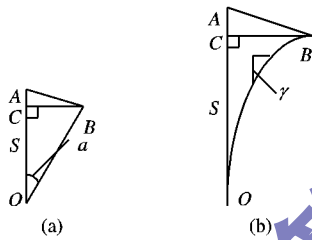


图1 导航偏差示意图

4) 安装偏角造成的导航误差。

该项误差引起的水下机器人横向偏差为:

$$e_{H2} \approx \sin H_e$$

纵向偏差:

$$e_{L2} \approx \sin^2(H_e/2) \approx 0$$

5) 航向角漂移造成的导航误差。

由于惯性器件的漂移,航向误差以固有周期按照正弦规律振荡,引起水下机器人航迹横向偏差和纵向偏差。考虑到水下机器人航行时间长短不一,漂移以累积形式计入导航误差。如图1(b)所示,航向角漂移引起的横向偏差为:

$$e_{H3} = \frac{BC}{S} = \frac{\int_0^t V \sin(\gamma t) dt}{Vt}$$

水下机器人实际航行路线在目标航向上的投影距离为:

$$\int_0^t V \cos(\gamma t) dt$$

理想航程减去投影距离得到纵向偏差为:

$$e_{L3} = \frac{AC}{S} = \frac{OA - OC}{S} = \frac{Vt - \int_0^t V \cdot \cos(\gamma t) dt}{Vt}$$

6) 计程仪测速系数造成的误差。

该项误差引起的载体纵向偏差为:

$$e_{L4} = K_e$$

近似地,各个误差传播系数为1,横向和纵向偏差各项误差互不相关,合成后的横向偏差和纵向偏差为:

$$e_H = \sqrt{e_{H1}^2 + e_{H2}^2 + e_{H3}^2}$$

$$e_L = \sqrt{e_{L1}^2 + e_{L2}^2 + e_{L3}^2 + e_{L4}^2}$$

## 2 圆概率偏差计算

求出横向偏差和纵向偏差后,进行圆概率偏差计算。设横向偏差  $x$  和纵向偏差  $y$  坐标测量误差是服从零均值高斯分布的独立随机变量,其联合概率密度函数<sup>[10]</sup>为:

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2})} \quad (1)$$

其中:数学期望  $E(x) = E(y) = 0$ , 方差  $D(x) = \sigma_x^2, D(y) = \sigma_y^2$ 。水下机器人到达目标点周围半径为  $r$  的圆内的概率表达式写成:

$$P(r) = \frac{2\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} C_0(\alpha, \beta) \quad (2)$$

其中:

$$\alpha = \frac{r^2(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}{4\sigma_x^2\sigma_y^2} \quad (3)$$

$$\beta = \frac{|\sigma_x^2 - \sigma_y^2|}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \quad (4)$$

$$I_0(\beta t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{\pm \beta t \cos 2\theta} d\theta \quad (5)$$

$$C_0(\alpha, \beta) = \int_0^\alpha e^{-t} I_0(\beta t) dt \quad (6)$$

$$I_0(\beta t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{\pm \beta t \cos 2\theta} d\theta \quad (7)$$

根据圆概率偏差定义,令式(2)等于0.5,简单改写后得到下式:

$$f(\alpha) = \frac{2\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} C_0(\alpha, \beta) - 0.5 \quad (8)$$

求出方程  $f(\alpha) = 0$  的根后代入式(3)得到 CEP 半径  $r$ 。根据  $\sigma_x$  与  $\sigma_y$  之比,分为以下两种情况。

1)  $\sigma_x \leq \sigma_y$ , 令  $\rho = \sigma_x/\sigma_y < 1$ , 得到  $r$  与  $\rho$  的关系曲线,如图2所示。

