

基于压缩感知的超分辨率图像重建

樊 博*, 杨晓梅, 胡学姝

(四川大学 电气信息学院, 成都 610065)

(*通信作者电子邮箱 309007069@qq.com)

摘 要: 压缩感知(CS)利用图像稀疏表示的先验知识,从少量的观测值中重建出原始图像。将CS理论应用于单幅图像超分辨率(SR),提出一种基于两步迭代收缩算法和全变分(TV)稀疏表示的图像重建方法。该方法无需任何训练集,仅需单幅低分辨率实现图像重建。算法在测量矩阵里加入下采样低通滤波器以使SR问题满足应用CS理论的有限等距性质;采用TV正则化函数,利用两步迭代法引入TV去噪算子,可以更好地重建图像边缘。实验结果证明,与已有的超分辨率方法相比,在不同的放大倍数下所提方法重建图像视觉效果更好,在峰值信噪比(PSNR)的评价指标上有显著的提高(4~6 dB),且实验证实滤波器的引入决定算法的重建质量。

关键词: 超分辨率; 压缩感知; 全变分; 两步迭代; 有限等距性质

中图分类号: TP391.41 **文献标志码:** A

Super-resolution image reconstruction algorithms based on compressive sensing

FAN bo*, YANG Xiaomei, HU Xueshu

(College of Electrical Engineering and Information, Sichuan University, Chengdu Sichuan 610065, China)

Abstract: Compressed Sensing (CS) theory can reconstruct original images from fewer measurements using the priors of the images sparse representation. The CS theory was applied into the single-image Super-Resolution (SR), and a new reconstruction algorithm based on two-step iterative shrinkage and Total Variation (TV) sparse representation was proposed. The proposed method does not need an existing training set but the single input low resolution image. A down-sampling low-pass filter was incorporated into measurement matrix to make the SR problem meet the restricted isometry property of CS theory, and the TV regularization method and a two-step iterative method with TV denoising operator were introduced to make an accurate estimate of the image's edge. The experimental results show that compared with the existing super-resolution techniques, the proposed algorithm has higher precision and better performance under different magnification level, the proposed method achieves significant improvement (about 4~6 dB) in Peak Signal-to-Noise Ratio (PSNR), and the filter plays a decisive role in the reconstruction quality.

Key words: Super-Resolution (SR); Compressed Sensing (CS); Total Variation (TV); two-step iteration; restricted isometry property

0 引言

通常获取高分辨率(High Resolution, HR)图像主要依赖价格昂贵的高精度成像仪器,且由于光学系统固有分辨率限制,成像成本和图像质量都不能满足实际要求。超分辨率(Super Resolution, SR)重建技术从图像处理角度,从单帧或多帧低分辨率(Low Resolution, LR)图像重建高分辨率图像,这种技术成本极低,并且可以处理已有的LR图像^[1],其主要难题是如何恢复由于图像获取过程中丢失的高频信息。目前该技术广泛应用于医学影像、视频监控、遥测遥感、高清电视等领域。

基于多帧图像超分辨率重建^[2]方法的基本思想是利用同一场景获取的LR图像序列经过配准后融合,最终旨在恢复丢失的高频信息,然而配准不精确会使重构图像质量急剧下降,且在很多实际应用中我们只能获取单幅LR图像(如放大网页中的“缩略图”、放大老照片等),这推动了对单帧图像SR的研究。

