

Turbo 乘积码译码算法的优化和改进

柳 昭*, 魏延清, 张晓明

(山东航天电子技术研究所, 山东 烟台 264003)

(*通信作者电子邮箱 xiaozhao317@163.com)

摘 要: Chase2 算法是 Turbo 乘积码(TPC)软判决译码中常采用的算法之一。由于传统的 Chase2 算法中欧氏距离计算以及寻找竞争码字都需要大量的运算,因而在硬件上实现比较复杂。为此,在传统 Chase2 算法的基础上,采用相关度量等价替代欧氏距离的度量,简化寻找竞争码字的过程,以降低译码复杂度;调整竞争码字不存在时的软输出信息值,以提高编码增益。仿真结果表明:改进算法比传统的 Chase 算法译码速度更快,译码性能更好,非常适合硬件实现。

关键词: Turbo 乘积码; Chase2 算法; 软判决译码; 信道编码增益; 复杂度

中图分类号: TN911.22 **文献标志码:** A

Optimization and improvement for Turbo product code decoding algorithm

LIU Zhao*, WEI Yanqing, ZHANG Xiaoming

(Shandong Aerospace Electronic Technology Institute, Yantai Shandong 264003, China)

Abstract: The Chase2 algorithm is one of the soft-decision decoding algorithms of Turbo Product Code (TPC). The conventional Chase2 algorithm needs a large amount of computation to calculate the Euclidean distance and search for competing codeword, so it is complex to implement in the hardware. Therefore, on the basis of the conventional Chase2 algorithm, the correlation was substituted as the metric for the Euclidean distance and the process of searching for competing codeword was simplified to reduce the decoding complexity; and the soft-output value was adjusted when there was no competing codeword to improve the coding gain. The simulation results show that, compared with the conventional algorithm, the modified algorithm has better performance and faster decoding speed, and it is suitable for hardware implementation.

Key words: Turbo Product Code (TPC); Chase2 algorithm; soft-decision decoding; channel coding gain; complexity

0 引言

Turbo 乘积码(Turbo Product Code, TPC)是在 Turbo 卷积码(Turbo Convolutional Code, TCC)的基础上发展起来的。1993 年 Berrou 等^[1]提出了基于软输入软输出(Soft Input Soft Output, SISO)迭代译码算法的并行级联 Turbo 码。1994 年, Pyndiah 等^[2]提出了分组 Turbo 码(Block Turbo Code, BTC),以分组码为子码,设计出可以实现软输入软输出迭代的 Chase 译码算法,并将这种迭代方式应用于乘积码。1998 年 Pyndiah^[3]针对 Turbo 乘积码提出了一种基于修正的 Chase 译码算法,这是一种近似的最大似然译码,可以获得接近 Shannon 极限的纠错性能。Turbo 乘积码被人们视为信道编码技术的一项历史性突破^[4]。它与 RS 码、卷积码以及以 RS 码为外码、卷积码为内码的级联码相比,具有更大的编码增益和编码效率^[5],而且结构简单、码长变动灵活、译码复杂度较小。Turbo 乘积码的优异性能使得 Turbo 乘积码在深空通信、卫星通信和移动通信等数字通信系统中均有较广泛的应用前景。目前,国内外对于 Turbo 乘积码算法的研究主要针对对软判决译码中译码复杂度的改善,使得译码性能和复杂度之间达到平衡。近几年来,有不少学者提出对 TPC 译码算法的改进^[6-7],如梯度算法^[8-9]、并行译码算法^[10]等。虽然这些算法都在一定程度上减少了运算量,降低了系统延时,但是由于计算中采用了某些近似,不可避免地带来一定的性能损失。本文在传统 Chase 算法的基础上,提出了一种新的改进和优

化方法,这种方法大大减小了算法的计算量,提高了算法的译码性能和译码速度。

1 Chase2 软判决译码算法

软判决译码,是指先把解调器输出的抽样电压进行 Q ($Q = 2^m, m > 1$) 进制电平量化,再送给译码器进行译码。Chase2 算法的主要思想^[11]是:首先在接收序列中确定出错可能性较大的码元位置,并由此构造一个二进制试探序列集合;其次再用每个试探序列修正接收到的硬判决序列,并将修正后的序列输入到硬判决译码器,从而得到一个候选码字集合;最后逐个计算候选码字与接收序列的欧氏距离,挑选出一个与接收序列有最小欧氏距离的候选码字作为最终译码结果。

