

基于稀疏分解和聚类的自适应图像去噪新方法

魏雅丽^{1,2*}, 温显斌^{1,2}, 邹永廖³, 郑永春³

(1. 天津市智能计算及软件新技术重点实验室(天津理工大学), 天津 300191;

2. 计算机视觉与系统教育部重点实验室(天津理工大学), 天津 300191; 3. 中国科学院 国家天文台, 北京 100012)

(*通信作者电子邮箱 weiyaliwl@sina.com)

摘要:随着信号稀疏表示原理的深入研究,稀疏分解越来越广泛地应用于图像处理领域。针对过完备字典构造和稀疏分解运算量巨大的问题,提出一种基于稀疏分解和聚类相结合的自适应图像去噪新方法。该方法首先通过改进的K均值(K-means)聚类算法训练样本,构造过完备字典;其次,通过训练过程中每一次迭代,自适应地更新字典的原子,使字典更适应样本的稀疏表示;然后利用正交匹配追踪(OMP)算法实现图像的稀疏表示,从而达到图像去噪的目的。实验结果表明:与传统的字典训练方法相比,新算法有效地降低了运算复杂度,并取得更好的图像去噪效果。

关键词:K均值聚类;稀疏分解;图像去噪;正交匹配追踪;过完备字典

中图分类号:TP391.41 **文献标志码:**A

New self-adaptive method for image denoising based on sparse decomposition and clustering

WEI Yali^{1,2*}, WEN Xianbin^{1,2}, ZOU Yongliao³, ZHENG Yongchun³

(1. Tianjin Key Laboratory of Intelligence Computing and Novel Software Technology (Tianjin University of Technology), Tianjin 300191, China;

2. Key Laboratory of Computer Vision and System, Ministry of Education (Tianjin University of Technology), Tianjin 300191, China;

3. National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China)

Abstract: The sparse representations of signal theory has been extensively and deeply researched in recent years, and been widely applied to image processing. For the huge computation of over-complete dictionary structure and sparse decomposition, a new self-adaptive method for image denoising based on sparse decomposition and clustering was proposed. Firstly, an overcomplete dictionary was designed by training samples with a modified K-means clustering algorithm. In the training process, atoms of the dictionary were updated adaptively in every iterative step to better fit the sparse representation of the samples. Secondly, the sparse representation of the test image was obtained by using the dictionary combined with Orthogonal Matching Pursuit (OMP) algorithm, so as to achieve image denoising. The experimental results show that in terms of image denoising and computational complexity, the performance of the proposed method is better than the traditional dictionary training algorithm.

Key words: K-means clustering; sparse decomposition; image denoising; Orthogonal Matching Pursuit (OMP); overcomplete dictionary

0 引言

噪声作为影响图像质量的主要原因之一,对图像的应用价值及后续高级处理造成很大干扰,因此图像去噪是图像处理的基础和前提。传统的图像去噪方法和目前广泛应用的小波去噪方法^[1]在各自的应用领域内都已经具有良好的去噪效果。但是这些方法往往需要先验地获知图像信息与噪声的统计特性。因此,人们需要探索新的自适应的图像去噪方法^[2]。

近年来,由于信号稀疏表示的优良特性,稀疏分解的研究也越来越受到人们的重视。由于稀疏分解可以保留最匹配原始图像的有用信息而去除与信息无关的噪声,因而可以用此方法来去除图像中的随机噪声^[3-5]。虽然稀疏分解的理论研究很成功,但在实际应用中很难推广。影响其发展的最重要因素为稀疏分解的计算量十分巨大。目前,较为有效的稀疏

分解算法有基追踪(Basic Pursuit, BP)算法^[6-7]、匹配追踪(Matching Pursuit, MP)算法^[8]及其变种正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法^[9-10]。另一个因素为用以进行稀疏分解的过完备字典的结构和构造问题。过完备冗余字典的构造方法主要有两种^[11]:一种是采用已构造好的函数集或选取函数特定的参数形式构造字典;另一种是根据样本训练字典^[12]。因此,稀疏分解的研究焦点主要集中在如何实现该算法的快速计算,降低算法的复杂度,以及选择何种类型的原子构造合适的字典两个方面。