超分辨率主要分为基于学习和基于重建两大类。基于学习的超分辨率^[3]的主要思想是从大量的训练样本集中获取

先验知识作为超分辨率的依据,如Freeman等^[4]提出的基于例子的超分辨率方法,使用马尔可夫网络来学习图像的高频-低频信息之间的关系以预测输入LR图像的细节信息。此类方法能够较好地运用于人脸^[5]和文字等图像的复原等领域。基于重建的超分辨率方法通过建立图像退化的物理模型,假定低分辨率图像是通过原始HR图像经过几何变形、模糊和降采样得到的结果,最终利用多帧LR图像序列进行融合,反演HR图像。典型的算法有:插值法、迭代反投影算法(Iterative Back Projection, IBP)^[6],凸集投影法(Projection Onto Convex Sets, POCS)^[7],最大似然估计(Maximum Likelihood, ML)以及最大后验估计(Maximum A Posteriori, MAP)^[8]等。其中插值法是最传统的提高图像分辨率的方法,算法复杂度低,但重构图像模糊且锯齿效应明显;IBP算法具有算法简单、收敛速度快、可自动降噪等特点,但重构图像存在伪影和锯齿效应。另外Fattal^[10]提出的方法利用图像边缘信息重构出丢失的高频信息,重构质量高于大多数现有方法,但由于其过度强调边界,重构后图像稍显卡通效果。本文介绍的方法仅利用输入的单幅LR图像重建出原始HR图像,不需要训练集,属于基于重建单帧图像超分辨率,可应用于仅单幅LR图

收稿日期: 2012-08-02; 修回日期: 2012-09-09。 基金项目: 四川大学青年基金资助项目(2011SCU11061)。

作者简介: 樊博(1989-),男,宁夏隆德人,硕士研究生,主要研究方向:压缩感知、超分辨率; 杨晓梅(1973-),女,四川乐山人,副教授,博士,主要研究方向:医学图像处理、模式识别; 胡学姝(1974-),女,新疆石河子人,讲师,硕士,主要研究方向:系统辨识、工业过程控制。

像且无训练集的情况。

近年来,压缩感知(Compressed Sensing, CS)^[11-13]突破了传统数据采集方式的局限,利用信号在某个变换域具有稀疏表示的先验知识,通过一个与变换基不相关的测量矩阵将信号投影到低维空间,然后通过一些非线性优化算法从这些少量的观测值中精确重构出原始信号。而一般图像在某一变换域都具有稀疏表示(如空间有限差分和小波变换域等),这使得将CS理论应用于解决SR问题成为可能。Sen等^[14]提出在CS理论框架下利用贪婪匹配追踪算法重构HR图像,获得了很好的重构质量。本文采用CS理论中较新的两步迭代(Two-step Iterative Shrinkage/Thresholding, TwIST)算法^[15-16]和具有良好保边性的全变分(Total Variation, TV)^[17]正则化函数解决单幅图像SR问题,但需要解决CS信息算子不满足有限等距性质(Restricted Isometry Property, RIP)^[12]的问题以保证算法可以实现。

1 压缩感知图像重建

1.1 压缩感知理论

假设离散一维实信号 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$, 对其进行稀疏变换 $\mathbf{x} = \Psi \tilde{\mathbf{x}}$, 其中 Ψ 表示变换基矩阵, $\tilde{\mathbf{x}}$ 是 \mathbf{x} 在稀疏域的等价表示。然后, 用一个与 Ψ 不相关的测量矩阵 \mathbf{S} 对信号进行线性投影,

$$\mathbf{y} = \mathbf{S}\mathbf{x} = \mathbf{S}\Psi\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} \quad (1)$$

得到观测值 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$ ($m \leq n$), 其中 $\mathbf{A} = \mathbf{S}\Psi$ 是一个 $m \times n$ 维矩阵, 称为CS信息算子。此处的 \mathbf{x} 可以看作超分辨率问题中的 n 个像素的HR图像, \mathbf{y} 看作低分辨率输入。表面上看式(1)是欠定的, 存在多个解, 但CS理论利用信号 \mathbf{x} 在变换域 Ψ 内可以稀疏表示的先验知识可求得唯一解。需要注意 \mathbf{S} 和 Ψ 需满足互不相干, 即满足有限等距性质。

压缩感知重构就是在满足观测值的条件下获得信号的最稀疏表示, 可以通过求解下述 l_0 优化问题:

$$\min_{\tilde{\mathbf{x}}} \|\tilde{\mathbf{x}}\|_0 \quad (2)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{y} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}$$