1.1 Chase2 算法

假设二进制信息码元 $\{0, 1\}$ 通过分量码都为线性分组码 (n, k, d) 的二维 TPC 编码器,经二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK)调制后得到发送码字 $E = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ ($e_i \in \{+1, -1\}$);再经加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise, AWGN)信道中传输,信道噪声 $N = (n_1, n_2, \dots, n_n)$ 的均值为 0,方差为 σ^2 ;接收码字为 $R = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ 。三者满足: $R = E + N$ 。Chase2 算法实现方法步骤如下:

步骤 1 对接收码字 R 进行硬判决得到 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$, $y_i \in \{0, 1\}$ 。

步骤 2 确定 Y 的 $p = \lfloor d/2 \rfloor$ 个最不可靠位,记录其位

收稿日期:2012-08-15;修回日期:2012-10-09。

作者简介: 柳昭(1986-),男,陕西汉中,硕士研究生,主要研究方向:航天测控、信道编译码; 魏延清(1985-),男,河南平顶山人,工程师,硕士,主要研究方向:航天测控、基带信号处理; 张晓明(1976-),女,山东蓬莱人,高级工程师,主要研究方向:航天测控、卫星通信。

置。

确定最不可靠位是通过考察 y_j 的可靠度得出的, 码元 y_j 的可靠度定义如下:

$$\Lambda(y_j) = \ln\left(\frac{\Pr\{e_j = +1/r_j\}}{\Pr\{e_j = -1/r_j\}}\right) = \left(\frac{2}{\sigma^2}\right)r_j \quad (1)$$

经归一化后, 码元 y_j 的可靠度可通过考察 $|r_j|$ 得到, $|r_j|$ 值越小, 可靠度越低。

步骤 3 构造测试图样 T^q 。分别在 p 个不可靠位置上取“0”和“1”, 其他位置取“0”, 构造一个由 2^p 个 n 维向量组成的测试图样 T^q 。

步骤 4 构造测试序列 $Z^q = Y \oplus T^q$, 其中 \oplus 代表异或, 即模 2 和。

步骤 5 将 Z^q 进行代数译码(硬判决译码), 得到译码结果 C^i , 将译码结果作如下映射: 0 映射成 -1, 1 映射成 +1, 然后归入集合 Ω 。

步骤 6 计算集合 Ω 中的码字 C^i 与接收信号 R 间的欧氏距离, 选出欧氏距离最小的码字作为候选码字 D 。欧氏距离的计算如下:

$$|R - C^i|^2 = \sum_{l=0}^{n-1} (r_l - c_l^i)^2; c_l \in (+1, -1) \quad (2)$$

1.2 软入软出(SISO)译码算法

由于 Chase2 算法是一种软输入硬输出(Soft Input Hard Output, SIHO)译码算法, 译出的码字为硬输出, 纠错能力不能得到保证。因此, 为了提高 TPC 的译码性能, 必须采用迭代译码方式, 这就需要保证译码器的输出为软数据, 即带有可靠度量值的数据。下面直接给出译码器软输出值的计算公式, 推导过程参考文献[3]。译码器的软输出值为:

$$r_j' = \begin{cases} (|R - C|^2 - |R - D|^2) \cdot d_j / 4, & C \in \Omega \\ \beta(m)d_j, & C \notin \Omega \end{cases} \quad (3)$$

其中: R 为接收序列, 它是经过解调器和 Q 进制量化得到的软数据; D 为上述 Chase2 算法得到的候选码字; C 为 D 的竞争码字, C 满足: 与接收序列 R 的欧氏距离最小, 且 $C_j \neq D_j$ 。由于在候选码字集合 Ω 中存在找不到竞争码字 C 的可能, 此时可用含可信度因子 $\beta(m)$ 的式子来近似计算, $\beta(m) \geq 0$, 在实际的工程实践中, $\beta(m)$ 值主要通过实验来确定。用软输出值减去软输入值, 就可以得到外部信息 $[W(m)]$ 。

2 Chase2 算法优化和改进

第 1 章中介绍的 Chase2 软判决译码算法在硬件上实现比较复杂, 主要原因是欧氏距离的计算以及寻找竞争码字 C 都需要大量的运算。因此, 有必要对算法进行改进, 使其在译码复杂度和译码性能之间达到很好的折中。