本文提出一种新的针对同一类图像的基于稀疏分解和聚类的自适应图像去噪方法。该方法根据训练样本自适应地调节字典的原子数,因此能够有效地降低算法的复杂度;同时,结合OMP算法,对含有噪声的图像进行稀疏分解。为了证明该方法的去噪效果和运算时间,本文通过实验仿真将它与双重奇异值分解法(Kernel-Kernel Singular Value Decomposition,

收稿日期:2012-08-06;修回日期:2012-09-15。 基金项目:国家863计划项目(2010AA122201);国家自然科学基金资助项目(60872064,61102125);天津市自然科学基金资助项目(12JCYBJC12300)。

作者简介:魏雅丽(1987-),女,新疆北屯人,硕士研究生,主要研究方向:图像处理、稀疏分解; 温显斌(1966-),男,山东菏泽人,教授,博士,主要研究方向:遥感图像理解、模式识别。

Kernel-KSVD)^[13-15]进行比较。实验证明,本文方法比 Kernel-KSVD 算法具有更好的降噪性能和更高的运算效率。

1 算法原理

1.1 信号的稀疏分解

1993年,S Mallat 和 Z Zhang 首次提出了应用过完备冗余字典对信号进行分解的思想,并引入了匹配追踪算法,该算法是通过逐步逼近的方法来对信号进行稀疏分解。

在 Hilbert 空间 H 中给定字典 $D = \{g_\gamma\}_{\gamma \in \Gamma}$ 且 $\|g_\gamma\|_2 = 1$ 。利用匹配追踪算法对信号 f 进行稀疏分解的过程如下。设定初值 $R^0 f = f$, 则信号首先被分解为:

$$R^0 f = \langle g_{\gamma_0}, R^0 f \rangle g_{\gamma_0} + R^1 f \quad (1)$$

其中 g_{γ_0} 为字典中与信号 f 最匹配的原子,即使残差 $\|R^1 f\|$ 能量最小。

由式(1)可得, g_{γ_0} 与 $R^1 f$ 是正交的。因此:

$$\|R^0 f\|^2 = |\langle g_{\gamma_0}, R^0 f \rangle|^2 + \|R^1 f\|^2 \quad (2)$$

由式(2)可得,要使残差 $\|R^1 f\|$ 能量最小,所选择的原子 g_{γ_0} 需满足:

$$|\langle R^0 f, g_{\gamma_0} \rangle| = \max_{\gamma \in \Gamma} |\langle R^0 f, g_\gamma \rangle| \quad (3)$$

即展开信号 $R^0 f$ 与原子 g_{γ_0} 的内积最大。

重复以上方法,可以得到:

$$R^1 f = \langle g_{\gamma_1}, R^1 f \rangle g_{\gamma_1} + R^2 f \quad (4)$$

其中 g_{γ_1} 满足

$$|\langle R^1 f, g_{\gamma_1} \rangle| = \max_{\gamma \in \Gamma} |\langle R^1 f, g_\gamma \rangle| \quad (5)$$

经过 n 次迭代后,可以得到:

$$R^{n-1} f = \langle g_{\gamma_{n-1}}, R^{n-1} f \rangle g_{\gamma_{n-1}} + R^n f \quad (6)$$

则信号可以表示为:

$$f = \sum_{k=0}^{n-1} \langle g_{\gamma_k}, R^k f \rangle g_{\gamma_k} + R^n f \quad (7)$$

且由式(7)可得:

$$\|f\|^2 = \sum_{k=0}^{n-1} |\langle g_{\gamma_k}, R^k f \rangle|^2 + \|R^n f\|^2 \quad (8)$$

由以上分析可得,信号 f 在字典 D 中的 n 次稀疏分解可由式(7)表示。Mallat 已经对 MP 算法的收敛性进行过分析^[9],结果表明 MP 算法是收敛的。

1.2 过完备字典训练算法

传统的字典训练算法大多在训练初始就确定了字典的大小,因此,每次迭代更新过程实质上是对所有原子进行更新的过程,运算量较大。而本文将根据匹配追踪算法的逐步逼近思想,提出一种自适应训练算法,使得在每次迭代更新的过程中,根据训练样本的特性自适应地更新原子,根据需求调节字典的原子个数。

对于同一类图像,其结构特性具有较大的相似性,因此,在每一次字典训练的迭代过程中,可以从训练样本中选择最能体现其结构特性的一些样本作为字典的原子,然后在这个字典下对样本进行稀疏分解得到残差。为了更好地选取字典的原子,稀疏分解的稀疏度随着算法迭代次数自适应调整。如果待分解信号属于某一类图像,即可由以上方法训练字典,其结构特性满足尽可能符合待分解信号的结构特性的要求。