式中 $\|\tilde{\mathbf{x}}\|_0$ 表示变换系数 $\tilde{\mathbf{x}}$ 中非零元素的个数。但是求解式(2)的数值计算极不稳定, 而且是NP难问题。Donoho^[11]指出, 求解一个更加简单的 l_1 优化问题会产生同等的解, 即

$$\min \|\tilde{\mathbf{x}}\|_1 \quad (3)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{y} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}$$

从而转变成了一个凸集优化问题, 可以转换成线性规划问题求解。求解时设目标函数 $f(\mathbf{x})$:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{y}\|_2^2 + \lambda \|\tilde{\mathbf{x}}\|_1 \quad (4)$$

将 $f(\mathbf{x})$ 最小化就可以得到最优解 $\hat{\mathbf{x}}$, 即

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{x}}} \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{y}\|_2^2 + \lambda \|\tilde{\mathbf{x}}\|_1 \quad (5)$$

1.2 有限等距性质

如前所述, 在 $m \leq n$, 甚至 $m \geq 2K$ 的情况下, 对于任意给定的 \mathbf{A} 无法解决 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}$, 但是如果信号是 K 稀疏的 ($K \leq m$), 式(1)中的 \mathbf{A} 若满足RIP, 即对于任意的 K 稀疏信号 \mathbf{v} 和常数 $\varepsilon \in (0, 1)$, 矩阵 \mathbf{A} 满足:

$$1 - \varepsilon \leq \|\mathbf{A}\mathbf{v}\|_2^2 / \|\mathbf{v}\|_2^2 \leq 1 + \varepsilon \quad (6)$$

则 K 个系数能够从 m 个观测值精确重构。有文献^[11]指出, 如果保证观测矩阵(采样矩阵) \mathbf{S} 和稀疏基 Ψ 不相干, 则 \mathbf{A} 在大概率上满足RIP。目前已经证实具有RIP的矩阵包括高斯随机矩阵、二值随机矩阵(伯努利矩阵)、傅里叶随机矩阵等。

1.3 两步迭代收缩算法

CS理论成果中求解式(1)的方法有很多, 文献[15]中为了提高模糊图像复原的速度, 提出了一种新的迭代算法——两步迭代收缩, 算法的核心是利用前两个估计值更新当前值, 这也就是所谓的“两步”迭代收缩。对于线性系统 $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{v}$, 其中 \mathbf{v} 表示高斯噪声, 算法的迭代过程为:

$$\mathbf{x}_1 = \Gamma_{\lambda}(\mathbf{x}_0) \quad (7)$$

$$\mathbf{x}_t = (1 - \alpha) \cdot \mathbf{x}_{t-2} + (\alpha - \beta) \cdot \mathbf{x}_{t-1} + \beta \cdot \Gamma_{\lambda}(\mathbf{x}_{t-1}) \quad (8)$$

式中: $t \geq 2$; \mathbf{x}_0 代表的是初始值; 参数 α 和 β 决定算法的收敛速度, 有

$$\begin{cases} \alpha = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \rho^2}} \\ \beta = \frac{2\alpha}{\lambda_1 + \lambda_2} \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\rho = \frac{\lambda_N - \lambda_1}{\lambda_N + \lambda_1}$, $\lambda_N = 1$ 。根据线性方程的病态程序选取 $\lambda_1 = 1$, $\lambda_1 = 10^{-2}$ 或 $\lambda_1 = 10^{-4}$, 本文选择 $\lambda_1 = 10^{-4}$ 可以得到较好的效果。

$\Gamma_{\lambda}(\mathbf{x})$ 是降噪处理函数, 是在对估计值的变换系数进行阈值处理后, 再反变换得到新的估计值:

$$\Gamma_{\lambda}(\mathbf{x}_t) = \Psi_{\lambda}(\mathbf{x}_t + \mathbf{H}^T(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_t)) \quad (10)$$