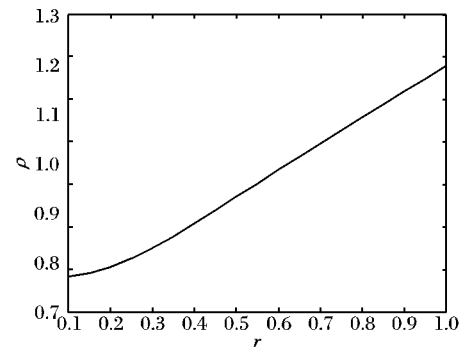


图2 圆概率偏差与横、纵向误差之比的关系

恒定情况下,当  $\rho = \sigma_x/\sigma_y \geq 0.4$  时, CEP 半径  $r$  随  $\sigma_x/\sigma_y$  线性增加;当  $0 < \rho = \sigma_x/\sigma_y \leq 0.2$  时, CEP 半径  $r$  增加缓慢。以  $\sigma_y$  为定值,则  $r$  与  $\sigma_x/\sigma_y$  的关系如表1所示。

2)  $\sigma_x > \sigma_y$ , 相应地令  $\rho = \sigma_y/\sigma_x < 1$ , 以  $\sigma_x$  为定值,可得到与情况1)相同的规律。

不难看出,横向和纵向误差之比对 CEP 半径  $r$  的大小起着重要作用。当横向与纵向误差之比为  $0 \sim 0.7$  时, CEP 半径  $r$  不大于前两者之中的大者。因此选择水下机器人导航系统的导航设备时,应使横向和纵向方向上的误差之比小于0.7。还可以看出,当采用高精度计程仪时,可通过选择精度相对较低的航向传感器,使导航精度满足设计要求。同理,采用高精

度航向传感器时,选择精度相对较低的计程仪,也能满足导航精度设计要求。

表1 CEP半径 $r$ 与 $\sigma_x/\sigma_y$ 的关系

$\sigma_x/\sigma_y$	CEP半径 $r$
0.1	$0.6820\sigma_y$
0.2	$0.7059\sigma_y$
0.3	$0.7499\sigma_y$
0.4	$0.8079\sigma_y$
0.5	$0.8704\sigma_y$
0.6	$0.9336\sigma_y$
0.7	$0.9962\sigma_y$
0.8	$1.0577\sigma_y$
0.9	$1.1181\sigma_y$
1.0	$1.1774\sigma_y$

### 3 实验结果

某水下机器人导航系统中航向传感器航向角设置误差为 $0.20^\circ$ ,漂移误差为 $0.005^\circ/\text{h}$ 。多普勒计程仪测速系数误差为航速的 $0.3\%$ ,机械安装要求安装偏角不大于 $0.3^\circ$ 。水下机器人平均航速为 $1\text{ m/s}$ ,航行时间 $2\text{ h}$ 。根据上文分析,可以得到:

$$e_{H_1} = 0.35\% D$$

$$e_{H_2} = 0.52\% D$$

$$e_{H_3} = 0.009\% D$$

$$e_{L_1} \approx 0$$

$$e_{L_3} \approx 0$$

$$e_{L_3} \approx 0$$

$$e_{L_4} \approx 0.3\% D$$

其中 $D$ 表示航程。横向和纵向偏差各项误差互不相关,设各个误差传播系数为1,因此水下机器人导航系统合成的横向偏差均方差为:

$$\sigma_x = \sqrt{e_{H_1}^2 + e_{H_2}^2 + e_{H_3}^2} \approx 0.63\% D$$

合成的纵向偏差均方差为:

$$e_L = \sqrt{e_{L_1}^2 + e_{L_2}^2 + e_{L_3}^2 + e_{L_4}^2} \approx 0.3\% D$$

经过计算,圆概率偏差为:

$$r = 0.53\% D$$

水下机器人经过湖上实验,航行距离 $5000\text{ m}$ 。起航前用GPS接收到的经纬度数据作为初始位置,之后水下机器人下潜到一定深度进行定深航行,航行结束后机器人浮出水面,接收GPS信号得到结束点的经纬度数据。将机器人自己推算的位置与GPS接收机得到的位置进行比较,位置偏差为 $24\text{ m}$ ,实验结果表明导航误差为 $0.5\% D$ ,同航程下的闭环航路实验导航