由上述算法原理,实现算法的核心问题为如何从训练样本中选择最能体现其结构特性的样本。本文通过改进的 K 均值(K-means)聚类算法产生原子,大大降低了运算复杂

度,具体过程如下所述。

常用的 K 均值聚类算法^[16]是以欧氏距离作为相似性测度,求对应某一初始聚类中心的最优分类,但该算法具有:需要预先确定聚类个数,对初始聚类中心及样本输入顺序敏感,不适合存在大值属性的数据集等缺点。针对以上不足,本文进行如下改进:

1)首先对训练样本进行归一化处理。作为起始点在原点的归一化矢量,不同的训练样本只是对应不同方向的单位矢量;同时,也避免了某些大值属性的数据影响样本间的距离。

2)与传统的 K 均值聚类算法随机选取 k 个样本作为初始聚类中心不同,本文的改进算法首先计算所有样本间的距离,选取距离最大的两个样本作为初始聚类中心,构成初始聚类中心的集合;然后选取与这个集合距离最远的样本加入这个集合。如此重复直到满足初始设定的聚类数量或终止条件。

3)根据之前计算的样本间的距离,把样本归类到距离它最近的那个聚类中心所在的类,然后通过计算每一类中所有样本的均值得到新的聚类中心。如果连续两次得到的聚类中心没有变化,则聚类结束;否则,重新计算样本和新的聚类中心的距离,重复上述聚类过程。

为了对上述改进方法进行验证,本文采用 Iris 数据集作为实验对象。原始的 Iris 数据集序号 1~50 为第一类数据,序号 51~100 为第二类数据,序号 101~150 为第三类数据。在 Iris 数据集每一组数据的输入顺序随机的情况下,传统的 K 均值聚类算法和改进的 K 均值聚类算法三次选取的初始聚类中心如表 1 所示,其中,挑选出的数据序号为原始的数据序号。

表 1 改进前后初始聚类中心选取结果

选取 次数	聚类中心数据序号	
	改进前	改进后
1	135,66,108	119,23,99
2	33,56,140	119,23,99
3	20,36,134	119,23,99

由表 1 看出,传统 K 均值聚类算法需要预先确定聚类个数,在样本输入顺序随机的情况下,三次选取的初始聚类中心均不相同,而且三次选取的初始聚类中心并不是分别来自三类数据,这将直接影响最后的分类结果。而改进 K 均值聚类算法并没有事先确定聚类个数,即自适应地确定聚类个数为 3;而且在样本输入顺序随机的情况下,三次选取的初始聚类中心的个数和序号相同。

在改进 K 均值聚类算法中,若没有进行归一化处理,会出现前两次选取的初始聚类中心均为序号 42 的数据,这是由于某些大值属性的数据影响样本间的距离。因此,对训练样本进行归一化处理,可以有效避免某些大值属性的数据影响初始聚类中心的选择。

通过改进的 K 均值聚类算法,训练样本根据其结构特性被分为若干类,由上述算法得到的聚类中心即可代表每个类的结构特性。这些聚类中心即为最能体现其结构特性的样本,继而作为字典的原子。算法通过训练样本的结构特性和初始设定参数分层产生原子,并且根据需要自适应地调节字典中原子的个数。

1.3 正交匹配追踪算法

由于 MP 算法已选的原子不是相互正交的,所以在已选

择的原子组成的子空间中,信号的展开可能不是最优的。而正交匹配追踪算法^[9-10]递归地对所选的原子集合进行正交化处理,从而解决MP算法存在的上述问题。

在正交匹配追踪算法中,原子的选取与匹配追踪算法相似,即所选择的原子 g_{γ_k} 需满足:

$$|\langle R^k f, g_{\gamma_k} \rangle| = \max_{\gamma \in \Gamma} |\langle R^k f, g_{\gamma} \rangle| \quad (9)$$

选定原子后,用 Gram-Schmidt 正交化方法对式(9)得到的原子进行正交化处理。即:

$$u_k = g_{\gamma_k} - \sum_{p=0}^{k-1} \langle g_{\gamma_k}, u_p \rangle u_p \quad (10)$$