其中 Ψ_{λ} 代表降噪算子, 本文利用TV正则化方法完成去噪算子的计算。令 $\mathbf{g} = \mathbf{x}_t + \mathbf{H}^T(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_t)$, 则 $\Psi_{\lambda}(\mathbf{g})$ 可以表示为

$$\hat{\mathbf{u}} = \arg \min \left(\frac{\|\mathbf{u} - \mathbf{g}\|_2^2}{2\lambda} + \sum_{1 \leq i, j \leq n} (\nabla \mathbf{u})_{i,j} \right) \quad (11)$$

它实现对输入图像的降噪处理, 其中 λ 参数越小, 降噪强度越大。该最小化问题可以采用Chambolle的方法^[17]转变求解, 从而获得 $\Gamma_{\lambda}(\mathbf{x}_t) = \hat{\mathbf{u}}$, 代入式(8)完成TwIST算法的一次迭代求解。

将以上CS理论成果应用于SR问题中, 需要考虑采样矩阵与变换基之间是否满足RIP以及选择合适的稀疏域, 这些是决定图像重构质量的关键因素。

2 压缩感知超分辨率

2.1 引入低通滤波器满足应用CS理论重构条件

本文的超分辨率问题对原始图像进行等间距点采样, 采样矩阵与变换基的相关性很高, 很难满足RIP, 为了满足这一条件, 在原始HR下采样之前添加一个低通滤波器。将HR图像用 \mathbf{x} 表示, 通过低通滤波器 Φ 得到模糊的表示: $\mathbf{x}_b = \Phi\mathbf{x}$, 对 \mathbf{x}_b 进行下采样:

$$\mathbf{y} = \mathbf{S}\mathbf{x}_b = \mathbf{S}\Phi\mathbf{x} \quad (12)$$

可以将该滤波器 Φ 看作在频域乘以一个滤波矩阵 \mathbf{G} , 定义: $\Phi = \mathbf{F}^H \mathbf{G} \mathbf{F}$, 式(12)可以写作:

$$\mathbf{y} = \mathbf{S}\mathbf{F}^H \mathbf{G} \mathbf{F} \Psi \tilde{\mathbf{x}} \quad (13)$$

其中 \mathbf{F} 是傅里叶变换矩阵。添加滤波器降低了点采样矩阵 \mathbf{S} 与变换基 Ψ 的相关性, 使得式(13)可利用CS理论现有研究成果解决。求解 \mathbf{x} 的过程可以看成求解无约束凸规划的过程, 即求目标函数 $f(\mathbf{x})$ 的最小值:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{F}^H \mathbf{G} \mathbf{F} \Psi \tilde{\mathbf{x}}\|_2^2 + \lambda \Phi(\mathbf{x}) \quad (14)$$

其中等号右边第一项表示观测数据的拟合优度。第二项中的 $\Phi(\mathbf{x})$ 为正则函数, 在其中可以加入一些先验信息来约束所得到的解; $\lambda > 0$ 为正则化参数, 起到调节两项所占比重的作用。

2.2 全变分正则化方法

正则化方法在求目标函数最小的过程中避免了对算子直

接求逆,通常情况下选择 l_p 或者全变分函数。有界差分的函数空间 $BV(\Omega)$ 允许边缘的不连续性,可以很好地保护边缘,本文选取全变分正则化以保持边界应有的对比度与锐度^[15]:

$$\Phi_{TV}(\mathbf{x}) = \sum_i \sqrt{(\Delta_i^h \mathbf{x})^2 + (\Delta_i^v \mathbf{x})^2} \quad (15)$$

其中 Δ_i^h 和 Δ_i^v 分别表示二维平面上水平和垂直方向上一阶差分算子。

2.3 算法流程

利用两步迭代算法和全变分正则化实现超分辨率重构,算法的核心是对前一估计值降噪处理的基础上,利用两步迭代收缩得到新的估计值,迭代的终止条件是:

$$C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i-1}) = |f(\mathbf{x}_i) - f(\mathbf{x}_{i-1})| / f(\mathbf{x}_{i-1}) \quad (16)$$