2.1 采用相关计算等价替代欧氏距离的计算

传统 Chase2 算法需要计算测试序列与接收码字之间的欧氏距离, 从中选取欧氏距离最小的码字作为候选码字 D 。而在寻找竞争码字 C 时, 也是在与 d_j 符号不同的码字集合中选取欧氏距离最小的码字作为竞争码字。由式(2)可见, 欧氏距离的计算需要进行 $2^n \times n$ 次减法运算, $2^n \times n$ 次乘法运算和 $2^n \times n$ 次加法运算, 硬件实现上逻辑资源开销非常大。以下理论提出了一种采用相关作为度量的算法^[12]。

欧氏距离计算式可展开如下:

$$|R - C^i|^2 = \sum_{j=1}^n (r_j - c_j^i)^2 = \sum_{j=1}^n r_j^2 + \sum_{j=1}^n (c_j^i)^2 - 2 \sum_{j=1}^n r_j c_j^i; c_j^i \in \{-1, +1\} \quad (4)$$

对于一个给定的接收码字 R , $\sum_{j=1}^n r_j^2$ 为常数项, $\sum_{j=1}^n (c_j^i)^2$

也为常数项, $\sum_{j=1}^n (c_j^i)^2 = n$, 其中 $\sum_{j=1}^n r_j c_j^i$ 为 R 与 C^i 的内积, 也称

作 R 与 C^i 的相关。由于 $c_j^i \in \{-1, +1\}$, $\sum_{j=1}^n r_j c_j^i$ 乘法运算就转化为加减法运算, 仅需进行 $2^n \times (n-1)$ 次加减法运算即可。

$\sum_{j=1}^n r_j c_j^i$ 相关值越大, 欧氏距离越小。采用相关度量时, 仅对欧氏距离的计算结构进行了简化, 并没有进行任何算法近似, 因此, 相关值最大作为度量等价于欧氏距离最小作为度量, 不会影响算法的译码性能。

另外, 式(3)软输出值 r_j' 可简化为:

$$r_j' = \begin{cases} \left(\sum_{j=1}^n RD - \sum_{j=1}^n RC \right) \cdot d_j / 2, & C \in \Omega \\ \beta(k)d_j, & C \notin \Omega \end{cases} \quad (5)$$

2.2 简化寻找竞争码字 C 的过程

竞争码字 C 同时满足两个条件: 1) 与接收序列 R 的欧氏距离最小; 2) $c_j \neq d_j$ 。传统的 Chase 迭代译码算法是将条件 2) 放在前^[3], 先判断 $c_j \neq d_j$, 在候选码字 Ω 集合中找到 $c_j \neq d_j$ 的序列, 把找到的序列放入子集 Ω_1 中, $\Omega_1 \subset \Omega$; 然后在 Ω_1 中找到与接收序列 R 有最大相关值的序列作为竞争码字 C 。用传统方法寻找竞争码字 C 半次迭代需要进行 $n^2 \times (2^n - 1)$ 次比较, 动态构建 n 个子集 Ω_1 , 进行 n^2 次排序计算。这种方法寻找竞争码字 C 的过程相当繁琐, 逐行或逐列译码时每个码元的竞争码字 C 是动态变化的。

算法的次优方案是: 将条件 a 放在前, 则竞争码字 C 只需寻找一次, 即先在 Ω 集合中找到与接收序列 R 有次大相关值的码字作为竞争码字 C , 然后再逐个码元比较 c_j 是否等于 d_j , 若 $c_j \neq d_j$, 则次大相关值的码字为竞争码字 C ; 若 $c_j = d_j$, 则竞争码字 C 不存在。用优化方案寻找竞争码字 C 半次迭代仅需进行 n^2 次比较和 n 次排序, 而且逐行或逐列译码时每个码元的竞争码字 C 是固定不变的。这种方案大大降低了算法的复杂度, 减小了译码延时。

2.3 调整竞争码字不存在时的软输出信息值

算法实现过程中, 对竞争码字不存在时的软输出信息 $\beta(k)d_j$ 作调整, 明显提高了译码的性能。当选择最不可靠位 $p = 3$ 时, 候选码字集合 Ω 中只有 8 个候选序列, 逐个码元寻找竞争码字时, 大部分码元竞争码字不存在, 通常能找到竞争码字的码元个数很少。传统 Chase2 算法中竞争码字不存在时软输出信息应该等于 $\beta(k)d_j (d_j \in \{-1, 1\})$ 。算法的创新之处: 对竞争码字不存在时的软输出信息 $\beta(k)d_j$ 作调整, 提高了码元的可信度。调整过程如下:

- 1) 计算所有存在竞争码字的码元外部信息绝对和;
- 2) 统计存在竞争码字的码元个数;
- 3) 计算所有存在竞争码字的码元的外部信息的加权平均和;
- 4) 对竞争码字不存在的码元的软输出信息 $\beta(k)d_j$ 乘以上述计算的加权平均和;
- 5) 按照软输出信息值减去软输入信息值计算外部信息值。

上述改进方法中, 由于能找到竞争码字的码元个数很少, 所以给算法带来的额外复杂度不大, 而且相对于明显提高的信道编码增益, 这种改进方法是非常实用的。

3 性能仿真

使用 Matlab 编程工具进行定点数仿真实验, 子码选取

$[64, 57, 4] \times [64, 57, 4]$ 的扩展汉明码构成二维 TPC 码。调制方式为 BPSK, 传输信道为 AWGN 信道。不可靠码元个数 $p = 3$, 采用串行迭代^[13], 迭代次数为 3 次, 8 bit 量化, 设定参与仿真的码块个数为 10 000, 误码率仿真图如图 1 和图 2 所示。仿真结果表明, 在 BER 为 10^{-6} 时, TPC 编码可以获得大约 7.4 dB 的信道编码增益。相比梯度算法^[9], 编码增益明显提高了大约 1.4 dB, 效果十分理想。采用相关作为度量来等价替代欧氏距离后, 虽然简化寻找竞争码字 Chase2 算法的编码增益比传统 Chase2 算法的编码增益下降了大约 0.1 dB, 但是这种简化方法大大降低了 TPC 译码的复杂度。同时, 对简化后的算法改进软输出信息 $\beta(k)$ 后编码增益明显提高了大约 1 dB, 但给算法带来的额外复杂度不大。

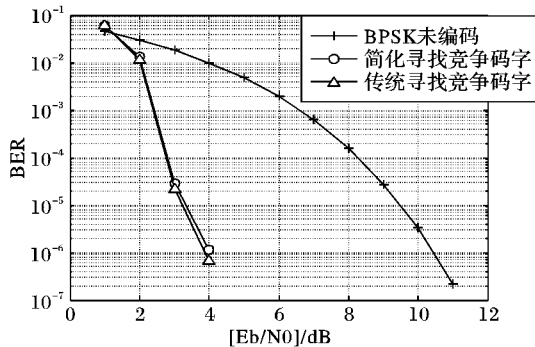


图1 简化寻找竞争码字和传统寻找竞争码字 BER 对比

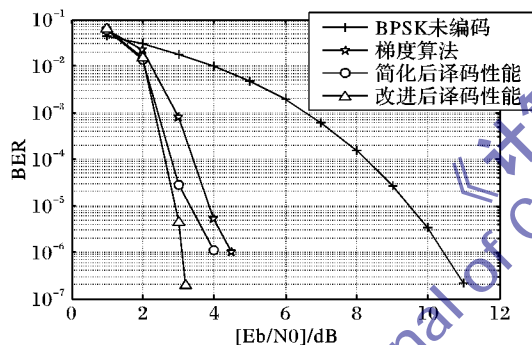


图2 改进软输出信息后译码性能仿真

4 结语

TPC 软判决译码算法是当今信道编码领域的研究热点之一, 对它的研究具有一定的现实意义。传统 Chase2 算法译码

复杂, 在硬件上实现逻辑资源开销非常大, 而且译码速率不高。本文介绍了一种基于相关的 TPC 软判决译码方法, 重点对算法进行了改进, 改进后可以获得大约 7.4 dB 的编码增益, 相比梯度算法编码增益提高了大约 1.4 dB, 相比传统 Chase 算法编码增益提高了近 1 dB; 同时简化了 Chase2 算法, 大大降低了译码复杂度, 减小了译码时延。这种低复杂度算法非常适合硬件实现, 具有一定的工程实用参考价值。

参考文献:

- [1] BERROU C, GLAVIEUX A, THITIMAJSHIMA P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo codes [C]// ICC'93: IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE, 1993: 1064 - 1071.
- [2] PYNDIAH R, GLAVIEUX A, PICART A, *et al.* Near optimum decoding of product codes [C]// GLOBECOM '94: Global Telecommunications Conference. Piscataway: IEEE, 1994, 1: 339 - 343.
- [3] PYNDIAH R M. Near optimum decoding of product codes: block turbo codes [J]. IEEE Transactions on Communications, 1998, 46 (8): 1003 - 1010.
- [4] 王琳. 高效信道编译码技术及其应用 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 2007: 1 - 10.
- [5] 郭立浩, 蒋培文, 郑雪峰, 等. TPC 编码在高码率数传中的应用 [J]. 飞行器测控学报, 2010, 29(5): 51 - 55.
- [6] 黄小平, 简福斌, 谭廷庆, 等. 一种新的 Turbo 乘积码简化迭代译码算法 [J]. 计算机应用研究, 2011, 28(2): 689 - 691.
- [7] 张天瑜. 基于偏移量和归一化的改进型 TPC 译码算法研究 [J]. 长春工业大学学报: 自然科学版, 2010, 31(4): 417 - 422.
- [8] CHEN Y, PARHI K K. A very low complexity block Turbo decoder composed of extended hamming codes [C]// GLOBECOM '01: IEEE Global Telecommunications Conference. Piscataway: IEEE, 2001, 1: 171 - 175.
- [9] 徐进延, 李红信. Turbo 乘积码梯度译码算法研究 [J]. 通信技术, 2008, 41(12): 81 - 83.
- [10] VANSTRACEELE C, GELLER B, BROSSIER J-M, *et al.* A low complexity block turbo decoder architecture [J]. IEEE Transactions on Communications, 2008, 56(12): 1985 - 1987.
- [11] 岳殿武. 分组编码学 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2007: 43 - 120.
- [12] 王玮, 葛临东, 巩克现. TPC 基于相关运算的迭代译码算法 [J]. 计算机应用, 2010, 30(7): 1760 - 1762.
- [13] 朱光喜, 何业军, 王锋, 等. Turbo 乘积码的两种迭代译码器的比较 [J]. 电讯技术, 2004, 44(6): 30 - 34.

(上接第 384 页)

- [6] ROSSI G, DIMMICK T E, BLUMENTHAL D J. Optical performance monitoring in reconfigurable WDM optical networks using sub-carrier multiplexing [J]. Journal of Lightwave Technology, 2000, 18(12): 1639 - 1648.
- [7] RICHTER A, FISHLER W, BOCK H, *et al.* Optical performance monitoring in transparent and configurable DWDM networks [J]. IEE Proceedings: Optoelectronics, 2002, 149(1): 1 - 5.
- [8] YAHYA C B. Analysis of optical performance monitoring methods based on q factor and bit error rate estimation [C]// WOCN 2005: International Conference on Wireless and Optical Communications Networks. Piscataway: IEEE, 2005: 196 - 199.
- [9] SHEN T S R, MENG K, LAU A P T, *et al.* Optical performance monitoring using artificial neural network trained with asynchronous amplitude histograms [J]. IEEE Photonic Technology Letters, 2010, 22(22): 1665 - 1667.
- [10] KOZICKI B, TAKUYA O, HIDEHIKO T. Optical performance

monitoring of phase-modulated signals using asynchronous amplitude histogram analysis [J]. Journal of Lightwave Technology, 2008, 26(10): 1353 - 1361.

- [11] ANDERSON T B, KOWALCZYK A, CLARKE K, *et al.* Multi impairment monitoring for optical networks [J]. Journal of Lightwave Technology, 2009, 27(16): 3729 - 3736.
- [12] YANG Y, YU Q F, DONG A H. Study on the fault arc on-line detecting based on wavelet singularity detection principle [C]// ICIE 09: Proceeding of the 2009 WASE International Conference on Information Engineering. Piscataway: IEEE, 2009, 2: 151 - 154.
- [13] 崔锦泰. 小波分析导论 [M]. 程正兴, 译. 西安: 西安交通大学出版社, 1995.
- [14] 赵学智, 叶邦彦. 基于二分递推 SVD 的信号奇异性位置精确检测 [J]. 电子学报, 2012, 40(1): 53 - 59.
- [15] 刘强, 杨岳湘, 唐川. 基于动态轮询策略的网络故障监视算法 [J]. 计算机工程与设计, 2009, 30(9): 2164 - 2166.