接着对 u_k 进行归一化处理:

$$u_k = u_k / \|u_k\| \quad (11)$$

然后将残差投影在处理后的 u_k 上:

$$R^k f = \langle u_k, R^k f \rangle u_k + R^{k+1} f \quad (12)$$

此时,信号 f 可表示为:

$$f = \sum_{i=0}^k \langle u_i, R^i f \rangle u_i + R^{k+1} f \quad (13)$$

2 算法流程

综上所述,本文提出的基于稀疏分解和聚类相结合的自适应图像去噪新方法具体步骤如下:

1) 初始化训练样本。首先将二维图像信号转为一维信号,然后对一维信号进行归一化处理,得到初始训练样本 $Y = [y(1), y(2), \dots, y(n)] \in \mathbf{R}^{n \times N}$, 其中训练样本以列向量表示。

2) 初始原子的选取。根据本文提出的改进的 K 均值聚类算法将经过处理的 N 个训练样本进行聚类,得到 k_1 个聚类中心 $[p_1^1, p_2^1, \dots, p_{k_1}^1]$ 作为第一层原子。

3) 初始字典的构造。为了提高字典的匹配性,将初始训练样本向所属类的聚类中心进行投影求取残差,得到残差 $E = [e_1, e_2, \dots, e_N]$ 。将得到的残差采用改进的 K 均值聚类算法进行聚类,得到 k_2 个聚类中心 $[p_1^2, p_2^2, \dots, p_{k_2}^2]$ 作为第二层原子。将上述两层原子作为初始字典 D 。如果原子的层数满足预先设定的分层数,则终止字典训练过程,否则进入迭代过程。

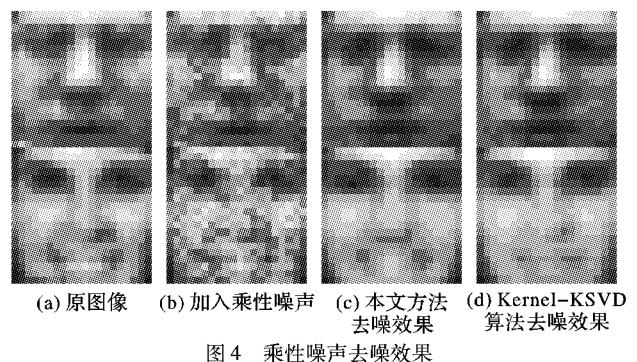
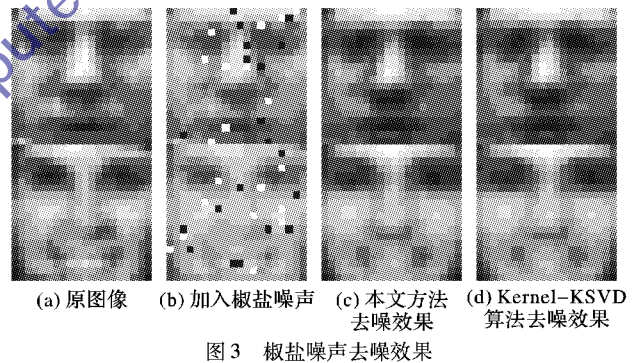
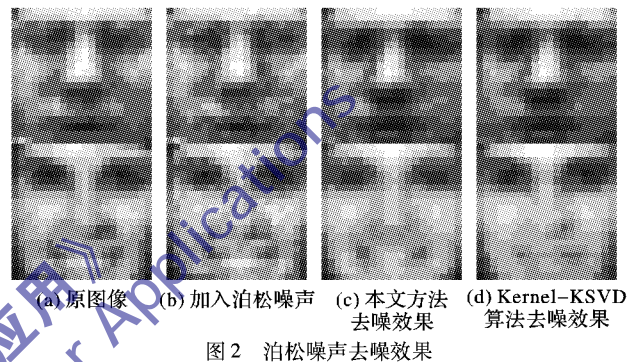
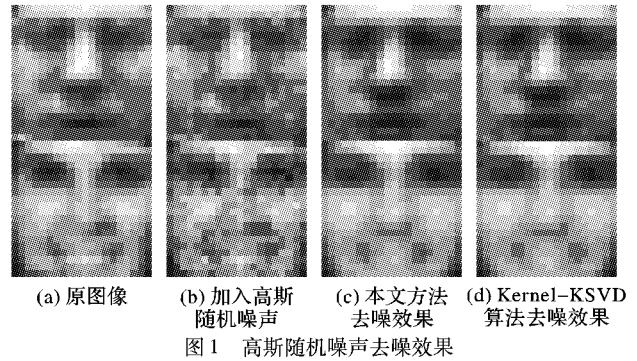
4) 迭代过程。采用正交匹配追踪算法在字典 D 中对初始训练样本进行稀疏分解,得到残差 $E = [e_1, e_2, \dots, e_N]$ 。将得到的残差采用改进的 K 均值聚类算法进行聚类,得到 k_i 个聚类中心 $[p_1^i, p_2^i, \dots, p_{k_i}^i]$ 作为第 i 层原子。将这 k_i 个聚类中心加入字典 D , 进行字典更新。如果原子的层数 i 满足预先设定的分层数,则终止迭代过程,否则继续迭代。