当 $C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i-1}) < \varepsilon$ 时,迭代结束,其中 ε 是设定的终止值。两步迭代算法的算法流程如下:

1) 数据初始化: $\mathbf{x}_0 = 0$, 迭代次数 $t = 1$, 设定迭代终止值 ε 。

2) 利用式(14)计算 \mathbf{x}_0 对应的目标函数。

3) 对 \mathbf{x}_0 进行降噪处理:

$$\mathbf{x}_1 = \Gamma_\lambda(\mathbf{x}_0) = \Psi_\lambda\left(\mathbf{x}_0 + \frac{\mathbf{H}^T(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_0)}{s}\right)$$

其中 s 代表步长,初始值设为1。计算其对应的目标函数 $f(\mathbf{x}_1)$,比较 $f(\mathbf{x}_1)$ 和 $f(\mathbf{x}_0)$ 的大小,如果 $f(\mathbf{x}_1) > f(\mathbf{x}_0)$, s 乘以2以后重复步骤3);否则继续进行, $t = t + 1$ 。

4) 在计算前两个估计值基础上,利用式(8)估计出新的 \mathbf{x}_i ,计算 $f(\mathbf{x}_i)$ 并比较其与 $f(\mathbf{x}_{i-1})$ 的大小,如果 $f(\mathbf{x}_i) > f(\mathbf{x}_{i-1})$, $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_{i-1}$,返回到步骤3),否则继续进行。

5) 按式(16)判断是否满足终止条件,若 $C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i-1}) > \varepsilon$,则 $t = t + 1$,返回步骤4)继续迭代,否则停止迭代。

3 实验结果

本文利用CS理论两步迭代收缩算法和全变分正则化解SR问题,通过Matlab R2011b处理平台对该算法进行了各项测试。

3.1 算法重建效果测试与比较

实验1 选取大小512像素×512像素灰度图像Face作为原始高分辨率图像,经过低通滤波器及4:1等间距下采样作为输入图像。分别用Matlab编程比较标准提高分辨率的插值方法(包括双线性插值、近邻插值和三次样条插值),Fattal在文献[10]中介绍的边缘统计方法(以下简称Fattal算法)以及本文方法的重构效果。重建图像质量采用峰值信噪比(Peak Signal-to-Noise Ratio, PSNR)进行度量,PSNR是最普遍、最广泛的评鉴图像质量的客观方法,PSNR越大,重构图像质量越好。本文算法中设定迭代终止值 $\varepsilon = 10^{-4}$,正则化系数 $\lambda = 0.0005$ 。图1列出了几种算法的重构效果图和重构结果的PSNR以作对比。