误差几乎等于零,这与分析结果接近,表明本文提出的水下机器人导航误差分析以及圆概率偏差计算方法是有效的。

### 4 结语

CEP已经普遍用于评定水下机器人导航技术指标。在进行水下机器人研制工作前,往往需要对导航技术指标进行预报以确定导航系统是否满足任务需求。本文给出一种用于水下机器人设计前预报CEP的有效方法。分析了水下机器人组合导航系统的误差源,给出了各个误差表达式,并建立了用于求解CEP的迭代方程,采用牛顿下山法确定CEP,数值结果表明当横向与纵向误差之比在 $0 \sim 0.7$ 时,CEP半径 $r$ 不会大于两者之中的大者。实际实验结果与预报结果相符,说明本文介绍的方法是有效的,可以在多种水下机器人或水下机器人系统的设计研制过程中广泛应用。

#### 参考文献:

- [1] ARULAMPALAM S, MASKELL S, GORDON N, *et al.* A tutorial on particle filters for on-line nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(2): 174-188.
- [2] VIKÉ S, JOUFFROY J. Diffusion-based outlier rejection for underwater navigation[EB/OL]. [2012-03-01]. <http://ieeexplore.ieee.org/iel5/10918/34367/01639890.pdf>.
- [3] 冯子龙,刘健,刘开周. AUV自主导航航位推算算法的研究[J]. 机器人, 2005, 27(2): 168-172.
- [4] 李硕,曾俊宝,王越超. 自治/遥控水下机器人北冰冰下导航[J]. 机器人, 2011, 33(4): 509-512.
- [5] 杨放琼,谭青,彭高明. 基于信息融合地图的水下位置估计[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(18): 200-203.
- [6] McEWEN R, THOMAS H, WEBER D, *et al.* Performance of an AUV navigation system at Arctic latitudes[J]. IEEE Transactions on Oceanic Engineering, 2005, 30(2): 443-454.
- [7] NEIL H K, CHADWELL C D, ZIMMERMAN R. Absolute positioning of an autonomous underwater vehicle using GPS and acoustic measurements[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2005, 30(1): 153-164.
- [8] 吴东坡,肖金友. 小子样条件下弹头落点 CEP 计算方法[J]. 现代防御技术, 2002, 30(3): 91-95.
- [9] 金忠. 圆概率偏差的测定与检验[J]. 南京理工大学学报, 1995, 19(2): 135-138.
- [10] SHNIDMAN D A. Efficient computation of the Circular Error Probability (CEP) Integral[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(8): 1472-1474.

(上接第2951页)

- [8] 王治. 基于遗传算法-支持向量机的铁路货运量预测[J]. 计算机仿真, 2012, 27(12): 320-322.
- [9] 赵闯,刘凯,李电生. 基于广义回归神经网络的货运量预测[J]. 铁道学报, 2004, 26(1): 12-15.
- [10] 刘志杰,季令,叶玉玲,等. 基于径向基神经网络的铁路货运量预测[J]. 铁道学报, 2006, 28(5): 1-5.
- [11] 郭玉华,陈治亚,冯芬玲,等. 基于经济周期的铁路货运量神经网络预测研究[J]. 铁道学报, 2010, 32(5): 1-6.
- [12] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1995: 1942-1948.
- [13] SHI Y, EBERHART R. A modified particle swarm optimization [C]// Proceedings of the IEEE International Conference of Evolutionary Computation. Anchorage: IEEE, 1998: 69-73.
- [14] SHI Y, EBERHART R. A modified particle swarm optimization [C]. Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1998.
- [15] 周志刚,郭科,陈丽红. 时序数据预测的灰色神经网络技术[J]. 统计与决策, 2007, (1): 128-129.
- [16] 邓聚龙. 灰色系统基本方法[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1996: 82-82.