5) 稀疏分解过程。在测试图像信号 $F = [f_1, f_2, \dots, f_m]$ 中加入随机噪声,得到含噪图像信号 $F' = [f'_1, f'_2, \dots, f'_m]$, 其中 m 为测试图像信号数量。采用正交匹配追踪算法在字典 D 中对测试图像信号进行稀疏分解,得到重构信号 $F_r = [f_{r1}, f_{r2}, \dots, f_{rm}]$ 。

3 实验仿真结果

为了对本文方法进行验证,在 CPU 为 2.21 GHz,内存为 960 MB 的运行环境下,采用 MIT 人脸库作为训练样本。MIT 人脸库共包含 2429 幅图像,每幅图像的大小为 20×20 。在实验仿真中,随机挑选 50 幅图像作为测试图像,剩余 2379 幅图像作为字典训练样本,在测试图像中分别加入高斯随机噪声、

泊松噪声、椒盐噪声及乘性噪声,并与 Kernel-KSVD 算法的去噪效果进行比较,结果如图 1~4 所示。由图可以看出,本文方法和 Kernel-KSVD 算法均能较好地去除图像中的噪声,较好地恢复了原图像。



为了对去噪图像的质量进行评价,图 5 给出了本文方法和 Kernel-KSVD 算法的信噪比 (Signal-to-Noise Ratio, SNR) (单位: dB) 对比曲线。由图 5 可以看出,与 Kernel-KSVD 算法本相比,本文方法在一定程度上提高了去噪后图像的信噪比。

$$SNR = 10 \times \lg(\|F'\|^2 / \|F' - F_r\|^2) \quad (14)$$

为了了解训练字典的大小对算法的影响,图 6 给出了训练字典的大小与算法运行时间的关系曲线。由图 6 可以看出,与 Kernel-KSVD 算法本相比,本文方法有效地提高了运算

速度,并且随着训练字典的增大,运算速度的提高更加明显。

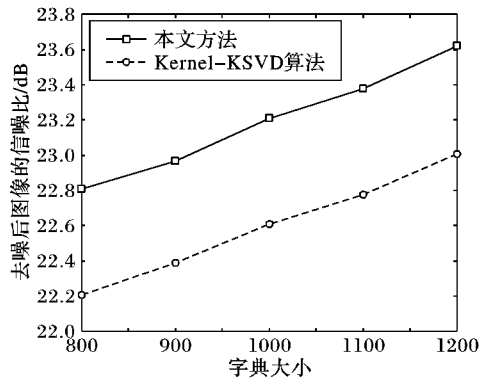


图5 字典大小对信噪比的影响

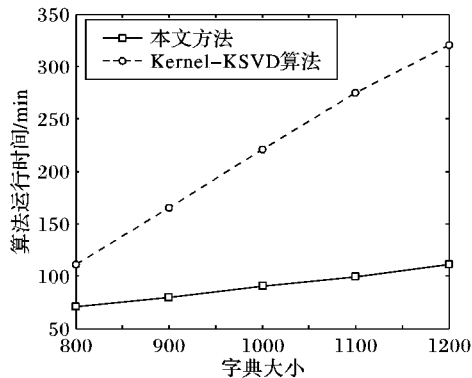


图6 字典大小对运行时间的影响

由图1~6可以看出:针对高斯噪声、泊松噪声、椒盐噪声及乘性噪声,本文方法和 Kernel-KSVD 算法均有较好的去噪效果,均能恢复原图像的主要特征信息。但与 Kernel-KSVD 算法相比较,本文方法能得到更高的信噪比;同时,本文方法的运算复杂度远小于 Kernel-KSVD 算法,并且,随着字典的增大,运算时间的差距越大。