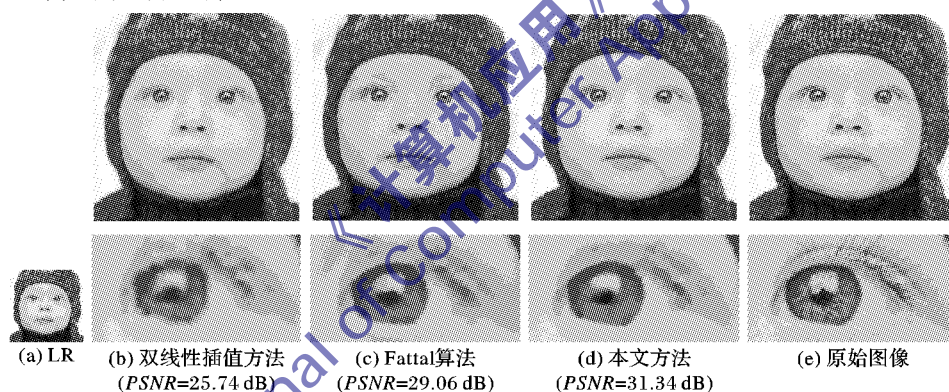


图1 Face图像4倍放大时各算法效果对比

由图1可以看出,在重构的主观视觉效果上本文的方法明显优于双线性插值方法(另外两种插值方法效果一致):双线性插值方法重构图像颜色不均匀有颗粒感,在边缘和不规则结构区域重建图像细节模糊,锯齿效应明显;Fattal算法的重建效果好过大多数已有方法,但由于其过渡强调边缘,使得重建图像稍显卡通效果;而本文方法重构图像比较光滑,过渡均匀,对比脸部轮廓,本文方法重建图像边缘光滑自然,锯齿效应基本消除,边缘视觉效果改进明显,从帽子和眼睛的纹理细节重建效果来看本文方法具有更好的重建精度,从视觉上更加接近于HR原图。定量分析几种重构方法的准确性,本文方法重构PSNR高于其他方法。更多的实验测试结果见图2,分别对512像素×512像素灰度图像Baboon、Cameraman、Peppers和文字图像进行测试,下采样后4倍重构原始图像,算法选用参数不变。

从图2可见本文方法重构视觉效果真实自然,能有效重构出图像细节和边缘信息,更接近原图。如图2(b)的Baboon图像中可以清楚地看到胡须等细节;Cameraman图可以看到清晰的重构效果,图中衣服和相机脚架的边缘光滑;Peppers图可见辣椒表面自然真实;对文字的边缘重构效果平滑,消除了锯齿效应。通过PSNR的对比更体现出本文算法的优

越性。

3.2 在不同放大倍数下算法重建效果的测试与比较

实验2 选择大小为512像素×512像素测试图像Lena作为原始HR图像,测试双线性插值、文献[6]介绍的反向迭代投影(IBP)算法以及本文方法分别在不同放大倍数重构PSNR值以作对比,如表1所示。

表1 不同放大倍数下各算法重构PSNR比较 dB

算法	放大倍数						
	2	3	4	5	6	7	8
双线性插值	28.87	25.00	22.69	21.31	20.39	19.54	18.87
IBP算法	28.93	25.24	22.73	21.52	20.01	19.57	18.60
本文方法	32.47	30.20	28.58	27.10	25.88	24.94	23.89

由表1可知,在不同放大倍数下,本文的算法始终拥有较高的PSNR;而且随着放大倍数的增加,观测值越来越少,重构误差会增大,相应的PSNR也会减小。

3.3 验证添加滤波器对算法重建效果的影响

实验3 最后我们感兴趣的是,如果在本文的算法中不添加低通滤波器 Φ ,重构效果将会如何。如前所述,如果没有滤波器,采样矩阵 S 与压缩基 Ψ 将不具备足够的不相关性,为了了解这将会对重构质量造成何种影响,选择大小为512像素×

512 像素标准灰度图 Lena,用本文算法分别实现不添加滤波器

与添加滤波器的4倍上采样重构,结果如图3所示。



图2 更多测试图像在4倍重构时近邻插值法与本文算法效果对比

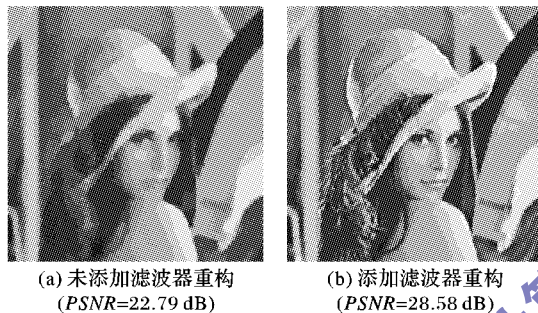


图3 添加滤波器对重构结果的影响

图3中对原HR图像进行4:1下采样后采用两步迭代TV正则化方法重构图像,图(a)为没有添加滤波器的重构效果,图(b)为添加了滤波器的重构效果,其中两次重构过程中参数设置相同且与实验1相同。可见图3(a)的重构质量差,图像模糊,算法无法重构细节信息($PSNR = 22.79$ dB),重构过程耗时249.4 s,算法迭代571次;而添加滤波器能有效改进重构质量($PSNR = 28.61$ dB),重构过程耗时61 s,算法迭代117次。实验结果验证了CS理论中图像能精确重构的充要条件,即测量矩阵与变换基满足一定的不相关性,加入滤波器就是使它们尽量不相关,以有效、精确地重构出原始图像。