4 结语

本文提出了一种基于稀疏分解和聚类的自适应图像去噪新方法,通过实验仿真分析该方法的去噪效果和运算复杂度,结果表明:与 Kernel-KSVD 算法相比,本文方法有效降低了运算复杂度,并取得了更好的图像去噪效果。与其他字典构造方法相比,基于样本训练得到完备冗余字典的方法具有更好的自适应性,在特定场合的应用,例如特征提取和识别,有广阔的应用前景。

但是,本文方法只适用于具有训练样本的图像。对于单幅图像,由于没有训练样本,无法获知图像结构特性,因此没有办法利用本文方法进行去噪处理;同时,本文方法虽然在同等字典大小的情况下比 Kernel-KSVD 算法的去噪效果好,但是信噪比还有待进一步提高。

本文方法在构造字典时,将图像信号进行二维转一维处理,没有更好地体现二维图像信号的结构特性;采用改进的 K 均值聚类算法进行字典训练获取原子,没有尝试其他聚类方法;在图像信号的稀疏分解过程中,只采用了经典的 OMP 算法,没有尝试其他稀疏分解算法。因此可以针对上述问题进行进一步的研究。

参考文献:

[1] KANAMORI H. Shaking without quaking [J]. Science, 1998, 279 (5359): 2063-2064.

[2] DONOHO D L. De-noising by soft-thresholding [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.

[3] VIJAY M, DEVI SARANYA L, SHANKARAVADIVU M, et al. Image denoising based on adaptive spatial and wavelet thresholding methods [C]// ICAESM 2012: IEEE International Conference on Advances in Engineering, Science and Management. Piscataway: IEEE, 2012: 161-166.

[4] BERGEAU F, MALLAT S. Matching pursuit of images [C]// ICIP'95: Proceedings of the 1995 International Conference on Image Processing. Washington, DC: IEEE Computer Society, 1995, 1: 53-56.

[5] PELEG T, ELDAR Y C, ELAD M. Exploiting statistical dependencies in sparse representations for signal recovery [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(5): 2286-2303.

[6] WANG G D, XU J W, YANG J H, et al. Image denoising based on adaptive sparse representation [C]// ICEIE 2010: International Conference on Electronics and Information Engineering. Piscataway: IEEE, 2010, 2: 520-524.

[7] CHEN S S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 1998, 20(1): 33-61.

[8] KUNIS S, RAUHUT H. Random sampling of sparse trigonometric polynomials II — Orthogonal matching pursuit versus basis pursuit [J]. Foundations of Computational Mathematics, 2008, 8(6): 737-763.

[9] MALLAT S G, ZHANG Z F. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(12): 3397-3415.

[10] PATI Y C, REZAIFAR R, KRISHNAPRASED P S. Orthogonal matching pursuit: recursive function approximation with applications to wavelet decomposition [C]// Conference Record of The Twenty-Seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Piscataway: IEEE, 1993, 1: 40-44.

[11] TROPP J A, GIBERT A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.

[12] MAIRAL J, ELAD M, SAPIRO G. Sparse representation for color image restoration [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(1): 53-69.

[13] RUBINSTEIN R, BRUCKSTEIN A M, ELAD M. Dictionaries for sparse representation modeling [J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6): 1045-1057.

[14] GAO S H, TSANG I W-H, CHIA L-T. Kernel sparse representation for image classification and face recognition [C]// ECCV'10: Proceedings of the 11th European Conference on Computer Vision: Part IV. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 1-14.

[15] QI H C, HUGHES S H. Using the kernel trick in compressive sensing: accurate signal recovery from fewer measurements [C]// ICASSP 2011: IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Piscataway: IEEE, 2011: 3940-3943.

[16] NGUYEN H V, PATEL V M, NASRABADI N M, et al. Kernel dictionary learning [C]// ICASSP 2012: IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Piscataway: IEEE, 2012: 2021-2024.

[17] HUANG Z X. Extensions to the K-means algorithm for clustering large data sets with categorical values [J]. Data Mining and Knowledge discovery, 1998, 2(3): 283-304.