4 结语

本文提出一种利用单幅LR图像作输入,无需任何训练集重建原始HR图像的方法,其应用的限制条件少于大多数现有方法;且将超分辨率问题置于CS理论框架下,能够应用CS理论最新成果实现超分辨率重建问题,这也是作者进一步的研究方向。本文使用TV正则化的两步迭代收缩算法,为了解决SR问题中CS信息算子不满足RIP的问题,在HR图像下采样前进行滤波,实验证明滤波器的引入对重构效果起到巨大的改善。与已有的提高图像分辨率的方法相比,本文方法具有十分优越的视觉效果和重构精度,能很好地重构出原图细节和边缘信息。

参考文献:

- [1] 李民. 基于稀疏表示的超分辨率重建和图像修复研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2011.
- [2] TSAI R Y, HUANG T S. Multiframe image restoration and registration [C]// *Advances in Computer Vision and Image Processing: Image Reconstruction from Incomplete Observations*. Greenwich: JAI

- Press, 1984: 317–339.
- [3] FREEMAN W T, PAZSTOR E C, CARMICHAEL O T. Learning low-level vision [J]. *International Journal of Computer Vision: Special Issue on Statistical and Computational Theories of Vision: Modeling, Learning, Sampling and Computing: Part I*, 2000, 40(1): 25–47.
- [4] FREEMAN W T, JONES T R, PAZSTOR E C. Example-based super resolution [J]. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 2002, 22(2): 56–65.
- [5] LIU C, SHUM H-Y, FREEMAN W T. Face hallucination: theory and practice [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2007, 75(1): 115–134.
- [6] IRANI M, PELEG S. Improving resolution by image registration [J]. *Graphical Models and Image Processing*, 1991, 53(3): 231–239.
- [7] 禹晶, 苏开娜, 肖创柏. 一种改善超分辨率图像重建中边缘质量的方法[J]. *自动化学报*, 2007, 33(6): 577–582.
- [8] 杨欣, 费树岷, 周大可. 基于MAP的自适应图像配准及超分辨率重建[J]. *仪器仪表学报*, 2011, 32(8): 1771–1775.
- [9] DAI SHENGYANG, HAN MEI, XU WEI, *et al.* Soft edge smoothness prior for alpha channel super resolution [C]// *CVPR '07: IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Piscataway: IEEE, 2007: 1–8.
- [10] FATTAL R. Image upsampling via imposed edge statistics [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2007, 26(3): 95.
- [11] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [12] BARANIUK R G. Compressive sensing [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(4): 118–121.
- [13] 石光明, 刘丹华, 高大化, 等. 压缩感知理论及其研究进展[J]. *电子学报*, 2009, 37(5): 1070–1081.
- [14] SEN P, DARABI S. Compressive image super-resolution [C]// *Proceedings of 2009 Conference Record of the Forty-Third Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*. Piscataway: IEEE, 2009: 1235–1242.
- [15] BIOUCAS-DIAS J M, FIGUEIREDO M A T. A new TwIST: two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, 16(12): 2992–3004.
- [16] 练秋生, 高彦彦, 陈书贞. 基于两步迭代收缩法和复数小波的压缩传感图像重构[J]. *仪器仪表学报*, 2009, 30(7): 1426–1431.
- [17] CHAMBELLE A. An algorithm for total variation minimization and applications [J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2004, 20(1/2): 89–97.